



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

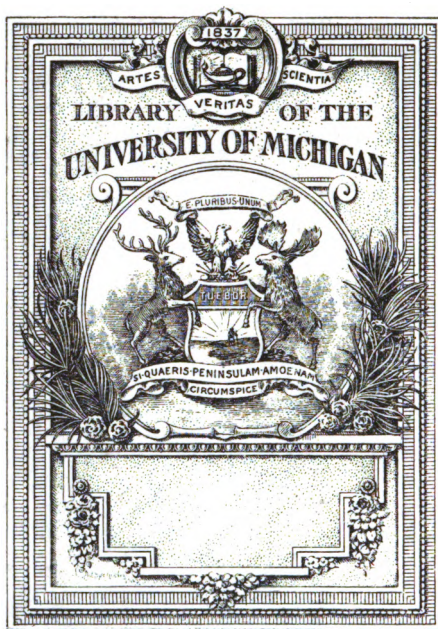
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



~~1/1~~ ~~1-2~~

QC

1

A613

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXLIX.

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.



FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

NEUNUNDZWANZIGSTER BAND.

NEBST DREI FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1873.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.



HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTNEUNUNDVIERZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDFÜNFUNDZWANZIGSTER

NEBST DREI FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1873.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

Inhalt

des Bandes CXLIX der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

	Seite
I. Ueber den Wärmeverbrauch beim Auflösen von Salzen und die specifischen Wärmen von Salzlösungen; von A. Winkelmann	1
II. Ueber die Veränderung des Volumens fester Körper in Folge der Bildung chemischer Verbindungen von demselben Aggregatzustande; von W. Müller	33
III. Die elektrodynamischen Erscheinungen abhängig von der freien Elektrizität an der Oberfläche der Stromleiter; von H. Herwig	44
IV. Bemerkungen über die Polpunkte eines Magnets; von E. Riecke	62
V. Das dynamische Princip von Hamilton in der Thermodynamik; von C. Szily	74
VI. Ueber die chemische Wirkung des galvanischen Stromes und über die Vertheilung der freien Elektrizität auf der Oberfläche der Stromleiter; von E. Edlund	87
VII. Ueber die von Hrn. v. Bezold gegebene Erklärung von den elektrischen Disjunctionsströmen; von Demselben	99

	Seite
VIII. Ueber die Spectra der Gase in Geißler'schen Röhren; von A. Wüllner	103
IX. Ueber die Krone des Nordlichts; von J. Sirks	112
X. Apparat zur Objectivdarstellung der Metallspectren; von M. Th. Edelmann	119
XI. Bestimmung der Reibungswiderstände an der Atwood'schen Fallmaschine; von C. Bender	122
XII. Eine merkwürdige Interferenz-Erscheinung; von Sakulić .	126

(*Geschlossen am 26. Juli 1873.*)

Zweites Stück.

I. Ueber die Schallbewegung in gebogenen und verzweigten Röhren; von A. Seebeck	129
II. Untersuchung über die elektromotorischen und thermo-elek- trischen Kräfte einiger Metall-Legirungen beim Contact mit Kupfer; von A. F. Sundell	144
III. Ueber das elektro-chemische Aequivalent des Silbers; von F. Kohlrausch	170
IV. Pyrometrische Versuche; von A. Weinhold	186
V. Ueber die Krystallform und die optischen Eigenschaften des Wolframs und dessen Beziehungen zum Columbit; von P. Groth und A. Arzruni	235
VI. Ardenit, ein neues Mineral; von A. v. Lasaulx und A. Bettendorff	241
VII. Der elektrische Leitungswiderstand in absolutem Maafs; von L. Lorenz	251
VIII. Gegen eine Bemerkung des Hrn. A. Schrauf über meinen Aufsatz: Zur Lehre von den Krystallzwillingen; von E. Reusch	269

IX. Historische Bemerkung betreffend das von Hrn. Mousson angegebene Verfahren zur Untersuchung der Dispersion; von E. Mach	270
X. Eine neue Methode Kreistheilungen zu untersuchen; von G. Quincke	270

(Geschlossen am 20. August 1873.)

Drittes Stück.

I. Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke	273
XVI. Ueber das Verhalten des polarisirten Lichts bei der Beugung.	
II. Ueber die Zeitdauer, die das Flintglas braucht, um sich zu magnetisiren, zu entmagnetisiren und die Polarisationssebene zu drehen; von E. Villari	324
III. Eine galvanische Eisenreduction unter Einwirkung eines kräf- tigen elektromagnetischen Solenoids; von M. v. Jacobi . .	341
IV. Ueber quantitative Analyse durch Spectralbeobachtung; von R. Hennig	349
V. Zur Dioptrik eines Systems concentrischer Kugelflächen; von V. v. Lang	353
VI. Rückwirkung von Nebenströmen in einer unveränderten Schlie- ßung auf den Hauptstrom einer Leydner Batterie; von P. Riefs	359
VII. Ein Beitrag zur Theorie der Thermoströme; von M. Ave- narius	372
VIII. Ueber die maassanalytische Bestimmung des Ammoniaks in seinen Salzen; von F. Rüdorff	379

	Seite
IX. Ueber neue Schwefelsalze; von B. Schneider (Siebente Abhandlung)	381
X. Ueber Aenderungen der elektromotorischen Kraft galvanischer Combinationen durch die Wärme; von A. Voller	394
XI. Ueber die Spectra der Cometen; von H. Vogel	400
XII. Bedenken gegen die Zöllner'sche Erklärung der Sonnenflecke und Protuberanzen; von Th. Reye	408
XIII. Ueber einige Anwendungen der Luftreibung bei Meßinstrumenten; von A. Töpler	416
XIV. Die Reflexion und Brechung des Schalls; von E. Mach und A. Fischer	421
XV. Telegraphische Benutzung der Pincus'schen Chlorsilberkette	430
XVI. St. Elmsfeuer in Münster; von S. Lorscheid	431

(*Geschlossen am 12. October 1873.*)

Viertes Stück.

I. Beiträge zur Kenntniß der Magnetisirung des weichen Eisens; von E. Riecke	433
II. Die Bestimmung der Entladungsdauer der Leydener Batterie; von P. Riefs	474
III. Ueber die Wärmeverhältnisse beim Auflösen vermischter Salze in Wasser und die dabei eintretenden Wechselzersetzungen; von A. Winckelmann	492
IV. Ueber die Zerstäubung der Elektroden im galvanischen Lichtbogen; von H. Herwig	521
V. Ueber die Geschwindigkeit des Schalls nach Hrn. Regnault's Versuchen; von H. S. Rink	533
VI. Beziehungen zwischen den capillaren und elektrischen Erscheinungen; von Lippmann	546

VII.	Ueber die von Hrn. Sekulić beschriebene Interferenzerscheinung; von W. Feufsnor	561
VIII.	Die Farbstoff-Absorptionen durch Kohlenpulver; von K. Vierordt	565
IX.	Bemerkungen zu der Notiz des Hrn. Potier; von G. Quincke	571
X.	Notiz über die Wärme-Ausdehnung des Hartgummi (Ebonit); von F. Kohlrausch	577
XI.	Ueber die Bestimmung des Verhältnisses der specifischen Wärme und die Abkühlungsgeschwindigkeit einiger Gase; von Demselben	579
XII.	Ueber eine neue Elektromaschine nach dem Principe von Holtz; von H. Leyser	587
XIII.	Ueber die Anwendung der Sonnenwärme als mechanische treibende Kraft; von A. Bergh	591
XIV.	Ueber das Phonoptometer, ein zum optischen Studium periodischer oder continuirlicher Bewegungen geeignetes Instrument; von J. Lissajous	595

(Geschlossen am 26. October 1873.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. — Seebeck, Fig. 1 u. 2, S. 130. — Weinhold, Fig. 3, S. 189; Fig. 4, S. 204; Fig. 5, S. 209; Fig. 6, S. 210; Fig. 7, S. 218. — Hennig, Fig. 8, S. 350; Fig. 9, S. 351. — Lorenz; Fig. 10, S. 252. — V. v. Lang, Fig. 11, S. 354; Fig. 12, S. 355; Fig. 13, S. 356.

Taf. II. — Jacobi, S. 345.

Taf. III. — Lippmann, Fig. 1, S. 548; Fig. 2, S. 549; Fig. 3, S. 550; Fig. 4, S. 558; Fig. 5, S. 553. — Mach u. Fischer, Fig. 6, S. 428; Fig. 7, S. 424; Fig. 8 u. 9, S. 426; Fig. 10, S. 427; Fig. 11, S. 423.

DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLIX.

**I. Ueber den Wärmeverbrauch beim Auflösen
von Salzen und die specifischen Wärmen von
Salzlösungen; von Dr. A. Winkelmann.**

(Auszug aus der der philosophischen Facultät zu Bonn eingereichten
Doctordissertation.)

§. 1.

Der erste, der messend verfolgte, wie viel Wärme verbraucht wird, um eine bestimmte Salzmenge in einer bestimmten Wassermenge zu lösen, war Graham ¹⁾. Er benutzte die Mischungsmethode und bestimmte die Abkühlung, die in Folge des Lösungsprocesses eintritt, mittels des Thermometers. Die Resultate, die Graham erhielt, konnten aber keine hinreichend genauen Werthe liefern, weil er nur annähernd den Einfluß der Umgebung auf die Temperatur des Wassers berücksichtigte und den Unterschied der spec. Wärmen der Lösung und des Wassers vollständig vernachlässigte. Indessen konnte er doch schon constatiren, daß die Wärmemenge, die nöthig ist, um eine bestimmte Salzmenge zu lösen, abhängig ist von der Temperatur, bei der die Lösung vor sich geht; und zwar daß im Allgemeinen die Wärmemenge wächst, wenn die Temperatur abnimmt. Diese Abhängigkeit studirte Person ²⁾ genauer an 6 Salzen, die er für wenige Procentgehalte untersuchte; er gelangte hierbei zu derselben Beziehung, die sich später direct durch die mechanische

1) *Phil. mag.* XXIV. 1844.

2) *Annales de Chimie et de Physique*, 3. série, tome XXXIII, p. 449.

Wärmetheorie begründen liefs. Wird nämlich in p Gr. Wasser 1 Gr. Salz bei der constanten Temperatur t_1 durch die Wärmezufuhr λ_1 gelöst und ebenso ein anderes Mal bei der Temperatur t_2 durch die Wärmezufuhr λ_2 , so fand Person, wenn x die spec. Wärme der Lösung und c die des festen Salzes bedeutet, daß

$$\lambda_1 = \lambda_2 + \left(\frac{c+p}{p+1} - x \right) (p+1) (t_2 - t_1).$$

Person schloß aus seiner Untersuchung ferner, daß die Wärmemenge, die nöthig ist, um 1 Gr. Salz zu lösen, verschieden ist je nach der Menge Wasser, in der das Salz gelöst wird und daß dieselbe zugleich mit der Wassermenge zunimmt. Er verfolgte aber diese Frage nicht genauer, da das Hauptziel seiner Arbeit war, die Abhängigkeit der zuzuführenden Wärmemenge von der Temperatur festzustellen, was ihm, wie schon bemerkt wurde, durch die Untersuchung weniger Procentgehalte gelang. Diese Lücken auszufüllen ist der Hauptzweck der vorliegenden Arbeit, zugleich schließt sich hieran eine neue Methode zur Bestimmung der spec. Wärmen von Salzlösungen.

§. 2.

Die Versuche wurden im physikalischen Laboratorium der polytechnischen Schule in Aachen unter Leitung des Hrn. Prof. Wüllner angestellt. Das Salz wurde in einen siebartig durchlöchernten Rührer gebracht, in diesem abgewogen und dann in einem Calorimeter, welches eine gewogene Quantität Wasser enthielt, gelöst. Das Thermometer, welches die Temperatur des Calorimeters angab, wurde von 20 zu 20 Secunden abgelesen. Um den Wärmeaustausch des Calorimeters nach Außen bestimmen zu können, war vor dem Eintauchen des Salzes mit der Beobachtung des Thermometers begonnen und wurde diese auch nach dem Lösen desselben hinreichend lange fortgesetzt. Ich habe zu den Versuchen zwei cylinderförmige Calorimeter benutzt, das eine für niedere, das andere für

höhere Procentgehalte; das erste hatte eine Höhe von 7 Centm. Durchmesser, und enthielt gewöhnlich 270 Gr. Wasser. Das zweite war 9 Centm. hoch und hatte einen Durchmesser von 4 Centm.; dieß faßte 60 bis 80 Gr. Wasser. Die beiden Rührer hatten einen Einschnitt, um bequem und schnell, ohne das Thermometer im Calorimeter zu behindern, in das Calorimeter gebracht werden zu können. Der erste Rührer hatte einen Rand von 2 Centm. Höhe, der zweite von 4 Centm. Bei dem letzten war auch der Rand bis zur halben Höhe durchlöchert, um das Lösen des Salzes in den concentrirten Gehalten zu erleichtern. Es wurde während des ganzen Versuches in dem Wasser, das zur Aufnahme des Salzes bestimmt war, gerührt, und zwar vor dem Eintauchen des Salzes mit einem Rührer ohne Rand. Es stellte sich dieß als nothwendig bei höhern und niedern Temperaturen heraus, da sonst nach Eintauchen des Rührers nicht allein durch die zur Lösung des Salzes verbrauchte Wärme eine Abkühlung eintritt, sondern auch durch die beim Rühren hervorgebrachte schnellere Mischung des wärmern und kältern Wassers.

Um dem Salze vor dem Eintauchen eine ganz bestimmte Temperatur zu geben, diente ein viereckiger Kasten, der doppelte Wände besaß, die mit Wasser ausgefüllt waren. In diesen Kasten wurde der Rührer mit dem Salz hineingesetzt und so lange gewartet, — wenigstens eine halbe Stunde, — bis das Salz die Temperatur des Kastens, die durch ein Thermometer, welches bis in die Nähe des Salzes herabreichte, bestimmt wurde, erreicht hatte. Durch Regulirung der Gasflamme konnte man dem Kasten leicht eine beliebige Temperatur geben, die höher als die der Umgebung war. Für Herstellung der niedern Temperaturen wurde Schnee benutzt. Ein großes Becherglas wurde derartig mit Schnee gefüllt, daß ein kleineres Glas noch Platz darin fand; in dieses letztere wurde der Rührer mit dem Salz gesetzt und dann das Glas durch einen Deckel, der eine Durchbohrung zur

Aufnahme des Thermometers hatte, verschlossen. Ich habe auf diese Weise eine Temperatur erzielt, die nur 1° bis 2° betrug.

Zur Vermeidung größerer Correctionen in Folge der Wärmeabgabe des Calorimeters an die Umgebung oder der Wärmeaufnahme von derselben, wurde das Calorimeter in einen oben offenen cylinderförmigen Kasten gesetzt, der auch doppelte Wände besaß, deren Zwischenraum mit Wasser gefüllt war. Die Temperatur wurde so regulirt, daß das Wasser des Calorimeters vor dem Versuche möglichst wenig seine Temperatur änderte. Bei den Versuchen in der Nähe von 0° wurde dieser ganze Kasten in einen großen Eimer gesetzt, der mit Schnee gefüllt war, und auf diese Weise verhindert, daß das Calorimeter während des Versuches zu viel Wärme von der Umgebung aufnehme. Die innere Höhlung des cylinderförmigen Kastens war 10 Centm. tief und hatte einen Durchmesser von 11 Centm., so daß keine große Luftschicht zwischen den Wänden des Kastens und des Calorimeters sich befand. Bei den Versuchen mit dem kleinen Calorimeter wurde die Höhlung des Kastens mit einem Deckel bedeckt, der eine so große runde Oeffnung hatte, daß man das Calorimeter noch gerade in den Kasten einsetzen konnte. Die beiden Kasten waren während der Versuche nah aneinander gerückt, damit das Salz möglichst schnell aus dem Kasten in das Calorimeter gebracht werden konnte und keinen zu großen Weg durch die Luft zu machen hatte. Die Beobachtungen wurden mit Thermometern gemacht, die in $0^{\circ},02$ getheilt waren und die $0^{\circ},005$ abzulesen gestatteten. Bei Abkühlungen, die den Umfang dieser Thermometer überschritten, wurde mit Thermometern, die in $0^{\circ},1$ getheilt waren, beobachtet; es ist dies bei den Tabellen besonders angegeben. Die Thermometer, die einen Null- und Siedepunkt hatten, waren direct in Bezug auf diese untersucht und mit den übrigen verglichen. Die bei den Wägungen gefundenen Gewichte wurden alle auf den luftleeren Raum reducirt.

§. 3.

Man kann die Wärmemenge berechnen, die verbraucht wird, um 1 Gr. Salz in p Gr. Wasser bei constanter Temperatur zu lösen, indem man den Anfangs- und End-Zustand des Lösungsprocesses betrachtet.

Möge bei der Lösung von 1 Gr. Salz in p Gr. Wasser, wenn Wasser und Salz die Temperatur t_1 haben, die Temperatur der Lösung von t_1 auf t_2 sinken, ohne daß das Calorimeter Wärme abgegeben oder aufgenommen hat. Führt man dann dem Calorimeter so viel Wärme zu, daß die Temperatur wieder von t_2 auf t_1 steigt, so hat man in der zugeführten Wärme jene, die zur Lösung des Salzes verbraucht worden ist, und auch jene, die verbraucht worden wäre, wenn man bei der constanten Anfangstemperatur t_1 so viel Wärme, als dort zur Lösung erforderlich ist, zugeführt hätte. Denn da man in beiden Fällen von demselben Anfangszustand ausgehend zu demselben Endzustand gelangt, ohne äußere Arbeit geleistet zu haben, so muß die Wärmemenge, die die innern Vorgänge leistet, in beiden Fällen dieselbe seyn. Ist also α die Temperaturerniedrigung, die eintritt, wenn man von der Temperatur t_1 ausgehend, r Gr. Salz in P Gr. Wasser löst, so ist die verbrauchte Wärmemenge

$$Q = (\alpha(r + P) + \Pi)\alpha,$$

wenn α die spezifische Wärme der Lösung und Π die Summe der Wasserwerthe des Calorimeters, des Rührers und Thermometers bedeutet. Vorstehende Gleichung besteht unter der Voraussetzung, daß das Calorimeter keine Wärme von der Umgebung aufgenommen oder an dieselbe abgegeben habe. Da dies aber im Allgemeinen nicht der Fall ist, so muß an der Temperaturerniedrigung eine Correction angebracht werden, die mit $\Sigma \Delta t$ bezeichnet werden möge. Dieselbe ist bei den Versuchen nach dem Vorgange von Regnault nach der Formel berechnet, die Wüllner ¹⁾ in seinem Lehrbuch angegeben hat. Die Gleichung erhält also dann folgende Form:

1) Lehrbuch der Experimentalphysik 2. Aufl., Band III, S. 372.

$Q = (\kappa(r + P) + \Pi)(\alpha + \sum \Delta t)$,
 oder bezeichnet λ die Wärmemenge, die nöthig ist, um
 1 Gr. Salz in $\frac{P}{r}$ Gr. Wasser zu lösen, so ist

$$\lambda = \frac{Q}{r} = \left(\kappa \left(1 + \frac{P}{r} \right) + \frac{\Pi}{r} \right) \alpha + \sum \Delta t.$$

Da es nicht immer genau zu erreichen ist, daß das Wasser mit dem Salz im Moment des Eintauchens dieselbe Temperatur hat, so muß eine gemeinschaftliche Anfangstemperatur berechnet werden, zu der man leicht durch folgende Ueberlegung gelangt. Wenn die Temperatur des Wassers t ist und die des Salzes τ , so kann man sich denken, daß beim Eintauchen beide Körper sich zuerst mischen, ohne daß das Salz gelöst werde; die Temperatur, die dadurch die gemeinschaftliche der beiden Körper wird, möge mit T bezeichnet werden; diese wird aber dadurch erreicht, daß das Wasser dieselbe Wärmemenge erhält, die das Salz abgibt, oder umgekehrt. Ist P das Gewicht des Wassers, Π der Wasserwerth des Calorimeters und Thermometers, ferner r das Gewicht des Salzes, c die specifische Wärme desselben und π der Wasserwerth des Rührers, so erhält das Calorimeter, wenn es von t auf T erwärmt wird, die Wärmemenge $(P + \Pi)(T - t)$; der Rührer mit dem Salz giebt dann $(\pi + cr)(\tau - T)$ Wärme ab und diese beiden Wärmemengen sind einander gleich. Also

$$(P + \Pi)(T - t) = (\pi + cr)(\tau - T) \text{ oder}$$

$$T = t + \frac{(\pi + cr)(\tau - t)}{(P + \Pi + \pi + cr)}.$$

Man ist also berechtigt, T als die gemeinschaftliche Temperatur des Wassers und des Salzes anzunehmen.

§. 4.

Um sich von den frühern Bestimmungen der specifischen Wärme der Lösungen unabhängig zu machen, habe ich die schon erwähnte Relation von Person benutzt und mittels dieser selbst die specifische Wärme bestimmt. Die

einzigste Gröfse, die dann als bekannt vorausgesetzt wird, ist die specifische Wärme des festen Salzes. Sey α_1 die beobachtete Temperaturerniedrigung, wenn bei t_1^0 1 Gr. Salz in p Gr. Wasser gelöst wird, so ist die verbrauchte Wärme $\lambda_1 = x(p+1)\alpha_1$. Die Wärmemenge, die wir zuführen müßten, um bei 0^0 zu lösen, ist dann

$$A = x(p+1)\alpha_1 + \left(\frac{c+p}{p+1} - x\right)(p+1)t_1.$$

Weiter möge α_2 die Temperaturerniedrigung bei t_2 seyn, so folgt hiernach, da die verbrauchte Wärme $\lambda_2 = x(p+1)\alpha_2$ ist,

$$A = x(p+1)\alpha_2 + \left(\frac{c+p}{1+p} - x\right)(p+1)t_2.$$

Setzt man die Werthe für A gleich und berechnet aus der Gleichung x , so erhält man

$$x = \frac{(c+p)(t_1 - t_2)}{(p+1)(t_1 - t_2 + \alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Wenn man die Wasserwerthe des Calorimeters, Rührers und Thermometers in Rechnung zieht und den Gesamtwasserwerth beim ersten Versuch Π_1 , beim zweiten Π_2 nennt, r_1 das Gewicht des gelösten Salzes beim ersten Versuche, r_2 das Gewicht desselben beim zweiten bedeutet, so wird

$$x = \frac{(c+p)(t_1 - t_2) + \frac{\Pi_1}{r_1}\alpha_1 - \frac{\Pi_2}{r_2}\alpha_2}{(p+1)(t_1 - t_2 + \alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Liegen hier die Temperaturen t_1 und t_2 hinreichend weit von einander, so ist diese Methode zur Bestimmung der specifischen Wärme der Salzlösungen sehr genau. Es ist mir mit derselben gelungen die Veränderung der specifischen Wärme von Lösungen des Natriumnitrats durch die Temperatur anzugeben. Da die Reduction der Lösungswärmen auf 0^0 ganz verschiedene Resultate lieferte bei fast allen Procentgehalten, so mußte der Grund dieser Verschiedenheit in der Veränderlichkeit der specifischen Wärmen mit der Temperatur gesucht werden. Nimmt man daher an, daß die specifische Wärme des Natrium-

nitrats für einen bestimmten Procentgehalt sich darstellen lasse durch $\pi = a + bt$, wo a und b Constanten und t die Temperatur bedeutet, so kann man durch Untersuchung der Lösungswärmen bei drei verschiedenen Temperaturen diese Constanten bestimmen. Möge die erste Lösung bei der Temperatur T_1^0 , die zweite bei T_2^0 , die dritte bei T_3^0 stattfinden; sey ferner bei der ersten die Abkühlung α_1^0 , bei der zweiten α_2^0 und bei der dritten α_3^0 ; die Menge des gelösten Salzes bei der ersten Lösung sey r_1 , bei der zweiten r_2 , bei der dritten r_3 ; und endlich der Gesamtwasserwerth während der ersten Lösung Π_1 , während der zweiten Π_2 und während der dritten Π_3 , so ist

$$\begin{aligned}(p+1)\alpha_1(a+bt_1) + \frac{\Pi_1}{r_1}\alpha_1 + \left(\frac{c+p}{p+1} - (a+bt_2)\right)(p+1)T_1 &= \\(p+1)\alpha_2(a+bt_2) + \frac{\Pi_2}{r_2}\alpha_2 + \left(\frac{c+p}{p+1} - (a+bt_4)\right)(p+1)T_2 &= \\(p+1)\alpha_3(d+bt_6) + \frac{\Pi_3}{r_3}\alpha_3 + \left(\frac{c+p}{p+1} - (a+bt_6)\right)(p+1)T_3 &= \end{aligned}$$

In diesen zwei Gleichungen ist, da man für die specifische Wärme der Lösung während der Abkühlung die mittlere einzusetzen hat, zwischen dem Anfangs- und Endwerth

$$t_1 = T_1 - \frac{\alpha_1}{2}; \quad t_2 = T_2 - \frac{\alpha_2}{2}; \quad t_3 = T_3 - \frac{\alpha_3}{2}.$$

Und ebenso hat man, um die Lösungswärme auf 0^0 zu reduciren, für die specifische Wärme der Lösung den mittleren Werth einzusetzen, den die Lösung bei 0^0 hat und den sie bei der Temperatur hat, bei der die Lösung stattfindet. Also ist

$$t_2 = \frac{T_1}{2}; \quad t_4 = \frac{T_2}{2}; \quad t_6 = \frac{T_3}{2}.$$

Der gröfseren Uebersicht wegen mögen folgende Abkürzungen eintreten:

$$\begin{aligned}A &= \frac{c+p}{p+1}; \quad B_1 = \frac{\Pi_1}{r_1(p+1)}; \quad B_2 = \frac{\Pi_2}{r_2(p+1)}; \quad B_3 = \frac{\Pi_3}{r_3(p+1)}; \\R_1 &= T_1 - \alpha_1; \quad R_2 = T_2 - \alpha_2; \quad R_3 = T_3 - \alpha_3.\end{aligned}$$

Mit diesen Zeichen werden a und b :

$$a = \frac{A[R_3^2(T_2 - T_1) + R_2^2(T_1 - T_3) + R_1^2(T_3 - T_2)] + R_3^2(B_2\alpha_2 - B_1\alpha_1) + R_2^2(B_1\alpha_1 - B_3\alpha_3) + R_1^2(B_3\alpha_3 - B_2\alpha_2)}{-N}$$

$$b = 2 \frac{A[(R_3 - R_1)T_2 + (R_2 - R_3)T_1 + (R_1 - R_2)T_3] + B_2\alpha_2(R_3 - R_1) + B_1\alpha_1(R_3 - R_2) + B_3\alpha_3(R_1 - R_2)}{N}$$

wo

$$N = (R_3 - R_1)R_2^2 + (R_2 - R_3)R_1^2 + (R_1 - R_2)R_3^2.$$

Diese Formeln nehmen eine einfachere Gestalt an, wenn, wie es meistens bei den Versuchen der Fall war, $\frac{H_1}{r_1} = \frac{H_2}{r_2} = \frac{H_3}{r_3}$ ist. Ist jetzt $A = \frac{c+p}{p+1}$ und $B = \frac{H_1}{r_1(p+1)}$, so ist

$$a = A + \frac{(A+B)\{(T_2 - \alpha_2)^2 - (T_1 - \alpha_1)^2\}\alpha_3 + [(T_1 - \alpha_1)^2 - (T_3 - \alpha_3)^2]\alpha_2 + [(T_3 - \alpha_3)^2 - (T_2 - \alpha_2)^2]\alpha_1}{[(T_2 - \alpha_2)^2 - (T_1 - \alpha_1)^2](T_3 - \alpha_3) + [(T_1 - \alpha_1)^2 - (T_3 - \alpha_3)^2](T_2 - \alpha_2) + [(T_3 - \alpha_3)^2 - (T_2 - \alpha_2)^2](T_1 - \alpha_1)}$$

$$b = \frac{2(A+B)[(T_1 - T_2)\alpha_3 + (T_2 - T_3)\alpha_1 + (T_3 - T_1)\alpha_2]}{[(T_3 - \alpha_2)^2 - (T_1 - \alpha_1)^2](T_3 - \alpha_3) + [(T_1 - \alpha_1)^2 - (T_3 - \alpha_3)^2](T_2 - \alpha_2) + [(T_3 - \alpha_3)^2 - (T_2 - \alpha_2)^2](T_1 - \alpha_1)}$$

Die Constante b ist überall nur sehr klein. In den concentrirten Gehalten habe ich die eben erwähnte Berechnungsweise der specifischen Wärmen nicht durchführen können, weil mir keine Thermometer zur Verfügung standen, die einen hinreichend großen Umfang für die Abkühlungen hatten und mit einer solchen Genauigkeit abzulesen gestatteten, wie sie eine derartige Berechnung erfordert. Bei der Berechnung ist freilich die nicht strenge Voraussetzung zu Grunde gelegt, daß das feste Salz und das Wasser von der Temperatur unabhängige, also constante specifische Wärmen haben. Da für Wasser die Abhängigkeit von der Temperatur bekannt ist, so könnte

man die Lösungswärme bei einer vierten Temperatur zu Hülfe nehmen, um die Abhängigkeit der specifischen Wärme des festen Salzes von der Temperatur zu bestimmen. Weil aber bei sehr hohen Temperaturen die Genauigkeit aller hier vorkommenden Messungen und Wägungen verliert, und die Genauigkeit der Resultate zugleich mit den Temperaturintervallen, bei denen die Beobachtungen gemacht sind, abnimmt, so habe ich darauf verzichtet, diese Abhängigkeit mit in Rechnung zu ziehen.

§. 5.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß es zur Berechnung der specifischen Wärme der Lösungen nothwendig ist, daß die Versuche, aus denen dieselbe berechnet werden soll, das gleiche Verhältniß von Salz und Wasser enthalten, daß also, wenn p die Anzahl der Gr. Wasser auf 1 Gr. Salz bedeutet, diese p gleich seyen. Ganz genau war dies nicht der Fall, und es sind dort die verschiedenen p auf dasselbe reducirt worden, indem eine Correction an der Temperaturerniedrigung angebracht wurde. Diese Correction ist ebenso wie die ursprünglichen p in den Tabellen angegeben und überschritt selten die Grenzen der Beobachtungsfehler. Die Correction wurde einfach aus den angränzenden Werthen von p , für die auch Versuche vorlagen, durch Interpolation berechnet. Es sey noch hervorgehoben, daß bei den Versuchen, die bei höherer Temperatur gemacht wurden, die Wägung des erwärmten Wassers Schwierigkeiten darbot. Um möglichst sicher das Gewicht des Wassers im Moment des Eintauchens des Salzes zu erhalten, wurde das Wasser vor und nach dem Versuch gewogen, indem zugleich die Zeit bestimmt wurde, die zwischen diesen Wägungen verstrich. Außerdem war durch mehrere besondere Wägungen die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wassers bei der in Rede stehenden Temperatur bestimmt. Man erhielt dann für das Gewicht des Wassers jedes Mal drei Zahlen, die genau übereinstimmen mußten, wenn alle Beobachtungen rich-

tig waren. Es wurde aus diesen Zahlen das Mittel genommen; auf die GröÙe der hierbei möglichen Beobachtungsfehler werde ich noch später zurückkommen.

Ich habe die Untersuchung auf sechs Salze ausgedehnt, auf Chlornatrium, Kaliumnitrat, Chlorkalium, Natriumnitrat, Chlorammonium und Ammoniumnitrat. Die Salze waren sämmtlich von Hrn. Dr. L. Marquart in Bonn bezogen. Da Chlorammonium und Ammoniumnitrat das Messing des Calorimeters und der Rührer während des Lösens angriffen, so wurden für diese Salze das Calorimeter und die Rührer stark vergoldet.

§. 6.

Für jedes Salz sind zwei Tabellen aufgestellt, die die Versuche mit den Resultaten enthalten. Die erste Tabelle enthält folgende GröÙen:

- r Gewicht des Salzes.
- p Gewicht Wasser auf 1 Gr. Salz.
- t Temperatur des Wassers im Moment des Eintauchens des Salzes.
- τ Temperatur des Salzes.
- T Die aus t und τ berechnete Anfangstemperatur.
- α_t Temperaturerniedrigung für die Anfangstemperatur t .
- α_τ Temperaturerniedrigung für die Anfangstemperatur T .
- p_r Gewicht Wasser auf 1 Gr. Salz, auf welches die verschiedenen p derselben Versuchsreihe reducirt sind.
- α_r Temperaturerniedrigung, die für p_r gilt.

Die zweite Tabelle eines jeden Salzes enthält folgende GröÙen:

- p , Dieselbe GröÙe, die in der ersten Tabelle definirt ist.
- p_r , $\frac{100}{p_r}$ oder den Procentgehalt der Lösung.
- T Dieselbe GröÙe, wie in der ersten Tabelle.

- λ Die Wärmemenge, die bei T^0 zur Lösung des Salzes verbraucht wird.
- \mathcal{A} Die Wärmemenge, die bei 0^0 zur Lösung des Salzes verbraucht wird.
- κ Die spezifische Wärme der Lösung.
- $\frac{c+p}{p+1}$ Die mittlere spezifische Wärme der Bestandtheile, des Wassers und des Salzes.
- $\kappa \cdot \frac{p+1}{c+p}$ Das Verhältniß der spezifischen Wärme der Lösung und der mittleren spezifischen Wärme.
- \mathcal{A}_m Das Mittel aus den \mathcal{A} derselben Versuchsreihe.

Um einem Mißverständniß vorzubeugen, sey erwähnt, daß $\alpha_r - \alpha_t = T - t$ ist.

Die GröÙe T giebt nämlich, wie früher nachgewiesen wurde, die Temperatur an, die man als die Anfangstemperatur oder als die Temperatur, die dem Wasser und Salz gemeinschaftlich ist, ehe die Lösung begann, betrachten darf. Wenn daher t die Temperatur des Wassers und Salzes vor der Lösung und ϑ die Endtemperatur nach der Lösung ist, wobei vorausgesetzt werden soll, daß die Lösung keine Wärme von außen aufgenommen oder nach außen abgegeben habe, so ist die Temperaturenniedrigung $t - \vartheta$; wenn das Salz aber die Temperatur τ hat und die beobachtete Endtemperatur ϑ' ist, so ist die beobachtete Abkühlung $(t - \vartheta')$, die wahre hingegen $(T - \vartheta')$. Es ist nun $t - \vartheta'$ als α_t und $(T - \vartheta')$ als α_r bezeichnet; daher $\alpha_r - \alpha_t = (T - \vartheta') - (t - \vartheta') = T - t$.

(Hier folgen die Tabellen Seite 1 bis 14.)

Dasselbe wurde jedes p , wo die specifischen Wärmen nicht
 direct beobachtet wurden 76. Wasserwerth des Rührers = 1,85.

r	p_r	α_r
8,709	32,370	0,568
8,705		0,592
8,712		0,267
14,067	19,40	0,899
14,069		0,885
14,060		0,776
14,065		0,781
14,083		0,471
14,085		0,441
21,612	12,504	1,273
21,615		1,282
29,401	9,05	0,693
29,404		0,677
29,386		1,616
29,380		1,629
29,400		1,191
29,405		1,190
31,900	7,112	1,851
31,905		1,850
39,511	5,84	2,053
39,510		2,124
39,523		1,561
39,517		0,987
39,520		1,519
47,102	4,998	2,228
47,100		2,186
57,00	4,345	2,338
52,201	3,842	2,330
52,200		2,385
52,212		1,656
52,216		1,728
58,202	3,444	2,361
58,200		2,351
64,201	3,121	2,410
64,203		2,462

= 0,214 nach Regnault.

	x	$\frac{c+p}{p+1}$	$x \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_m
4 9 2	0,96376	0,97642	0,98702	27,12
5 0 2 0 5 1	0,94493	0,96148	0,98278	24,20
1 0	0,91867	0,94180	0,97544	22,05
3 8 6 1 6 2	0,89252	0,92178	0,96600	20,19
6 2	0,87099	0,90310	0,96442	18,29
0 6 6 2 9	0,85259	0,88504	0,96330	16,31
9 7	0,83475	0,86894	0,96064	14,88
2	0,81941	0,85294	0,96068	13,52
4 7 2 3	0,80725	0,83768	0,96365	11,95
7 1	0,79786	0,82313	0,96930	10,69
0 7	0,79159	0,80928	0,97810	9,58

Bei diesem wie bei drechnet. Das Salz wurde vor jedem

r		p_r	a_r
8,149		33,00	1,681
8,163			1,689
8,165			1,545
8,205			1,521
8,165			1,426
8,168			1,418
10,235		26,80	2,018
10,235			2,009
10,238			2,226
10,238			2,220
10,207			1,822
10,201			1,802
13,164		20,80	2,833
13,164			2,835
13,164			2,540
13,164			2,540
13,006			2,279
13,005			2,298
15,356		17,80	3,277
15,355			3,283
15,356			2,934
15,356			2,939
15,304			2,632
15,301			2,618
23,035		11,90	4,700
23,035			4,701
23,035			4,236
23,037			4,246
22,902			3,909
22,701			3,929
30,680		8,80	6,012
30,680			6,032
30,760			5,527
30,760			5,530
30,406			5,082
30,406			5,100
42,050		6,01	8,142
42,050			8,148
42,130			7,624
41,970			7,631
41,908			7,175
41,906			7,159

α_t	α_T	p_r	α_r
9,369	9,054	5,20	9,054
9,036	8,943		8,990
8,552	8,531		8,521
8,491	8,528		8,576
8,152	8,142		8,149
8,047	8,075		8,082

z.

der Gesamtwasserwerth 6,76 und der Wasserwerth des Rührers 1,85.
 $it = 0,265$ nach Schüller.

$x = a + bt$	$\frac{c+p}{p+1}$	$a \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_m
$a = 0,97071$ $b = 0,000018$	0,97838	0,99215	62,33
$a = 0,96583$ $b = 0$	0,97357	0,99205	61,47
$a = 0,95232$ $b = 0$	0,96352	0,98834	60,98
$a = 0,94418$ $b = 0,000048$	0,95770	0,98590	60,25
$a = 0,92345$ $b = 0,000179$	0,94302	0,97924	58,28
$a = 0,90247$ $b = 0,000194$	0,92500	0,97564	55,65

No.	$\frac{c+p}{p+1}$	$\alpha \cdot \frac{p+1}{c+p}$	Δ_m
37	98514	0,97190	52,34
38			
39			
40			
41			
42			
43	88145	0,97118	50,56
44			
45			
46			
47			
48			

Von 49 bis 78 ist der Gesamtwasserwerth 2,135

r	αr	p_r	α_r
20,005	0,494	3,995	10,493
19,997	0,464		10,464
20,004	0,282		10,282
20,002	0,289		10,290
19,996	0,970		9,967
19,997	0,001		10,002
24,997	0,308	3,196	12,308
25,006	0,335		12,333
25,001	0,213		12,215
25,001	0,134		12,136
24,998	0,188		11,884
24,997	0,910		11,907
31,997	0,614	2,496	14,615
32,005	0,456		14,460
32,002	0,572		14,573
31,999	0,333		14,331
32,000	0,236		14,335
30,002	0,493	2,0009	16,493
30,002	0,452		16,452
30,003	0,579		16,579
30,001	0,521		16,521
36,003	0,856	1,6675	18,856
36,003	0,769		18,769
35,998	0,412		18,412
36,001	0,427		18,426
40,232	0,674	1,4267	20,649
40,230	0,592		20,567
40,231	0,039		20,039
40,231	0,053		20,053

x	$\frac{c+p}{p+1}$	$x \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_n
0,84170	0,85284	0,98576	46,46
0,81530	0,82482	0,98846	44,25
0,78200	0,78997	0,99016	41,88
0,75759	0,75508	1,0033	38,38
0,73767	0,72447	1,0182	36,16
0,71214	0,69710	1,0215	34,54

n.

ist der Gesamtwasserwerth 6,76 und der Wasserwerth

α_i	α_T	p_r	α_r
1,979	1,985	32,90	1,986
1,974	1,968		1,977
1,270	1,272		1,270
1,290	1,289		1,287
1,611	1,601		1,612
1,620	1,611		1,630

r		p_r	α_r
11,525	23	23,70	2,694
11,525	23		2,738
11,405	23		1,797
11,405	23		1,799
11,408	25		2,268
11,404	23		2,271
15,322	17	17,90	3,563
15,322	12		3,538
15,201	15		2,348
15,202	19		2,316
15,205	17		2,999
15,206	19		2,998
23,117	14	11,40	5,316
23,117	11		5,284
7,151	13		4,500
7,151	15		4,487
7,156	17		3,700
7,159	14		3,681
30,870	37	8,60	6,781
30,867	35		6,844
9,451	38		5,948
9,453	31		5,951
9,451	39		4,793
9,451	35		4,762
12,658	6	6,40	6,484
12,650	6		6,412
12,652	67		7,908
12,650	6		7,925
42,168	6		8,921
42,168	6		8,990
50,400	47	4,94	8,057
50,403	42		8,412
50,404	41		10,213
50,399	45		10,006
62,682	31	3,97	10,452
62,620	33		10,391
62,668	31		12,066
62,620	35		12,408
20,958	35	3,40	11,842
20,958	35		11,793
20,952	35		14,001
20,952	31		14,024

erth des Rührers 1,271. Die spezifische Wärme des festen Salzes
gnault.

x	$\frac{c+p}{p+1}$	$x \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_m
0,96246	0,97560	0,98655	67,01
0,94999	0,96648	0,98206	66,48
0,93419	0,95624	0,97683	65,32
0,90407	0,93330	0,96868	62,81
0,87729	0,91384	0,96000	61,47
0,84478	0,88823	0,95108	60,21
0,80777	0,86076	0,93842	58,95
0,77596	0,83358	0,93090	57,14
0,75294	0,81202	0,92724	55,31

Das Salz wurde vor der Gesamtwasserwerth = 6,76, der
Wasserwerth des Wasserwerth des Rührers = 1,271.

r		P_r	α_r
8,367	03	32,73	2,603
8,367	15		2,615
8,201	22		2,394
8,201	19		2,401
8,339	09		2,109
8,333	11		2,114
11,467	02	24,10	3,488
11,467	09		3,493
11,301	09		3,192
11,301	06		3,189
11,434	07		2,829
11,432	06		2,820
15,467	06	17,80	4,554
15,467	08		4,539
15,301	07		4,243
15,301	02		4,248
15,434	06		3,768
15,433	07		3,755
23,001	01	11,90	6,206
23,001	04		6,237
23,130	02		5,507
23,135	07		5,492
30,701	01	9,00	8,114
30,701	01		8,113
8,900	04		7,138
8,899	09		7,145
42,001	06	6,53	10,609
42,001	09		10,612
12,217	05		9,448
12,207	06		9,438
50,301	04	5,05	13,110
50,301	03		13,150
15,805	00		11,956
15,800	01		11,903

= 0,2387 nach Regnault.

x	$\frac{c+p}{p+1}$	$x \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_m
0,96734	0,97742	0,98970	89,43
0,95753	0,96968	0,98722	87,16
0,94584	0,95952	0,98576	83,98
0,92062	0,94098	0,97836	82,96
0,89970	0,92387	0,97385	81,96
0,87208	0,89890	0,97017	76,93
0,84839	0,87416	0,97052	73,36

nium.

= 1,84; für No. 11 ist der Gesamtwasserwerth = 2,984; der erth = 2,542, der Wasserwerth des Rührers = 0,943.

α_t	α_T	p_r	α_r
2,488	2,467	3,30	2,457
495	2,499		2,490
023	2,030		2,030
014	2,031		2,031

r		p_r	α_r
15,467	15	17,5	4,575
15,467	12		4,582
15,301	19		3,768
15,301	18		3,780
8,000	18	10,02	6,052
8,000	15		5,951
7,992	15		6,848
7,993	11		6,865
12,000	2	6,67	10,577
11,996	2		10,571
12,001	7		9,013
11,998	2		8,987
20,002	4	4,00	17,033
19,999	6		16,916
20,001	4		15,273
19,999	4		15,336

No.	p_r	$x \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_n
1	33,0	57	0,98260
2			84,38
3			
4			
5	17,5	10	0,96685
6			82,98
7			
8			
9	10,02	10	0,95398
10			80,17
11			
12			
13	6,67	25	0,93373
14			79,83
15			
16			
17	4,00	60	0,91506
18			76,21
19			
20			

nitrat.

festen Salzes gefunden hat, sehr untereinander abnimmt. Ich habe zu dem Zweck zuerst die spezifische Wärme des Messings.

gs,
taucht, und des Messings,

mmeters,
Eintauchens des Rührers,

ahren würde, wenn kein Wärmeaustausch an die Um-

II) α oder

α).

	P	p	H	α
	61,024	44,707	2,264	0,4876
	70,040	45,114	2,134	0,4832
	71,350	44,481	2,134	0,4901

für α ist 0,4869.

n.

ärme desselben, π den Wasserwerth des Rührers, und so ist

+ II) α oder

$\pi - t$).

	p	H	π	c
00	20,714	2,134	0,9277	0,418
20	17,707	2,213	0,9277	0,427
89	19,841	2,265	0,9277	0,421

hält man als spezifische Wärme des Ammoniumnitrats
gt.

Von 1 bis 6 ist der G Gesamtwasserwerth 6,205 und der
Wasserwerth des Wasserwerth des Rührers 0,924.

r		p_r	α_r
8,209	32	32,87	2,311
8,206	30		2,310
8,209	39		2,010
8,209	31		1,942
27,002	97	9,990	7,006
27,004	96		7,015
27,000	94		6,607
27,001	95		6,608
15,995	9	5,000	12,819
16,000	9		12,835
16,000	8		12,040
15,998	1		11,915
20,994	1	3,333	17,381
21,004	4		17,392
21,000	9		16,633
21,002	2		16,770
24,000	3	2,500	21,255
24,004	3		21,181
24,002	1		19,680
24,002	1		19,812

No.	p_r	$\frac{p}{c+p}$	$x \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_n
1	32,87	0	0,98214	87,38
2				
3				
4				
5	9,990	0	0,97175	78,92
6				
7				
8				
9	5,000	7	0,95240	73,63
10				
11				
12				

x	$\frac{c+p}{p+1}$	$a \cdot \frac{p+1}{c+p}$	A_m
0,81746	0,86660	0,94330	69,02
0,72272	0,83486	0,86568	66,49

zt, die in 0°,1 getheilt waren.

nommen. Die Rührer wurden häufig gewogen, und wurde fortwährend eine Abnahme des Gewichts beobachtet; diese Abnahme war verschieden je nach den Salzen mit denen die Rührer in Berührung kamen. Am meisten war sie beim Chlorammonium und Ammoniumsalzen, so daß es sich dort als nöthig herausstellte, das Gewicht des Rührers nach je zwei Versuchen neu zu bestimmen. Untersuchen wir jetzt, welchen Einfluß die eben gegebenen Beobachtungsfehler für die Größen x , λ , A_m haben.

Bezeichnen wir mit $d\alpha$ den Fehler, der in der Differenz Temperaturerniedrigung gemacht sey, so ist, da die specifische Wärme

$$x = \frac{(c+p)(T_1 - T_2) + \frac{H}{r_1} \alpha_1 - \frac{H}{r_2} \alpha_2}{(p+1)(T_1 - T_2 + \alpha_2 - \alpha_1)},$$

Fehler, der in x in Folge von $d\alpha$ eintritt, wenn wir das Glied für den Wasserwerth vernachlässigen, weil dies einen verschwindenden Einfluß ausübt, =

$$dx_1 = \frac{-x}{(T_1 - T_2 + \alpha_2 - \alpha_1)} d\alpha.$$

sieht, daß der Fehler um so kleiner wird, je größer die Differenz $(T_1 - T_2)$ und $(\alpha_2 - \alpha_1)$ ist. Das letztere wächst zuh mit der Differenz $(T_1 - T_2)$ und mit dem Procentgehalt der Lösung. Nehmen wir beispielsweise eine fünfprocentige Chlornatriumlösung; die Differenz $(T_1 - T_2)$ 25° und $(\alpha_2 - \alpha_1) = 0°,44$, so ist, wenn $d\alpha = 0,04$ angenommen wird, der Fehler in der spec. Wärme = $-0,00149$ = 0,16 Proc. Sey ferner der Fehler, der in p gemacht ist, dp , so ist der Fehler in der mittleren speci-

fischen Wärme $dm = \frac{1-c}{(p+1)^2} dp$. Der Fehler von p ist immer nur sehr klein; möge das Gewicht des Wassers zu 270 Gr. und das des Salzes zu 13,5 Gr. in Rechnung gezogen seyn; so wäre $p = 20$. In Wahrheit sey aber das Gewicht des Wassers 270,2 und das des Salzes 13,498, so daß sich die Fehler addiren; der Fehler dp ist dann $= -0,018$ und der Fehler $dm = -0,00003$, wenn $c = 0,214$ gesetzt wird. Es könnte den Anschein gewinnen, daß die Fehler für die mittlere specifische Wärme bei abnehmenden p bedeutend zunehmen; dies ist aber in der That nicht der Fall, da dann die Fehler für p auch kleiner werden. Wenn wir $p = 10$ setzen und dieselben Fehler in den Gewichten des Wassers und des Salzes annehmen, so wird der Fehler in der mittleren specifischen Wärme $dm = -0,00005$. Um die specifische Wärme der Lösung zu erhalten, wird die mittlere specifische Wärme mit einem echten Bruch multiplicirt, daher ist hierfür der Fehler, der von p herrührt, noch etwas kleiner. Da kleine Fehler, wie $0^{\circ},01$ in den Beobachtungen der Anfangstemperaturen des Wassers im Moment des Eintauchens des Salzes keinen merklichen Einfluß auf die specifische Wärme der Lösung haben, so beträgt also der Gesamtfehler dieser specifischen Wärme dx für eine fünfprocentige Chlornatriumlösung, wenn alle Fehler in demselben Sinne wirken und überall die Gränzwerthe erreicht sind, $-0,00152$ oder 16 Proc.

Der Fehler in λ ist

$$d\lambda = x \cdot \alpha_2 dp + \alpha_2 (1+p) dx + (1+p) x d\alpha_2$$

oder es ist, wenn $dp = -0,018$, $dx = -0,00152$ und $d\alpha_2 = +0,02$ gesetzt wird, $d\lambda = +0,035$.

Um den Fehler von λ zu bestimmen, sey darauf hingewiesen, daß, da in dem Ausdruck für λ die Differenz der mittleren specifischen Wärme und der specifischen Wärme der Lösung vorkommt, ein Fehler, der in der mittleren specifischen Wärme vorkommt in Folge des Fehlers in den Wägungen, fast genau in derselben Größe

auch in der specifischen Wärme der Lösung auftritt. Diese Fehler in den beiden specifischen Wärmen gleichen sich aber aus, da die Differenz derselben vorkommt; wir ziehen daher in dieser Differenz der specifischen Wärmen nur den Fehler in Rücksicht, den die specifische Wärme der Lösung in Folge des Fehlers der Differenz der Temperaturerniedrigungen enthält. Dieser Fehler ist allerdings immer der grössere; wir wollen ihn jetzt als Fehler der Differenz mit $d\delta$ bezeichnen. Es ist dann

$$dA = d\lambda + d\delta \cdot (p + 1) T_2 + \delta \cdot T_2 \cdot dp + \delta \cdot (p + 1) \cdot dT_2$$

oder es ist, wenn $T_2 = 19^\circ$, $dT_2 = +0,01$ gesetzt wird und $\delta = 0,015$ ist, $dA = 0,95$. Die beiden letzten Glieder in dA machen zusammen nur eine Einheit in der zweiten Decimale. Man sieht, daß der kleine Fehler in der specifischen Wärme der Lösung von bedeutendem Einfluß auf A ist; dieser Fehler wächst zugleich mit der Anfangstemperatur T ; aber es ist nicht zu übersehen, daß zugleich mit dem Intervall der Anfangstemperaturen bei Voraussetzung derselben Beobachtungsfehler, der Fehler in der specifischen Wärme der Lösung abnimmt.

Die specifische Wärme des festen Salzes habe ich nicht selbst bestimmt, mit Ausnahme für Ammoniumnitrat. Da aber diese GröÙe allen Rechnungen zu Grunde liegt, wird es nicht überflüssig seyn, zu untersuchen, welchen Einfluß ein Fehler in der Bestimmung derselben auf die specifische Wärme der Lösung, auf λ und A hat. Möge in der specifischen Wärme des festen Chlornatrium ein Fehler von 0,01 oder von 5 Proc. angenommen werden. Für die fünfprocentige Lösung wird der Fehler in der mittleren specifischen Wärme alsdann = 0,0005 oder 0,05 Proc., in der specifischen Wärme der Lösung = 0,000495. Der Fehler in λ ist 0,009 und der in A ist = 0,011. Man sieht hieraus zur Genüge, daß selbst bei Annahme eines Fehlers von 5 Proc. in der specifischen Wärme des festen Salzes die Hauptgrößen wenig alterirt werden. Da für die verschiedenen Procentgehalte und für die verschiede-

nen Salze die Genauigkeitsgrößen sich ändern, so möge eine kleine Zusammenstellung folgen, in der die Fehler in α , λ , \mathcal{A} zugleich mit den supponirten Beobachtungsfehlern angegeben sind.

Bezeichnet dP den Fehler im Gewicht des Wassers,

dr " " " " " " Salzes,

$d\alpha$ " " " " " " in der Temperaturerniedrigung bei der Anfangstemperatur T_1 ,

(die Bedeutung der übrigen Buchstaben ist nach dem Vorhergehenden klar) so ist für

	Chlornatrium		Natriumnitrat	
dP	-0,2	-0,1	-0,2	-0,1
dr	+0,002	+0,002	+0,002	+0,002
$d\alpha_1$	-0,02	-0,02	-0,02	-0,05
$d\alpha_2$	+0,02	+0,02	+0,02	+0,05
dp	-0,018	-0,0104	-0,007	-0,0034
dm	-0,00003	-0,000019	-0,000053	-0,0002
$d\delta$	+0,00149	+0,000149	+0,00118	+0,0028
T_1	+ 44	+ 44	+ 47	+ 57
T_2	+ 19	+ 19	+ 18	+ 29
α_1	+0,46	+0,46	+0,67	+14,3
α_2	+0,90	+0,90	+1,60	+14,6
$d\lambda_1$	-0,41	-0,41	-0,19	-0,32
$d\lambda_2$	+0,35	+0,35	+0,15	-0,05
$d\mathcal{A}_1$	+0,96	+0,96	+0,35	+0,23
$d\mathcal{A}_2$	+0,95	+0,95	+0,36	+0,23
dz	-0,00152	-0,00151	-0,00123	-0,0030
pg	5.	5.	11.	40.

In der letzten Reihe bei der 40 procentigen Lösung des Natriumnitrats ist für $d\alpha_1$ 0,05 gesetzt, weil, wie schon angegeben ist, hier die Versuche nur mit Thermometern ausgeführt werden konnten, die in 0°,1 getheilt waren.

Dafs für \mathcal{A} die Fehler alle positiv und für denselben Procentgehalt fast genau gleich werden, kann nicht auffallend erscheinen, wenn man bedenkt, dafs dz als negativ oder die Differenz der Temperaturerniedrigung $d\alpha$ als

positiv eingeführt ist, und daß die Art der Berechnung es verlangt, daß die \mathcal{A} einander gleich werden, indem unter dieser Voraussetzung x und also auch dx berechnet wird. Anders gestaltet sich die Sache, wenn x nicht aus zwei Werthen, sondern aus mehreren Werthen berechnet wird, da dann nur für die angenommenen Werthe $T_1, T^2, \alpha_1, \alpha_2$ die beiden \mathcal{A} einander gleich werden.

Ein Blick auf die Tabellen zeigt, daß die vorhin berechneten Beobachtungsfehler nie erreicht sind, da die Abweichungen der \mathcal{A} nicht so groß sind, als die berechneten Fehler; daher ist auch der Schluß berechtigt, daß die Fehler in den specifischen Wärmen, so lange die Beobachtungen mit den feinem Thermometern angestellt werden konnten, 0,002 nicht erreichen, selbst wenn ein Fehler von 5 Proc. in der specifischen Wärme des festen Salzes angenommen wird.

§. 8.

Ich habe für die specifischen Wärmen der Lösungen der sechs untersuchten Salze Formeln berechnet, welche dieselben innerhalb der beobachteten Werthe darstellen. Ich will ausdrücklich dem Vorgehen des Herrn Thomsen¹⁾ gegenüber hervorheben, daß meine Formeln für specifische Wärmen von Salzlösungen nur den Anspruch machen, dieselben innerhalb der Versuchsgränzen darzustellen, und daß ich darauf verzichtet habe, als erste Constante 1 einzuführen.

Beim Natriumnitrat und Ammoniumnitrat habe ich zwei Formeln zu Hülfe nehmen müssen; beim Natriumnitrat liegt der Grund zum Theil darin, daß bei der ersten Hälfte die Abhängigkeit der specifischen Wärme der Lösung von der Temperatur bestimmt wurde und hier die specifischen Wärmen für 0° in Rechnung gezogen wurden.

1. Chlornatrium.

Die specifische Wärme der Lösungen desselben läßt sich durch folgende Formel darstellen

1) Thomsen, Pogg. Ann. Bd. CXLII.

$$\alpha = 0,99608 - 0,01079 \text{ } pg + 0,000137 \text{ } pg^2$$

pg bedeutet hier, wie später, den Procentgehalt der Lösung.

pg	α gefunden	berechnet	Differenz
3,09	0,9638	0,9640	— 0,0002
5,15	0,9449	0,9441	+ 0,0008
11,05	0,8925	0,8935	— 0,0010
17,12	0,8526	0,8514	+ 0,0012
26,03	0,8072	0,8077	— 0,0005

2. Natriumnitrat.

Die spezifische Wärme der Lösungen läßt sich bei 0° von der 3procentigen bis 19procentigen Lösung darstellen durch

$$\alpha = 1,0015 - 0,01066 \text{ } pg + 0,000161 \text{ } pg^2$$

pg	α gefunden	berechnet	Differenz
3,03	0,9707	0,9707	0,0000
3,73	0,9658	0,9640	+ 0,0018
4,81	0,9523	0,9540	— 0,0017
5,62	0,9442	0,9466	— 0,0018
8,40	0,9234	0,9227	+ 0,0007
11,36	0,9025	0,9009	+ 0,0016
16,64	0,8700	0,8686	+ 0,0014
19,19	0,8559	0,8561	— 0,0002

Von $pg = 25$ bis $pg = 40,06$ ist

$$\alpha = 0,9410 - 0,004 \text{ } pg.$$

25,03	0,8417	0,8409	+ 0,0008
31,29	0,8153	0,8159	— 0,0006
40,06	0,7820	0,7808	+ 0,0012

Von $pg = 40,06$ bis $pg = 70,09$ ist

$$\alpha = 0,8703 - 0,002233 \text{ } pg,$$

40,06	0,7820	0,7809	+ 0,0011
49,98	0,7576	0,7587	— 0,0011
57,97	0,7376	0,7364	+ 0,0012
70,09	0,7121	0,7138	— 0,0017

3. Chlorkalium.

Die spezifische Wärme der Lösungen läßt sich darstellen durch

$$\alpha = 0,9965 - 0,011491 \, pg + 0,0001086 \, qg^2$$

pg	α gefunden	berechnet	Differenz
3,04	0,9625	0,9627	— 0,0002
4,22	0,9500	0,9499	+ 0,0001
5,58	0,9341	0,9357	— 0,0016
8,77	0,9041	0,9041	0,0000
11,60	0,8773	0,8779	— 0,0006
15,6	0,8448	0,8473	+ 0,0011
20,2	0,8078	0,8087	— 0,0009
25,2	0,7760	0,7759	+ 0,0001
29,4	0,7529	0,7525	+ 0,0004

4. Kaliumnitrat.

Die spezifische Wärme der Lösungen, läßt sich darstellen durch

$$\alpha = 0,9979 - 0,01039 \, pg + 0,000143 \, pg^2$$

pg	α gefunden	berechnet	Differenz
3,05	0,9673	0,9675	— 0,0002
4,15	0,9575	0,9574	+ 0,0001
5,62	0,9458	0,9440	+ 0,0018
8,40	0,9206	0,9207	— 0,0001
11,11	0,8997	0,9002	— 0,0005
15,31	0,8721	0,8723	— 0,0002
19,80	0,8484	0,8483	+ 0,0001

5. Chlorammonium.

Die spezifische Wärme der Lösungen läßt sich darstellen durch

$$\alpha = 0,9962 - 0,01114 \, pg - 0,000132 \, pg^2$$

pg	α gefunden	berechnet	Differenz
3,03	0,9645	0,9637	+ 0,0008
5,71	0,9341	0,9369	— 0,0028
9,98	0,8997	0,8980	+ 0,0017
14,99	0,8574	0,8588	— 0,0014
25,00	0,8003	0,7999	+ 0,0004

6. Ammoniumnitrat.

Die spezifische Wärme der Lösungen läßt sich darstellen durch $\alpha = 0,9835 - 0,00618 \, pg$ von $pg = 3$ bis $pg = 20$ und durch $\alpha = 0,7925 + 0,008555 \, pg - 0,0002575 \, pg^2$ von $pg = 20$ bis $pg = 40$.

pg	α gefunden	berechnet	Differenz
3,04	0,9654	0,9647	+ 0,0007
10,01	0,9208	0,9211	— 0,0003
20,00	0,8606	0,8599	+ 0,0007
20,00	0,8606	0,8606	0,0000
30,00	0,8774	0,8774	0,0000
40,00	0,7227	0,7227	0,0000.

Beim Natriumnitrat tritt die Richtungsänderung der Curve, die die spezifische Wärme darstellt, in demselben Intervalle ein, in dem die mittlere spezifische Wärme der Bestandtheile größer als die spezifische Wärme der Lösung ist, in dem Intervall zwischen 40 Proc. und 50 Procent.

Die spezifischen Wärmen des Ammoniumnitrats verdienen nicht so viel Vertrauen, als die der übrigen Salze, weil das Temperaturintervall, vermittelst dessen die spezifische Wärme der Lösung bestimmt wurde, nur klein war und nie 20° erreicht hat. Der Grund davon lag ein Mal darin, daß mir kein Schnee mehr zu Gebote stand, um niedrige Temperaturen herzustellen, dann darin, daß dieses Salz, auch wenn es vorher geschmolzen war, oberhalb 39° eine eigenthümliche Veränderung erfährt. Die Versuche, die bei 40° angestellt wurden, d. h. die, bei

denen das Salz auf 40° erwärmt war, lieferten ganz schwankende Resultate; die Temperaturerniedrigungen waren aber alle im Verhältniß zu den früher beobachteten zu klein. Auch die Werthe des Chlorammonium sind nicht so sicher, als die übrigen, weil trotz der Vergoldung das Calorimeter während des Lösungsactes noch etwas angegriffen wurde; es ist möglich, daß dies einen kleinen Einfluß auf die Zahlen ausgeübt hat.

§. 9.

Da über specifische Wärmen von Salzlösungen Versuche von Schüller¹⁾, Thomsen²⁾ und Marignac³⁾ vorliegen, so will ich eine Zusammenstellung der verschiedenen Werthe folgen lassen. Die Werthe von Thomsen und Marignac sind die direct durch Versuche bestimmten, die von Schüller und mir sind nach Formeln berechnet. Beim Chlornatrium habe ich zur Bestimmung der Werthe des Hrn. Schüller eine nach den Werthen des Hrn. Schüller von mir nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnete Formel angewendet.

1. Chlornatrium

<i>pg</i>	Specifische Wärme		Differenz
	nach Marignac	nach Winkelmann	
26	0,810	0,808	+ 0,002
13	0,876	0,879	— 0,003
6,5	0,928	0,932	— 0,004
3,25	0,960	0,962	+ 0,002

<i>pg</i>	nach Schüller	nach Thom- sen	nach Winkel- mann	Differenz der Schüller u. Winkelmann	Werthe von Thomsen u. Winkelmann
32,5	0,783	0,791	0,789	— 0,006	+ 0,002
16,25	0,850	0,863	0,857	— 0,007	+ 0,006
10,83	0,885	0,895	0,895	— 0,010	0,000
6,5	0,922	0,931	0,932	— 0,010	— 0,001
3,25		0,962	0,962		0,000

1) Schüller, Pogg. Ann. Bd. CXXXIV.

2) Thomsen, Pogg. Ann. Bd. CXLII.

3) Marignac, Liebig Ann. Supplementbd. VIII.

2. Natriumnitrat.

<i>p</i> g	nach Schül- ler	nach Thom- sen	nach Winkel- mann	Differenz der Schüller u. Winkelmann	Werthe von Thomsen u. Winkelmann
47,2	0,775	0,769	0,764	+ 0,011	+ 0,005
18,89	0,88	0,863	0,862	+ 0,018	+ 0,001
9,44	0,93	0,918	0,918	+ 0,015	0,000
4,72		0,950	0,955		— 0,005
2,36		0,975	0,977		— 0,002

3. Chlorkalium.

27,58	0,770	0,761	0,762	+ 0,008	— 0,001
13,79	0,870	0,850	0,858	+ 0,012	— 0,008
8,28	0,911	0,904	0,908	+ 0,003	— 0,004
4,14	0,955	0,948	0,950	+ 0,005	— 0,002
2,07		0,970	0,973		— 0,003

4. Kaliumnitrat.

22,44	0,846	0,832	0,837	+ 0,009	— 0,005
11,22	0,910	0,901	0,900	+ 0,010	+ 0,010
5,61		0,942	0,944		— 0,002
2,80		0,966	0,969		— 0,003

5. Chlorammonium.

9,27	0,769	0,778	0,781	— 0,012	— 0,003
11,89	0,895	0,881	0,882	+ 0,013	— 0,001
5,94	0,944	0,937	0,934	+ 0,010	+ 0,003
2,97		0,966	0,965		+ 0,001

6. Ammoniumnitrat.

22,22		0,859	0,856		+ 0,003
8,88		0,929	0,929		0,000
4,44		0,962	0,956		+ 0,006

Die Zahlen des Hrn. Marignac für Chlornatrium stimmen gut mit den meinigen überein.

Die größten Differenzen zwischen den Werthen des Hrn. Schüller und den meinigen finden sich beim Natriumnitrat. Die Zahlen sind indess nicht strenge vergleichbar, da meine Werthe die wahren specifischen Wär-

men bei 18° , der Temperatur, bei welcher Hr. Thomsen seine Versuche angestellt hat, bedeuten, während Hr. Schüller die mittleren specifischen Wärmen zwischen den Temperaturgränzen seiner Versuche giebt. Für die übrigen Lösungen differiren Hrn. Schüller's und meine Zahlen bis auf etwa 1 Proc., der von Hrn. Schüller angegebenen Genauigkeitsgränze.

Die Abweichungen der Werthe des Hrn. Thomsen gegenüber den meinigen betragen 1 Mal 0,008, während sonst 0,006 nicht überschritten wird. Zwar behauptet Hr. Thomsen, daß die Fehler in seinen Werthen nicht 0,2 Proc. übersteigen; indess ist zu bemerken, daß Hr. Thomsen seine Genauigkeitsgränze nur dadurch bestimmte, daß bei einer größeren Reihe von Versuchen, — wie viel, ist nicht angegeben, — die denselben Werth liefern mußten, Werthe auftraten, welche vom Mittel aller gefundenen Zahlen nicht mehr als 0,2 Proc. differirten. Hr. Thomsen schließt dann weiter, indem er das Mittel dieser Werthe als den wahren Werth betrachtet, daß überhaupt für jeden einzelnen Versuch der Fehler nicht 0,2 Proc. überschreite. Abgesehen davon, daß die einzelnen Versuche nicht direct in Bezug auf ihre Fehlergränzen vergleichbar sind, liegt dem Schlusse des Hrn. Thomsen die falsche Voraussetzung zu Grunde, daß das Mittel seiner Werthe der wahre Werth sey; daher ist die Bestimmung der Fehlergränze von 0,2 Proc. illusorisch. Wenn ich an der früheren Bestimmung der Genauigkeitsgränze der von mir untersuchten specifischen Wärmen festhalte und als Fehler jedes Mal die äußerste Gränze 0,002 setze, so erreicht der Fehler in den von Hrn. Thomsen bestimmten specifischen Wärmen 1 Mal 0,7 Proc. und geht sonst bis zu 0,4 Proc.

§. 10

Die Werthe für λ , die also angeben, wie viel Wärme zuzuführen ist, um bei 0° 1 Gr. Salz in einer bestimmten Wassermenge zu lösen, stehen in keiner einfachen Bezie-

hung zu den übrigen Werthen, welche für die Lösung maafsgebend sind; es läfst sich nur sagen, dafs sie mit abnehmender Wassermenge abnehmen und zwar Anfangs sehr stark. Bei allen Salzen, die untersucht wurden, trat die Eigenthümlichkeit ein, dafs die Curve, die die A als unabhängig vom Procentgehalt darstellt, bei einem bestimmten Procentgehalt einen neuen unabhängigen Verlauf nimmt, so dafs es überall nöthig wurde, die Curve durch zwei Gleichungen darzustellen. Der Punkt, in dem die beiden Curven, die den Gleichungen entsprechen, sich schneiden, liegt bei den einzelnen Salzen an verschiedenen Stellen.

Folgende Formeln stellen die Werthe von A bei den einzelnen Salzen dar.

1. Chlornatrium.

$$A = 32,1 - 1,837 \, pg + 0,0687 \, pg^2 \text{ bis } pg = 11,2$$

$$A = 28,62 - 0,8475 \, pg + 0,00791 \, pg^2$$

pg	A		Differenz
	gefunden	berechnet	
3,09	27,12	27,08	+ 0,04
5,15	24,20	24,46	— 0,26
7,98	22,05	21,82	+ 0,23
11,05	20,19	20,16	+ 0,03
11,20		20,10	
11,20		20,12	
14,06	18,29	18,21	+ 0,08
17,12	16,30	16,43	— 0,13
20,01	14,88	14,83	+ 0,05
23,01	13,52	13,31	+ 0,21
26,03	11,95	11,93	+ 0,02
29,03	10,69	10,72	— 0,03
32,04	9,59	9,58	+ 0,01

2. Natriumnitrat.

$$A = 64,4 - 0,728 \text{ } pg \quad \text{bis } pg = 23,6$$

$$A = 58,1 - 0,5221 \text{ } pg + 0,002644 \text{ } pg^2$$

pg	A		Differenz
	gefunden	berechnet	
3,03	62,32	62,20	+ 0,12
3,73	61,47	61,68	- 0,21
4,81	60,90	60,90	0,00
5,62	60,25	60,31	- 0,06
8,40	58,28	58,28	0,00
11,36	55,65	56,13	- 0,48
16,64	52,34	52,28	+ 0,06
19,19	50,56	50,43	+ 0,13
23,6		47,23	
23,6		47,25	
25,0	46,5	46,7	- 0,2
31,3	44,2	44,3	- 0,1
40,0	41,9	41,5	+ 0,4
50,0	38,4	38,6	- 0,2
60,0	36,3	36,2	+ 0,1
70,0	34,5	34,5	0,0

3. Chlorkalium.

$$A = 69,48 - 0,75 \text{ } pg \quad \text{bis } pg = 9,6$$

$$A = 65,54 - 0,34 \text{ } pg.$$

pg	A		Differenz
	gefunden	berechnet	
3,04	67,01	67,20	- 0,19
4,22	66,48	66,32	+ 0,16
5,59	65,32	65,18	+ 0,14
8,77	62,81	62,90	- 0,09
9,60		62,28	
9,60		62,28	
11,6	61,47	61,60	- 0,13
15,6	60,21	60,24	- 0,03
20,2	58,95	58,67	+ 0,28
25,2	57,14	56,97	+ 0,17
29,4	55,31	55,54	- 0,23

4. Kaliumnitrat.

$$A = 95,9 - 2,123 \text{ } pg \quad \text{bis } pg = 5,6$$

$$A = 85,64 - 0,161 \text{ } pg - 0,0246 \text{ } pg^2.$$

pg	A	Differenz
gefunden	berechnet	
3,05	89,43	0,00
4,15	87,16	+ 0,06
5,62	83,97	0,00
5,62	83,97	+ 0,07
8,4	83,0	+ 0,4
11,1	81,3	+ 0,5
15,3	76,9	- 0,5
19,8	73,4	+ 0,6

5. Chlorammonium.

$$A = 85,66 - 0,357 \text{ } pg - 0,0192 \text{ } pg^2 \quad \text{bis } pg = 9,98$$

$$A = 78,26 + 0,387 \text{ } pg - 0,0287 \text{ } pg^2.$$

6. Ammoniumnitrat.

$$A = 92,25 - 1,737 \text{ } pg + 0,04025 \text{ } pg^2 \quad \text{bis } pg = 20$$

$$A = 89,1 - 0,985 \text{ } pg + 0,0105 \text{ } pg^2.$$

Da für jedes der beiden letzten Salze nur 6 Werthe vorliegen, so würde es überflüssig seyn, dieselben nochmals zu wiederholen.

Wie man sieht, ist bei drei Salzen, beim Natriumnitrat, Chlorkalium und Kaliumnitrat, die erstere Hälfte der Curve eine gerade Linie, beim Chlornatrium und Ammoniumnitrat hat die Curve in dem ersten Theil ihre convexe Seite nach unten gewendet, beim Chlorammonium hingegen die concave Seite. In der zweiten Hälfte ist für Chlorkalium die Curve wieder eine gerade Linie, für Chlornatrium, Natriumnitrat und Ammoniumnitrat ist die convexe Seite der Curve nach unten gewendet und für Kaliumnitrat und Chlorammonium die concave Seite. Man könnte geneigt seyn, aus dieser Unregelmäßigkeit den Schluß zu ziehen, daß eine gerade Linie überall die A in ihrem Verlaufe als abhängig vom Procentgehalte darstelle; indessen wür-

den dann die Abweichungen doch zu groß, als daß diese Folgerung erlaubt sey.

§. 11.

Hr. Person hat in der schon gedachten Abhandlung Versuche über Chlornatrium, Natriumnitrat und Kaliumnitrat mitgetheilt, deren Resultate mit den von mir gefundenen vergleichbar sind; ich theile zugleich die specifischen Wärmen, die Hr. Person bei seiner Berechnung zu Grunde gelegt hat, mit.

1. Chlornatrium.

No.	pg	<i>A</i>			Specifische Wärme		
		nach P.	nach W.	Diff. der <i>A</i> .	nach P.	nach W.	Diff. d. s. W.
1	27,4	10,64	11,34	— 0,70	0,8014	0,8025	— 0,0011
2	13,7	18,15	18,49	— 0,34	0,8721	0,8738	— 0,0017
3	6,77	23,37	22,80	+ 0,57	0,9288	0,9293	— 0,0005

2. Natriumnitrat.

1	65,5	36,10	35,25	+ 0,85	0,7369	0,7240	+ 0,0129
2	20	48,62	49,83	— 1,21	0,8682	0,8527	+ 0,0155
3	10	55,46	57,12	— 1,66	0,9214	0,9110	+ 0,0104
4	5	59,03	60,76	— 1,73	0,9586	0,9512	+ 0,0074

3. Kaliumnitrat.

1	20	72,27	72,58	— 0,31	0,8542	0,8473	+ 0,0069
2	10	80,48	81,57	— 1,09	0,9172	0,9083	+ 0,0089
3	5	86,38	85,29	+ 1,09	0,9530	0,9495	+ 0,0035

Die Differenzen zwischen den Werthen des Hrn. Person und den meinigen sind ziemlich bedeutend; dieselben lassen sich zum Theil aus der Verschiedenheit der specifischen Wärmen erklären. Da indeß die von Person gefundenen Werthe für einen bestimmten Procentgehalt eines Salzes zuweilen mehr von einander abweichen, als das Mittel der von Person bestimmten Werthe von den meinigen, so wird man aus der Nichtübereinstimmung meiner und der Person'schen Zahlen kein Argument gegen die Genauigkeit meiner Bestimmungen nehmen können.

§. 12.

Es ist von Wichtigkeit, wie sich später zeigen wird, mit den Wärmemengen, die zur Lösung des Salzes bei 0° erforderlich sind, die Wärmemengen zu vergleichen, die bei einer andern Temperatur z. B. bei 50° verbraucht werden. In den folgenden Tabellen ist diese Wärmemenge mit λ_{50} bezeichnet und vor jedem Salz zugleich die Formel angegeben, welche dieselbe darstellt.

1. Chlornatrium.

$$\lambda_{50} = 6,41 - 0,07 \text{ } pg.$$

<i>pg</i>	λ_{50}		Differenz
	gefunden	berechnet	
3,09	6,00	6,19	— 0,19
5,15	6,33	6,05	+ 0,28
11,05	5,49	5,64	— 0,15
17,12	5,22	5,21	+ 0,01
26,03	4,61	4,59	— 0,02

2. Natriumnitrat.

$$\lambda_{50} = 51,1 - 0,3037 \text{ } pg \text{ bis } pg = 33,1$$

$$\lambda_{50} = 45,1 - 0,123 \text{ } pg.$$

3,03	50,0	50,2	— 0,2
3,73	50,7	50,0	+ 0,8
4,81	49,3	49,6	— 0,3
5,62	49,3	49,4	— 0,1
8,40	48,5	48,5	0,0
11,36	46,9	47,6	— 0,7
16,64	45,9	46,0	— 0,1
19,19	45,2	45,3	— 0,1
25,0	43,7	43,5	+ 0,2
31,3	42,2	41,6	+ 0,6
40	40,5	40,2	+ 0,3
50	38,8	39,0	— 0,2
60	37,9	37,7	+ 0,2
70	36,4	36,5	— 0,1

3. Chlorkalium.

$$\lambda_{50} = 45,3 - 0,1 \text{ } p g.$$

<i>pg</i>	λ_{50}		Differenz
	gefunden	berechnet	
3,0	44,7	45,0	— 0,3
4,2	46,1	44,9	+ 1,2
5,6	44,4	44,7	— 0,3
8,8	44,7	44,0	+ 0,3
11,6	43,9	44,1	— 0,2
15,6	44,1	43,7	+ 0,4
20,2	43,2	43,3	— 0,1
25,2	42,9	42,8	+ 0,1
29,4	42,3	42,4	— 0,1

4. Kaliumnitrat.

$$\lambda_{50} = 73,66 - 0,42 \text{ } p g.$$

3,0	72,4	72,4	0,0
4,1	71,9	71,9	0,0
5,6	71,1	71,3	— 0,2
8,4	69,8	70,1	— 0,3
11,1	69,2	69,0	+ 0,2
15,3	66,8	67,2	— 0,4
19,8	65,5	65,3	+ 0,2

5. Chlorammonium.

$$\lambda_{50} = 55,1 + 0,1 \text{ } p g.$$

3,0	55,4	55,4	0,0
5,7	56,0(53,4)	55,7	+ 0,3
10	56,3	56,1	+ 0,2
15	56,5	56,1	— 0,1
25	57,6	57,6	0,0

Man sieht, daß hier im Gegensatz zu *A* die λ_{50} sich überall durch gerade Linien darstellen lassen. Die Differenzen, die vielleicht groß erscheinen möchten, werden durch kleine Fehler in den spezifischen Wärmen erklärt.

Nimmt man z. B. bei No. 2 des Natriumnitrats einen Fehler von 0,001 in der specifischen Wärme der Lösung an, so wird der Unterschied in λ_{50} , 1,3; während die Abweichung von der geraden Linie nur 0,8 beträgt. Ebenso wird der Fehler in No. 10, wenn man einen Fehler von 0,003 in der specifischen Wärme annimmt, 0,6. Hier ist es gestattet, einen Fehler von 0,003 anzunehmen, weil die Beobachtungen nur mit Thermometern ausgeführt werden konnten, die in 0°,1 getheilt waren. Auch der Fehler in No. 2 des Chlorkaliums wird durch Annahme eines Fehlers von 0,001 erklärt. Die erste der Zahlen in No. 2 des Chlorammonium entspricht der specifischen Wärme, die nach der vorhin aufgestellten Formel berechnet ist, die zweite Zahl der direct aus den vier Versuchen abgeleiteten ¹⁾.

Die Formeln, die die Wärmemengen, die zur Lösung bei 50° erforderlich sind, darstellen, können jedenfalls keinen Anspruch darauf machen, der wahre Ausdruck dieser Wärmemengen zu seyn; sondern sie stellen nur die Werthe in einer Weise dar, daß die Abweichungen von ihnen durch Beobachtungsfehler erklärt werden können. Man hat selbst keine Wahrscheinlichkeit, daß für irgend eine Temperatur die Wärmemengen sich in so einfacher Weise zu einander verhalten. Denn bezeichnet $f(pg)$ den wahren Ausdruck der Wärmemengen, die zuzuführen sind, um bei 0° 1 Gr. Salz in $\frac{100}{pg}$ Gr. Wasser zu lösen, wo pg den Procentgehalt bedeutet, und ferner $\varphi(pg)$ ²⁾ die Differenz der mittleren specifischen Wärme und der specifischen Wärme der Lösung, multiplicirt mit $\left(\frac{100}{pg} + 1\right)$, also

$$\varphi(pg) = \left(\frac{\frac{100}{pg} + c}{\frac{100}{pg} + 1} - x \right) \left(\frac{100}{pg} + 1 \right),$$

- 1) Für Ammoniumnitrat lassen sich die λ_{50} nicht durch eine gerade Linie darstellen.
- 2) Es wird vorausgesetzt, daß f und φ sich in Reihen entwickeln lassen, die nach Potenzen von pg fortschreiten.

so ist die Wärmemenge, die bei der Temperatur t zuzuführen ist, um 1 Gr. Salz in $\frac{100}{pg}$ Gr. Wasser zu lösen

$$\lambda_t = f(pg) - \varphi(pg)t.$$

Wenn daher für irgend eine Temperatur t , λ_t durch eine gerade Linie dargestellt würde, so müßten sich alle Constanten in den beiden Functionen, deren Coëfficient pg von einer andern, als der 0ten und 1sten Potenz ist, wenn man die Constanten in φ mit t multiplicirt, aufheben oder die Quotienten der mit gleichen Factoren multiplicirten Constanten müßten gleich $= + t$ seyn. Daß sich die λ_{100} , wie es geschehen ist, durch gerade Linien darstellen lassen, wenn man Fehler in den specifischen Wärmen der Lösungen annimmt, beweist daher nicht, daß diese Fehler gemacht sind, sondern nur, daß die weiteren Glieder in den Functionen f und φ in ihrer Summe nur so groß sind, daß sie durch die angegebenen Fehler in den specifischen Wärmen sich ausgleichen.

§. 13.

Herr Person hat bei Discussion der von ihm gefundenen Resultate zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß die Lösungswärme, d. h. die Wärme, die verbraucht wird, um 1 Gr. Salz in p Gr. Wasser bei einer bestimmten constanten Temperatur zu lösen, in zwei Theile zerfällt, erstens in die Wärme, die zum Flüssigmachen des Salzes verwandt wird und zweitens in die Wärme, die zum Vertheilen des Salzes in Wasser nöthig ist. Er schloß daraus, daß die Lösungswärme mit abnehmender Wassermenge abnehmen müsse. Dieser Schluß des Hrn. Person ist indeß nicht allgemein richtig, wie sich aus den gefundenen Zahlen beweisen läßt. Berechnet man nämlich für Chlornatrium bei verschiedenen Wassermengen die Temperaturen, bei denen keine Temperaturerniedrigung in Folge der Lösung eintritt, so müßten diese nach dem Satz des Hrn. Person mit abnehmender Wassermenge abnehmen; es ist das aber nicht der Fall. Denn diese

Temperaturen sind, wenn man auf 1 Gr. Salz 19,4; 5,8; 3,8 Gr. Wasser nimmt, resp. 71°, 74°, 80°. Während also keine Wärme mehr zuzuführen ist, um bei 71° 1 Gr. Salz in 19,4 Gr. Wasser zu lösen, muß, um bei derselben Temperatur 1 Gr. Salz in 5,8 oder 3,8 Gr. Wasser zu lösen, noch Wärme zugeführt werden. Ebenso zeigt Chlorammonium, daß schon bei 50° die zuzuführende Wärmemenge mit abnehmender Wassermenge wächst; denn die Curve, die die λ_{50} darstellt, steigt zugleich mit dem Procentgehalt. Chlorkalium zeigt ein ganz deutliches Steigen der zuzuführenden Wärmemengen mit abnehmender Wassermenge, wenn man die Wärmemengen für 100° berechnet. Man kann überhaupt aus einer Vergleichung der λ und λ_{50} ganz allgemein den Schluß ziehen, daß der Satz des Hrn. Person nicht für alle Temperaturen bestehen kann. Denn bezeichnet man die Wärmemenge, die bei t° zuzuführen ist, um 1 Gr. Salz in p Gr. Wasser zu lösen, mit $f(pt)$, so giebt eine Vergleichung der λ und λ_{50} den Beweis, daß bei allen Salzen fast überall¹⁾

$$f(p_1, 0) - f(p_2, 0) > f(p_1, 50) - f(p_2, 50), \quad (I)$$

wenn $p_1 > p_2$ vorausgesetzt wird.

Nun ist

$$f(p_1, 50) = f(p_1, 0) - [p_1 + c - x_1(p_1 + 1)] 50$$

und

$$f(p_2, 50) = f(p_2, 0) - [p_2 + c - x_2(p_2 + 1)] 50.$$

wo c die specifische Wärme des festen Salzes und x die der Lösung bezeichnet. Es ist also

$$\begin{aligned} f(p_1, 0) - f(p_2, 0) &> f(p_1, 0) - [p_1 + c - x_1(p_1 + 1)] 50 - \\ &\quad - f(p_2, 0) - [p_2 + c - x_2(p_2 + 1)] 50 \end{aligned}$$

oder

$$p_1 + c - x_1(p_1 + 1) > p_2 + c - x_2(p_2 + 1).$$

- 1) Wenn man die berechneten Werthe von λ und λ_{50} nimmt, so besteht die Ungleichung I überall; für die beobachteten Werthe besteht sie ebenfalls, wenn man den zweiten Werth des Natriumnitrats, der einem Procentgehalt von 3,73 entspricht, und den zweiten Werth des Chlorkaliums, der einem Procentgehalt von 4,2 entspricht, nicht berücksichtigt.

Ist jetzt

$$p_1 + c - \kappa_1(p_1 + 1) = a \text{ und}$$

$$p_2 + c - \kappa_2(p_2 + 1) = b,$$

so ist, wenn man a und b als unabhängig von der Temperatur ansieht,

$$f(p_1, t) = f(p_1, 0) - a \cdot t \text{ und}$$

$$f(p_2, t) = f(p_2, 0) - b \cdot t.$$

Daher

$$f(p_1, t) - f(p_2, t) = f(p_1, 0) - (a - b)t.$$

Da $f(p_1, 0)$ und $f(p_2, 0)$ unabhängig von t sind und da $a > b$ ist, so wird bei hinreichend großem t die rechte Seite der letzten Gleichung negativ und daher

$$f(p_2, t) > f(p_1, t),$$

d. h. bei hinreichend großem t wird die zuzuführende Wärmemenge größer, wenn die Wassermenge abnimmt.

Wenn sich nun auch nicht für alle Salze diese Temperatur t , bei der ein Wachsen von $f(p, t)$ mit abnehmendem p eintritt, mit hinreichender Genauigkeit berechnen läßt, da die Voraussetzung, daß die specifischen Wärmen in so weiten Gränzen constant seyen, jedenfalls nicht vollkommen der Wahrheit entspricht, so zeigt doch die vorhergehende Entwicklung, auch ohne daß man die bestimmt aufgestellten Werthe für Chlornatrium und Chlorammonium zu Hülfe nimmt, daß der Satz des Hrn. Person nicht allgemein richtig ist, und weiter, daß es nicht auffallend ist, wenn er für einige Temperaturen besteht, für andere dagegen nicht. Es läßt sich daher aus dem Gesagten der Schluß ziehen, daß zwischen der Lösungswärme und der Wassermenge, die zum Lösen verwandt wird, keine allgemeine einfache Beziehung existirt, selbst die nicht, daß die Lösungswärme mit wachsender Wassermenge zunimmt.

**II. Ueber die Veränderung des Volumens fester Körper in Folge der Bildung chemischer Verbindungen von demselben Aggregatzustande;
von W. Müller in Perleberg.**

In einer früheren Abhandlung ¹⁾ habe ich nachgewiesen, daß unter den starren Verbindungen des Chlors, Broms und Jods, deren Affinitätsverhältnisse besonders gut bekannt sind, allemal diejenige die Bestandtheile fester zusammenhält, bei deren Bildung jene Elemente näher zusammentraten. In je stärkerem Maasse das Gesamtvolumen der unverbundenen Stoffe nach der Vereinigung verringert war, um so schwieriger wurde es gefunden, die Verbindung derselben wieder aufzuheben. Auch die Verbindungen des Schwefels mit den Metallen ließen jene Erscheinung unverkennbar hervortreten, aber mit ihnen war zunächst das Gebiet dieser Vergleichen abgeschlossen. Es fehlt zwar nicht an Verbindungen, für deren Bestandtheile die Atomwärme constant ist, indem diese hier unerläßliche Anforderung unter andern nach den neuesten Untersuchungen von Kopp als bei den verschiedenartigsten starren Verbindungen erfüllt dargethan ist. Dagegen ist bei anderen als den erwähnten Reihen von zusammengesetzten Körpern der Bedingung nicht genügt, daß man das Volumen der Bestandtheile vor der Vereinigung im starren Zustande anzugeben vermag.

Diese Schwierigkeit zu beseitigen war ich zwar nicht im Stande, indessen habe ich versucht, das angegebene Princip auf folgende Weise weiter und allgemein in Anwendung zu bringen.

Wenn zwei Stoffe sich chemisch mit einander verbinden, so dehnt sich jeder von ihnen über den von der ganzen Verbindung eingenommenen Raum gleichmäÙig aus. Würden nun zwei gleiche Mengen verschiedener

1) Pogg. Ann. Bd. 139, S. 287.

Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

Stoffe dasselbe Quantum eines dritten Körpers aufnehmen, so könnte man aus dem Grade der Ausdehnung schließen, welcher von beiden mit den Massentheilchen jenes dritten näher zusammen getreten wäre. Die Bedingung der Aufnahme gleicher Mengen eines dritten Körpers ist zwar wiederum durch die Thatsachen nicht geboten, es erscheint jedoch wahrscheinlich, daß gleiche Lagerung der zusammentretenden Theilchen vorausgesetzt, die Ausdehnung eines Körpers der Menge des von ihm gebundenen Stoffes proportional ist. Weil diese Hypothese schließlich zu Resultaten führt, welche mit unserer Erfahrung sehr gut übereinstimmen — und das ergiebt sich in der That —, so wird ihre Zulässigkeit dadurch um so mehr gesichert. Mit der ausgesprochenen Voraussetzung lassen sich dann ohne Weiteres die zum Vergleichen nothwendigen Zahlen herleiten. Man berechnet nämlich, wieviel gleiche Volumina verschiedener fester Körper sich ausdehnen, wenn sie gleichviel Gewichtsprocente von demselben fremden Stoffe aufnehmen.

Wie in der früheren Abhandlung, so sind auch dieses Mal nur solche Verbindungen zusammengestellt, die nach der Uebereinstimmung der gangbaren Formeln als gleich constituirt anzusehen sind. Dabei ist kein Unterschied gemacht, ob in einem Molecül ein Atom eines zweiwerthigen Elementes oder zwei eines einwerthigen Elementes sich vorfinden.

Zuerst folgt die wichtige Reihe der festen Oxyde mit dem Kaliumoxyd als Ausgangspunkt. Dasselbe enthält 20,5 Procent Sauerstoff, die Volumenänderung des Kaliums ist dann mit der von anderen Elementen verglichen, wenn diese ebenfalls 20,5 Procent Sauerstoff binden.

Formel	Spezifisches Gewicht	Volumen des Elements	Volumen des Oxyds	Differenz beider	Ausdehnung des Volumens 1	Ausdehnung durch 20,5 Proc. Sauerstoff
Oxyde von der Formel MO oder M ₂ O.						
K ₂ O	2,66 Karsten	90,46 K ₂	35,43	55,03	-0,61	-0,61
Na ₂ O	2,81 Karsten	47,32 Na ₂	22,07	25,25	-0,54	-0,31
Ba O	4,73 Karsten	34,24 Ba = 4 Clarke	32,35	1,89	-0,05	-0,09
Sr O	5,46 Filhol	34,52	28,04	6,20	-0,18	-0,30
Ca O	3,93 Karsten	25,34	26,34	8,18	-0,25	-0,28
Mg O	3,16 Karsten	17,72	17,72	7,62	-0,30	-0,15
Sn O	3,2 Karsten	13,79	12,5	1,29	-0,09	-0,026
Zn O	6,7 Berzelius	15,92	20,0	4,08	+0,26	+0,39
Ni O	5,6 Boulay	9,4	14,5	5,1	+0,54	+0,44
Cd O	6,6 Genth	6,6	11,2	4,6	+0,7	+0,5
Cu O	6,95 Karsten	13,0	18,4	5,4	+0,4	+0,6
	6,43 Karsten	7,1 Cu = 8,9	12,4	5,3	+0,75	+0,6
Pb O	9,2 Karsten	18,1	24,2	6,1	+0,33	+0,87
Hg O	11,19 Karsten	14	19,4	5,4	+0,38	+0,95
Ag ₂ O	14,39 starres Quecksilber Schmelze	20,62	28,07	7,45	+0,36	+0,99

Formel	Spezifisches Gewicht	Volumen des Elements	Volumen des Oxyds	Differenz beider	Ausdehnung des Volumens 1	Ausdehnung durch 20,5 Proc. Sauerstoff
Oxyde von der Formel $M_2 O_3$.						
$Al_2 O_3$	4,15 Royer u. Dumas	20,4	24,82	4,42	+0,22	+0,05
$B_2 O_3$	1,83 Royer u. Dumas	8,2 ? kryst. Wöhler	38,2	30	+3,66	+0,34
$Cr_2 O_3$	5,21 Wöhler	15,3 Wöhler	29	13,7	+0,8	+0,35
$Sb_2 O_3$	6,2 H. Schiff	17,4 Richter	24,5	7,1	+0,41	+0,18
$Co_2 O_3$	5,6 Mohs	36,4	52,1	15,7	+0,43	+0,45
$Fe_2 O_3$	5,6 ?	13,8	29,6	15,8	+1,14	+0,57
$Bi_2 O_3$	5,17 H. Rose	14,31	30,95	16,59	+1,16	+0,57
$Mn_2 O_3$	8,17 Karsten	43,2	57	13,8	+0,32	+0,57
$As_2 O_3$	4,82 Haidinger	13,73	32,8	19,07	+1,4	+0,6
$Ni_2 O_3$	3,7 Karsten	25,18	54	28,82	+1,14	+0,74
	4,85 Herapath	13,2	34	20,8	+1,58	+0,79
$W_2 O_3$	7,14 Karsten	10,5	32,5	22	+2,1	+1,6
Oxyde von der Formel MO_2 .						
SiO_2	2,6	12,7 Winkler	28,3	10,6	+0,83	+0,15
SnO_2	6,9 Boullay	15,92	21,74	5,82	+0,37	+0,27
MoC_2	5,7 Bucholz	11,2	22,5	11,3	+1,0	+0,66

Was über den schwierigen Gegenstand des Grades der chemischen Verwandtschaft festgestellt worden, findet sich mit Sorgfalt zusammen getragen in dem Handbuche der anorganischen Chemie von L. Gmelin, und diese Affinitäts-Columnen (5. Aufl. I, 135) stimmen in überraschend hohem Grade mit den Resultaten der vorstehenden Rechnung zunächst für die Oxyde Mo überein. Alle anerkannt weit differirenden Verwandtschaften sind durch große Unterschiede in der Veränderung des Volumens gekennzeichnet, und zwar in dem Sinn des ausgesprochenen Princip. Bei den zahlreichen in Frage kommenden Combinationen — jedes einzelne Element ist mit allen anderen zu vergleichen — finden sich verhältnißmäßig nur sehr wenige Abweichungen für solche Elemente, welche sich erfahrungsmäßig in Bezug auf die Affinität zum Sauerstoff nahe stehen. Zinn steht nach der Verdichtung vor Zink und Nickel und Kupfer vor dem Blei, während in den Columnen die Reihenfolge die umgekehrte ist. Diesem Umstand ein größeres Gewicht beizulegen ist aus zwei Gründen unstatthaft, einmal ist es für einander nahe stehende Stoffe schwierig, den Unterschied in der Verwandtschaft festzustellen, und dann schwanken die Angaben für das specifische Gewicht innerhalb so weiter Gränzen, daß bis zu diesem Grade genaue Consequenzen an dieselben zu knüpfen unthunlich ist. Uebrigens mag nicht unerwähnt bleiben, daß die Versuche von Karsten (Schwgg. 66, 395) für die hier geforderte größere Verwandtschaft des Kupfers zum Sauerstoff sprechen. Blei im Ueberschuß mit Kupferoxyd zusammengeschmolzen nahm nur geringe Mengen metallisches Kupfer aus dem Oxyde fort, während umgekehrt durch überschüssiges Kupfer eine bleireiche Legirung erhalten wurde, wenn auch nicht alles Blei aus der Verbindung mit Sauerstoff abzuschcheiden war. Die Festigkeit der Oxyde M_2O_3 ist in den Angaben von Gmelin wenig berücksichtigt, sie sind dadurch erschwert, daß viele der hier verbundenen Elemente auch in anderer Gruppierung gebunden vorkommen und durch angewandte Agentien in die letztere gebracht werden anstatt sich gänz-

lich zu trennen. Soweit jedoch der Thatbestand als bekannt anzusehen ist, wird er durch die mit Hülfe der Rechnung ermittelte Contraction wiedergegeben. Aluminiumoxyd zeigt dieselbe am stärksten und gilt allgemein als die festeste Verbindung unserer Gruppe. Arsen folgt auf Antimon in der Rechnung wie nach früheren Versuchen und dasselbe gilt für alle Oxyde $M O_2$.

Aus der ganzen Zusammenstellung mag noch als auffallend und interessant die Bemerkung hervorgehoben seyn, daß alle der Rechnung unterworfenen Alkalimetalle und alkalischen Erdmetalle durch Aufnahme von Sauerstoff ihr Volumen verkleinern. Bei der Berechnung auf einen andern Procentsatz von Sauerstoff ist die Verkleinerung dem einwirkenden Agens proportional genommen.

Wären die Zahlen für die specifischen Gewichte nur annähernd so genau wie die der Verbindungsgewichte, so ließen sich aus dem Maasse der Raumveränderung vielleicht noch näher eingehende Folgerungen gewinnen, während ich bei der augenblicklichen Lage der Sache bei dem Unterschiede unter den Veränderungen glaubte stehen bleiben zu müssen. Bei der schwierigen Auswahl unter den verschiedenen Zahlen habe ich unter anderen darauf geachtet, daß von demselben Autor möglichst viele Data genommen wurden.

Nachdem es gelungen war, durch Ermittlung der Raumveränderung eines festen Körpers bei seiner Vereinigung mit einem anderen, seinem Volumen nach unbekannten, über die Festigkeit jener Verbindung so zufriedenstellende Resultate zu gewinnen, lag es nahe die eben versuchte Methode auch auf Atomencomplexe, die gleichartig von verschiedenen festen Körpern aufgenommen werden, in Anwendung zu bringen.

Von den sogenannten Oxydhydraten sind wenig Angaben über specifische Gewichte ausfindig zu machen. Kalihydrat, Natronhydrat und Zinkoxydhydrat sind nach dieser Richtung bestimmt, und sie zeigen Contractionsverhältnisse, welche unserer Ansicht über die Festigkeit derselben vollkommen entsprechen.

Formel	Spezifisches Gewicht	Volumen des Elements	Volumen der Verbindung	Differenz beider	Ausdehnung des Volumens 1	Ausdehnung durch 43,6 Proc. gebund. Stoffe
$K_2H_2O_2$	2,1 Dalton	90,46	53,3	37,16	-0,41	-0,41
$Na_2H_2O_2$	2,0 Dalton	47,32	40	7,32	-0,15	-0,09
ZnH_2O_2	2,7 Niclès	9,4	36,67	27,27	-2,9	-2,4

Die Schwefelsäure-Salze sind in größerer Zahl auf ihr spezifisches Gewicht untersucht und somit für die Berechnung zu verwenden.

Formel	Spezifisches Gewicht	Volumen des Elements	Volumen des Salzes	Differenz beider	Ausdehnung des Volumens 1	Ausdehnung durch 123 Proc. gebund. Stoffe
K_2SO_4	2,66 Kopp	90,46	65,4	25,06	-0,28	-0,28
Na_2SO_4	2,65 Thomson	47,32	53,6	6,28	+0,13	+0,07
$SrSO_4$	3,93	34,52	46,7	12,18	+0,35	+0,38
$CaSO_4$	2,85	25,34	48	22,66	+0,9	+0,47
$MgSO_4$	2,63	13,79	45,5	31,79	+2,3	+0,7
$BaSO_4$	4,48	34,24	52	17,76	+0,5	+0,88
	Bei dem spezifischen Gewicht 1,8 für Ba				-0,34	-0,58
$ZnSO_4$	3,4 Karsten	9,4	47,4	38	+4	+3,6
$CuSO_4$	3,57 Karsten	7,1	44,6	37,5	+4,4	+4,4
$PbSO_4$	6,3 Mohs	18,1	48,1	30	+1,66	+4,4
$AgSO$	5,42 Tabellen von R. Hoffmann	20,62	58,3	37,68	+1,83	+5,1

Hier weicht der schwefelsaure Baryt erheblich ab, wenn man das von Clarke gefundene specifische Gewicht 4 für Ba der Rechnung zu Grunde legt, nimmt man die ebenfalls angegebene Zahl 1,8, so würde Baryum an die Spitze der ganzen Reihe zu stellen seyn. Die anderen Resultate sind der Erfahrung gemäß oder nur unerheblich abweichend. Das Blei wird dem Zink vorangestellt, während es hier auf dasselbe folgt.

Als letzte mit den Affinitäts-Columnen zu vergleichende Gruppe folgen die Salpetersäuresalze.

Formel	Specifisches Gewicht	Volumen des Elements	Volumen des Salzes	Differenz beider	Ausdehnung des Volumens 1	Ausdehnung durch 159 Proc. gebund. Stoffe
$K_2N_2O_6$	2,087 Karsten	90,46	97	6,54	+0,072	+0,072
$Na_2N_2O_6$	2,23 Karsten	47,32	76,2	28,88	+0,61	+0,37
SrN_2O_6	2,96 Tabelle von R. Hoffmann	34,52	71,4	36,88	+1,07	+1,20
$Ag_2N_2O_6$	4,4 Karsten	18,1	75	56,9	+3,14	+8,32
PbN_2O_6	4,36 Karsten	20,62	78	57,38	+2,83	+7,82

Die Reihe ist mit der Gmelin'schen ohne Ausnahme übereinstimmend, nur fehlt in der letzteren das neutrale Salz PbN_2O_6 .

Wenn nun auch über den Verwandtschaftsgrad anderer Verbindungen direct auf diesen Punkt gerichtete Untersuchungen nicht vorliegen, so giebt uns das nach verschiedenen Richtungen studirte Verhalten derselben vielfache Fingerzeige, um jene Frage zu beurtheilen. Ich gebe daher

nachstehend noch eine Zusammenstellung von Kohlensäure-, Chlorsäure und ein paar Chromsäuresalzen.

Formel	Specificisches Gewicht	Volumen des Elements	Volumen des Salzes	Differenz beider	Ausdehnung des Volumens 1	Ausdehnung durch 77 Proc. gebund. Stoffe
K ₂ CO ₃	2,27 Karsten	90,46	61	29,46	-0,32	-0,32
Na ₂ CO ₃	2,5 Karsten	47,32	62	5,32	-0,112	-0,066
Sr CO ₃	2,72 Mohs	25,34	37	11,66	+0,46	+0,24
Ca CO ₃	3,04 Tabelle von R. Hoffmann	13,79	27,6	13,81	+1	+0,31
Mg CC ₃	3,62 Karsten	34,52	41	6,48	+0,19	+0,21
Ba CO ₃	4,3 Karsten	34,24	45,81	11,57	+0,34	+0,59
Mn CO ₃	3,61 Manganspath	13,73	32	18,27	+1,34	+0,95
Zn CO ₃	4,44 Mohs	9,4	28	18,6	+2	+1,7
Fe CO ₃	3,87 Eisenspath	7,18	30	22,82	+3	+2,3
						214 Proc.
K ₂ Cl ₂ O ₆	2,35	90,46	104,26	13,80	+0,16	+0,16
Na ₂ Cl ₂ O ₆	2,47	47,47	86,36	39,04	+0,82	+0,45
Ag ₂ Cl ₂ O ₆	4,43	20,62	86,46	65,84	+3,2	+8,96
						149 Proc.
K ₂ Cr O ₄	2,64 Karsten	90,47	73,49	16,97	-0,18	-0,18
Pb Cr O ₄	6,0 Rothbleierz	18,1	53,83	35,73	+1,9	+5,0

Bei den Kohlensäuresalzen zeigt Baryum eine ähnliche Abweichung und vielleicht aus demselben Grunde wie es bei den Salpetersäuresalzen erörtert ist. Im Uebrigen entspricht das Verhalten der einzelnen Salze der durch die Rechnung gefundenen Anordnung recht vollständig. Das Kalium, dem man die stärkste Verwandtschaft zu den Säuren zuschreibt, steht überall an der Spitze. Dafs unter den angeführten Kohlensäuresalzen an letzter Stelle das Eisensalz folgt, steht mit der leichten Zersetzbarkeit desselben im vollen Einklang. Die Abstufung gegen die nächst vorhergehenden Verbindungen des Mangans und Zinks entspricht der ungleich leichteren Zersetzlichkeit des kohlensauren Eisens, wie es an den künstlichen Präparaten deutlich hervortritt, kohlensaures Zink und kohlensaures Mangan werden als an der Luft beständige Stoffe beschrieben, kohlensaures Eisen dagegen wird selbst völlig trocken in wenigen Tagen vollständig zu Oxyd. Vom chlorsauren Silber wird angegeben, dafs es durch geringes Erwärmen seinen Sauerstoff unter Aufbrausen entwickelt, die Rechnung weist ihm demnach zum Kalium- und Natriumsalz die richtige Stelle an.

Eine grofse Zahl von Thatfachen, aus den verschiedensten Klassen zusammengesetzter Körper hergenommen, spricht übereinstimmend sich in dem Sinne aus, dafs eine chemische Verbindung gleich einem mechanischen Bauwerk um so leichter zu zerstören ist, je loser die Bestandtheile gefügt sind. Es erscheint nicht mehr zweifelhaft, dafs die in der oben citirten Abhandlung aus den Verbindungen des Chlors, Broms und Jods sowie nachher des Schwefels gezogene Consequenz ein Naturgesetz von viel weiterer Tragweite ist, dafs nämlich *die Bestandtheile einer chemischen Verbindung um so fester gebunden sind, je mehr der ursprünglich von ihnen eingenommene Raum nach ihrer Vereinigung sich verkleinert hat.*

Die ausgesprochene Theorie steht in einer einfachen Beziehung zu dem Principe, in den bei einer Verbindung statthabenden Wärmewirkungen ein Maafs für die Affini-

tät zu gewinnen. In einer zusammenhängenden — durch Schmelzen vereinigten oder krystallisirten — Verbindung kann man sich jeden Bestandtheil in ähnlicher Weise über den Raum des Ganzen verbreitet und durch die aufgenommenen Stoffe ausgedehnt denken, wie feste Körper, deren Volumen durch die Wärme vergrößert, durch ihre Massentheilchen den weiteren Raum erfüllen. So könnte man z. B. für Zink oder Kupfer bei ihrer Verwandlung in Oxyd die durch Ausdehnung des Volumens der Metalle geleistete Arbeit ausdrücken durch Wärmeeinheiten, indem man den Ausdehnungscoëfficienten und die specifische Wärme jener Körper der Rechnung zu Grunde legt. Am einfachsten gestaltet sich der Fall, wenn wie hier der sich verbindende Körper ein Gas ist, so daß bei demselben auf die eigene Ausdehnung keine Arbeit verwandt wird. Die in Folge der Verbindung und durch das Festwerden des Sauerstoffs hervorgerufene Arbeit wird nun zum Theil verbraucht auf die Ausdehnung des festen Körpers, zum Theil zeigt sie sich als freie Wärme. Je größer die erstere Leistung, desto kleiner muß jedesmal der als Wärme auftretende Rest ausfallen. Wäre dann die Gesamtwirkung der Verbindung Zinkoxyd und Kupferoxyd gleich, so erklärt sich die sehr erhebliche größere Wärmemenge, welche beim Verbrennen des Zinks frei wird, ganz einfach aus der für die größere Ausdehnung des dazu noch schwerer dehnbaren Kupfers aufgewandten Arbeit. Daß unter solchen Verhältnissen bei der Verbrennung von Kalium, Natrium und Magnesium ungleich höhere Temperatureffekte beobachtet werden müssen, wäre ohne Weiteres durch die Contraction dieser Metalle während des Verbrennens erklärt. Auch wäre von dieser Anschauung aus eine befriedigende Erklärung für eine andere Erscheinung nahe gelegt. Bei der Reduction des Kupferoxyds durch Wasserstoff giebt sich in dem lebhaften Erglühen des Oxyds eine beträchtliche Menge frei werdender Wärme zu erkennen, während eine solche z. B. bei Zinkoxyd, wie bei vielen anderen Oxyden, durchaus nicht

zu bemerken ist. Beim Zusammenziehen der Metalle muß nämlich die im Vergleich mit Zink ungleich größere Arbeit, welche auf die Ausdehnung des Kupfers im Oxyd verwandt war, nothwendiger Weise wieder zum Vorschein kommen, und das geschieht eben in der Form von Wärme.

Im Anschluß an früher mitgetheilte Versuche über die Abschwächung der reducirenden Wirkung des Wasserstoffs durch Beimengung fremder Gase (Pogg. Annalen Bd. CXLIV, S. 609) habe ich gefunden, daß schweflige Säure die Vereinigung des Wasserstoffs mit gebundenem Sauerstoff in hohem Maasse erschwert, ohne selbst dabei anscheinend irgend eine Veränderung zu erleiden.

III. Die elektrodynamischen Erscheinungen abhängig von der freien Elektrizität an der Oberfläche der Stromleiter; von Dr. Hermann Herwig.

Die elektroskopischen Wirkungen der Theile eines galvanischen Stromkreises sind durch zahlreiche Versuche nachgewiesen und allseitig bekannt. Wenn man sie dennoch bei Betrachtung der ebenfalls als Anziehungen oder Abstofsungen auftretenden elektrodynamischen Wirkungen nicht in Rechnung zu ziehen pflegt, so setzt man also offenbar voraus, daß ihr quantitativer Betrag gegenüber dem der elektrodynamischen Wirkungen verschwindend klein sey. Ein Erklärungsgrund für die überwiegende Elektrizitätsmenge der letzteren liegt darin, daß man die freie Elektrizität nur an dem Umfang jedes Querschnittes befindlich denkt, während die bewegte neutrale dessen ganzes Innere einnimmt. Da man indessen als den Sitz der freien Elektrizität wohl nicht die mathematische Oberfläche, sondern eine, wenn auch sehr dünne, Oberflächenschicht an-

nehmen wird, so würde von dieser Seite her das Wirkungsverhältniß der freien Elektrizität zu dem der bewegten neutralen sich günstiger gestalten bei Wahl eines möglichst dünnen Stromleiters. Ferner wird man die Wirksamkeit der freien Elektrizität erhöhen durch Verstärkung der elektromotorischen Kraft der Batterie, an deren Pol man den Stromleiter bringt; und auf der andern Seite wird die Wirksamkeit der bewegten Elektrizität geschwächt durch Verminderung der Stromesintensität. Um beide zuletzt genannten Umstände zu verwerthen, kann man eine starke Batterie anwenden und in ihren Schließungskreis einen sehr großen Widerstand bringen.

Mit Festhaltung dieser Gesichtspunkte habe ich den schwer zu berechnenden Einfluß der freien Oberflächenelektrizität auf die elektrodynamischen Erscheinungen experimentell nachzuweisen versucht.

Der erste Gesichtspunkt liefs die sogenannte Bifilar- und Multiplicatorrolle eines Weber'schen Elektrodynamometers als wirkende Stromtheile vortheilhaft erscheinen. Das Dynamometer, welches ich benutzte, ist von Hrn. Dr. Meyerstein in Göttingen verfertigt und enthält auf der Bifilarrolle 14615 und auf der Multiplicatorrolle 12247 Windungen feinsten Kupferdrahtes. Es war stark an die Wand befestigt aufgestellt. Die Bewegungen seiner Bifilarrolle wurden mit Fernrohr und langer Scale beobachtet, welche auf einer bis zum Souterraingewölbe reichenden steinernen Unterlage ruhten. Ein 3^{mm} dicker Kupferdraht stellte die Verbindung des einen Poles der im Souterrain befindlichen Batterie mit der Aufhängung der Bifilarrolle her, so daß die Windungen der letztern an ihrer Oberfläche möglichst stark mit der freien Elektrizität dieses Pols versehen waren.

Von der Bifilarrolle aus sollte der Strom dann weiter entweder in die Multiplicatorrolle und darauf in einen der Summe von Bifilar- und Multiplicatorrolle gegenüber großen Widerstand geführt werden, oder umgekehrt zuerst in diesen Widerstand und darauf in den Multiplicator, um endlich durch Vermittlung eines dem obigen gleichen 3^{mm}

dicken Kupferdrahtes an den andern Pol der Batterie zu gelangen. Auf diese Weise würde man einmal die Oberfläche der Multiplicatorwindungen mit der gleichnamigen freien Elektrizität, wie die Bifilarrolle, nur etwas schwächer, versehen haben, oder im andern Falle gleich stark, wie die Bifilarrolle, mit entgegengesetzter freier Elektrizität.

Zur Ausführung dieser Vertauschung zweier Stromtheile, wobei zugleich der Strom im Multiplicator dieselbe Richtung beibehalten sollte, setzte ich folgenden einfachen Umschalter zusammen. In ein trockenes Brett von quadratischer Gestalt waren sechs mit Quecksilber gefüllte Vertiefungen eingelassen, vier in der Nähe der Ecken und zwei in der Mitte. Heißen die an den Ecken der Reihe nach 1. 2. 3. 4 und die in der Mitte 5 und 6, so soll die Verbindungslinie von 5 und 6 parallel zu 2. 3 und zu 1. 4 liegen. Die Vertiefungen 1 und 2 standen nun mit dem Zuleitungsdraht von der Bifilarrolle und mit dem zweiten Pole der Batterie in fester Verbindung, die Vertiefungen 3 und 4 mit den Enden des Multiplicators und endlich 5 und 6 mit den Enden des Widerstandes. An einer Handhabe waren dann drei von einander isolirte Kupferstäbe angebracht, die mit ihren rechtwinklig umgebogenen Enden in die Vertiefungen getaucht wurden und bei der einen Stellung 1 und 4, dann 2 und 5 und endlich 3 und 6 verbanden, oder bei einer Drehung der Handhabe um 180° 1 und 5, 4 und 6 und endlich 2 und 3. So war die gewünschte Umschaltung ermöglicht.

Einen Widerstand von der erforderlichen GröÙe war nicht möglich in metallischer Form zu erhalten. Ich war deshalb auf die Anwendung eines flüssigen Widerstandes hingewiesen und nahm dazu eine Lösung von reinem Zinkvitriol, welche anhaltend mit Zinkspänen gekocht war, um sie ganz säurefrei zu machen. Die Lösung wurde in eine 4¹/₂ lange, 10^{mm} dicke 3 mal U-förmig gebogene Glasröhre gebracht, welche vertikal gestellt war und oben an ihrer mittleren Biegung noch ein kurzes, aufwärts gehendes offenes Rohr angeschmolzen erhalten hatte. Dieser Röhre

gegenüber standen vertikal zwei Röhren von gleichfalls 10^{mm} Dicke und je 280^{mm} Länge, in welche unten durch Kautschukpfropfen hindurch die amalgamirten Enden von zwei Zinkdrähten reichten. Auch diese Röhren waren mit Lösung gefüllt und konnten durch zwei 4^{mm} dicke heberförmige Röhren mit der ganzen langen Röhre oder mit deren Hälfte in Verbindung gesetzt werden. Da die heberförmigen Röhren selbst eine Länge von 750^{mm}, respective 500^{mm} hatten, so konnte man auch durch ihr verschiedenes Hinabreichen in die verbundenen weiteren Röhren den Widerstand variiren, der auf diese Weise überhaupt in beliebig gewünschter Grösse einzuschalten war.

Eine Zinkvitriollösung, in welche, wie hier, Elektroden von amalgamirtem Zink tauchen, setzt man als polarisationsfrei voraus. Indessen bleibt es in einem concreten Falle doch immer zweifelhaft, ob wirklich die Polarisation ganz vermieden wird oder nicht, und schien es mir deshalb für die Sicherheit der nachfolgenden Versuche auf jeden Fall erforderlich, den allenfallsigen Einfluss einer Polarisation bei den zu vergleichenden Beobachtungen stets in demselben Sinn vor sich zu haben. Das war jedoch bei dem Gebrauch des oben beschriebenen Umschalters nicht erreicht, da derselbe bei jeder Umschaltung auch eine Umkehr des Stromes in dem Widerstand bewirkte. Ich habe deshalb die von den Vertiefungen 5 und 6 des Umschalters aus führenden Drähte erst über einen zweiten gewöhnlichen Umschalter an den Widerstand geleitet und jedesmal beide Umschalter gleichzeitig gewendet. Dadurch werden einfach Multiplicator und flüssiger Widerstand in ihrer Stellung im Stromkreise vertauscht, ohne dass die Stromesrichtung in ihnen sich änderte.

Wenn nun bei der beschriebenen Anordnung des Apparates die Ruhelage der Bifilarrolle senkrecht gegen die in den magnetischen Meridian gestellte Multiplicatorrolle gerichtet ist und man bewirkt durch einen beide Rollen umkreisenden Strom eine Ablenkung der Bifilarrolle, so muß die elektrodynamische Ablenkung in dem Falle, dass Bi-

filär- und Multiplicatorrolle sich an demselben Pole der Batterie befinden und deshalb an ihren Oberflächen gleichnamige freie Elektrizität enthalten, verkleinert werden, während sie verstärkt werden muß, wenn die beiden Rollen sich an den entgegengesetzten Polen befinden und den flüssigen Widerstand zwischen sich haben. Würde dagegen die Ruhelage der Bifilarrolle geneigt seyn gegen den Multiplicator und würde man durch einen Strom eine Bewegung der Bifilarrolle zu der senkrechten Stellung hin erzielen, ohne dieselbe jedoch zu erreichen, so würde der Einfluß der freien Oberflächenelektrizität der gerade entgegengesetzte seyn müssen. Es fragt sich nur, wie weit man in den angewandten Mitteln gehen muß, um diese Einflüsse meßbar vor sich zu haben.

Die erste Reihe meiner Versuche entspricht zum Theil dem eben genannten zweiten Fall, wo bei nicht senkrechter Lage beider Rollen gegeneinander die Bewegung zur Senkrechthstellung hin gerichtet ist. Ich hatte den Multiplicator in den Meridian gestellt und die Stellung der Bifilarrolle nur ganz ungefähr gerichtet. Ich ließ dann einige Tage lang Ströme von der später anzuwendenden Stärke durch die Rollen gehen und so die Bifilarrolle vielfache Schwingungen vornehmen, bis ihre Aufhängungsverhältnisse constant geworden waren. Ob die dann stattfindende Ruhelage nun senkrecht gegen den magnetischen Meridian gerichtet ist, davon überzeugt man sich bekanntlich, indem man durch die Bifilarrolle allein einen kräftigen Strom gehen läßt und zwar einmal in einem Sinne und dann im entgegengesetzten. War die Rolle gegen den Meridian nicht senkrecht gestellt, so werden sich hierbei zwei verschiedene Ablenkungen ergeben, aus denen man zugleich den Winkel zwischen der Ruhelage der Rolle und dem Meridian berechnen kann. Zur bequemeren Orientirung möge hier, wie bei allen folgenden Bestimmungen, die Ablenkung der Rolle eine nordwestliche heißen, wenn die in der Ruhelage gegen Norden zu gerichtet gedachte spiegelnde Fläche sich in der Bewegung

mehr dem Westen zukehren würde, und im umgekehrten Falle eine nordöstliche. Es zeigte sich nun im vorliegenden Falle, daß die Rolle bei einer nordwestlichen Ablenkung von $3^{\circ} 27'$ erst den Meridian rechtwinklig schneiden würde. Da die Entfernung des über dem Fernrohrmittelpunkte gelegenen Scalentheiles von dem Spiegel 3,2 Meter betrug und da die Ruhestellung der Rolle selbst bei den zunächst zu erwähnenden Versuchen um 102 Millim. an der Scala vom Fernrohrmittelpunkte aus nach Nordosten zu gerichtet war, so würde die Rolle also beim Passiren einer Scalenablenkung von 404^{mm} von der Ruhelage aus nach Nordwesten gerechnet zum Meridian senkrecht stehen.

Bei dieser sehr schrägen Aufhängung der Rolle ließen sich also bereits für größere nordwestliche Ablenkungen beide oben genannten Fälle der Bewegung realisiren.

In den nachfolgenden Versuchsangaben will ich nicht einfach die Mittelzahlen für jede Einstellung anführen, sondern der Reihe nach die Mittel aus je drei einander folgenden Ablesungen, so daß sieben Ablesungen drei Zahlen, neun Ablesungen vier Zahlen u. s. w. entsprechen. Man hat so den vollständigen Verlauf der Bewegungen vor sich und kann sehen, wie gewisse geringe Veränderlichkeiten im Strome die untersuchten Beziehungen nicht überdecken. Ob solche geringe Veränderlichkeiten auf etwaige Polarisation im flüssigen Widerstand oder auf die ja selten ganz constanten großen Batterien zu schieben sind, bleibt fraglich.

1. Versuch.

36 Grove'sche Elemente. Die Ablenkungen geschehen nach Nordwesten und sind in Millimetern der Scala von der Ruhelage aus angegeben.

1) $\frac{\text{Bifilar-positiv}}{\text{Multipl.-positiv}}$ 286,75^{mm} 286,5 286,25 Mittel 286,5.

Durch Wendung der beiden Umschalter wurde dann erzielt:

2)	$\frac{B.+}{M.-}$	281,5	281,5	281,5	Mittel 281,5.
3)	$\frac{B.+}{M.+}$	286,25	286,5	286,5	Mittel 286,4.
4)	$\frac{B.+}{M.-}$	282,5	282	281,75	Mittel 282,1.
und ferner nach einer Pause			281,5	281,75	Mittel 281,6.

2. Versuch.

38 Elemente. Nordwestliche Ablenkungen.

1)	$\frac{B.+}{M.-}$	312	311,5	311,25	Mittel 311,6.
2)	$\frac{B.+}{M.+}$	315,25	315,25	314,9	315,2 Mittel 315,15.

3. Versuch.

42 Elemente. Nordwestliche Ablenkungen.

1)	$\frac{B.+}{M.+}$	392	391,5	391,6	Mittel 391,7.
2)	$\frac{B.+}{M.-}$	390,25	389,75	390	Mittel 390.

4. Versuch.

42 Elemente, aber kleinerer Widerstand. Nordwestliche Ablenkungen.

1)	$\frac{B.+}{M.-}$	468,6	468,5	468,1	Mittel 468,4.
2)	$\frac{B.+}{M.+}$	467	466,5	466,5	Mittel 466,7.
3)	$\frac{B.+}{M.-}$	466,75	467,5	467,25	Mittel 467,2.

In den bisherigen Versuchen war der oben genannte flüssige Widerstand durch Einschaltung von noch einer fernerer Flüssigkeitsröhre verstärkt, um die gewünschten geringeren Ablenkungen zu erzielen. Von jetzt ab sind die eingeschalteten Widerstände nur mit Hilfe der oben beschriebenen Vorrichtung hergestellt.

5. Versuch.

42 Elemente, noch weniger Widerstand. Nordwestliche Ablenkungen.

1)	$\frac{B.+}{M.-}$	907,4	906,1	905,25	905,25	Mittel 906
2)	$\frac{B.+}{M.+}$	887,1	887,25	887,25	887,5	Mittel 887,3.
3)	$\frac{B.+}{M.-}$	906	906,4	906,4	906,6	Mittel 906,35.

Im Anschlusse an diesen Versuch wurde unter gleichen Verhältnissen, aber nach langer Pause, der folgende gemacht.

6. Versuch.

42 Elemente. Nordwestliche Ablenkungen.

1)	$\frac{B.+}{M.+}$	895,1	895,6	895,1	895,8	895,8	Mittel 895,5.
2)	$\frac{B.+}{M.-}$	915,8	915,8	915,5	916		Mittel 915,8.
3)	$\frac{B.+}{M.+}$	897,4	897,4	897,8	898		Mittel 897,65.

Aus den bisherigen Versuchsreihen ersieht man, wie bei einer Ablenkung, welche zur Senkrechtstellung beider Rollen hin gerichtet ist, ohne diese Stellung jedoch zu erreichen (Versuch 1 bis 3), die mit gleichnamiger freier Elektrizität versehenen Rollen diese Ablenkung zur Senkrechtstellung hin stärker zeigen, während bei den größern Ablenkungen, welche die Senkrechtstellung bereits überschritten haben und sich von ihr entfernen, die ungleichnamig geladenen Rollen eine stärkere Ablenkung aufweisen. Diese letztere ist bei den letzten beiden Versuchen schon sehr stark ausgeprägt und beträgt etwa $\frac{1}{43}$ der Gesamtablenkung.

Die folgenden Versuchsreihen wurden mit kleinern Batterien ausgeführt. Dabei war die Ruhelage der Bifflarrolle um 93^{mm} an der Scala vom Fernrohrmittelpunkte aus nach Nordosten gerichtet; die Rolle erreichte also die Senkrechtstellung gegen den Multiplicator beim Passiren

einer Scalenablenkung von 395^{mm} aus der Ruhelage bei Nordwestbewegung.

7. Versuch.

24 Elemente. Nordwestablenkungen.

1)	$\frac{B. +}{M. -}$	702,5	702,5	702,5	703,25	Mittel 702,7.
2)	$\frac{B. +}{M. +}$	700,25	700,5	700	700	Mittel 700,2.
3)	$\frac{B. +}{M. -}$	703,5	703,25	703,5	703	Mittel 703,4.
4)	$\frac{B. +}{M. +}$	700,5	700,25	700,5		Mittel 700,4.

8. Versuch.

28 Elemente. Nordwestablenkungen.

1)	$\frac{B. +}{M. +}$	961	960,75	961		Mittel 960,9.
2)	$\frac{B. +}{M. -}$	970	970,25	970,5	970,75	
					971	Mittel 970,5.
3)	$\frac{B. +}{M. +}$	964,25	964,25	964,25	964,5	
				965	965	Mittel 964,55.
4)	$\frac{B. +}{M. -}$	974,25	974,5	974,75	975	
				974,75	975	Mittel 974,6.

Die Einflüsse von Seiten der freien Elektrizität sind kleiner, als bei Anwendung größerer Batterien.

Bei allen bisherigen Versuchen wurde die Bifilarrolle in einem solchen Sinne vom Strome durchflossen, daß sie der stabilen erdmagnetischen Gleichgewichtslage nahe war. Während des folgenden Versuches ließ ich den Strom in der Bifilarrolle umgekehrt fließen, um auch für diesen Fall die Wirkung der freien Elektrizität zu zeigen.

9. Versuch.

28 Elemente. Nordwestablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	994,25	994,25	994,25	994	Mittel 994,2.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	983	983	982,75	982,25	Mittel 982,75.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	990,5	990,25	990,25	990	Mittel 990,2.
4)	$\frac{B.-}{M.-}$	979,75	979,25	979	979	
					978,7	Mittel 979,15.
5)	$\frac{B.-}{M.+}$	989,25	988,5	988,5	988,75	Mittel 988,75.
6)	$\frac{B.-}{M.-}$	979	979	979	978,75	
					978,5	Mittel 978,85.
7)	$\frac{B.-}{M.+}$	988,75	988,75	988,5	988,75	Mittel 988,7.

Von jetzt ab war die Stellung der Bifilarrolle corrigirt worden, so daß ihre Ruhelage einen weniger von 90° abweichenden Winkel mit dem Meridian bildete. Der Meridian wurde senkrecht von der Bifilarrolle passiert, wenn der Scalentheil 118^{mm} von dem Fernrohrmittelpunkte aus nach Nordwesten gezählt einstand. Zunächst war nun die Ruhelage $13^{\text{mm}},5$ vom Fernrohrmittelpunkte aus nach Nordwesten gelegen.

Der folgende Versuch, so wie alle noch zu besprechenden, waren mit ganz frisch hergestellten Elementen ausgeführt, während zu den frühern Versuchen bereits gebrauchte Batterien dienten. Ferner fließt von jetzt ab der Strom durch die Bifilarrolle stets so, daß sie der stabilen erdmagnetischen Gleichgewichtslage nahe ist. Dabei erhielt durch eine gegen früher geänderte Verbindung die Bifilarrolle jetzt immer negative freie Elektrizität.

10. Versuch.

12 Elemente. Ablenkungen nach Nordosten.

1)	$\frac{B.-}{M.-}$	93	93,25	93,6	Mittel 93,3.
----	-------------------	----	-------	------	--------------

2)	$\frac{B.-}{M.+}$	95,5	96,25	96,25	Mittel 96.	
3)	$\frac{B.-}{M.-}$	98,5	98,9	99,1	Mittel 98,8.	
4)	$\frac{B.-}{M.+}$	98	100	100,2	101	Mittel 99,8.
ferner nach einer Pause				100,9	101,5	Mittel 101,2.
nach weiterer Pause				101,2	100,5	Mittel 100,85.
5)	$\frac{B.-}{M.-}$	100,6	101			Mittel 100,8.

Hier ist demnach kein Unterschied zu sehen, wenigstens deckt die ausnahmsweise große Stromesveränderlichkeit sie vollständig zu. Ich wiederholte deshalb an einem andern Tage bei größerer Constanz des Stromes den Versuch nochmals. Dabei war die Ruhelage 51^{mm} an der Scala vom Fernrohrmittelpunkte aus nach Nordwesten zu gelegen.

11. Versuch.

12 Elemente. Nordostablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	110,5	110,75	110,4		Mittel 110,55.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	110	110	109,75	109,9	Mittel 109,9.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	110,1	110	109,75		Mittel 109,95.

Es ist also bei so geringer elektromotorischer Kraft und so geringen Ablenkungen keine Einwirkung der freien Elektrizität wahrzunehmen. Um größere Ablenkungen zu erzielen, schaltete ich einen Theil des flüssigen Widerstandes aus.

12. Versuch.

12 Elemente. Nordostablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	482,75	483,5	483,5	Mittel 483,25.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	477,9	478,1	478	Mittel 478.

3)	$\frac{B.-}{M.+}$	479,8	480,2	480,2	Mittel 480,1.
und nach einer Pause					
		480,3	480,3	480,3	Mittel 480,3.
4)	$\frac{B.-}{M.-}$	478,7	479,1	479,1	Mittel 479.

• Die Unterschiede sind auch hier sehr klein. Ich verstärkte jetzt allmählich die Batterie.

13. Versuch.

20 Elemente. Nordostablenkungen. Großer Widerstand.

1)	$\frac{B.-}{M.-}$	292,5,	292,6	292,6	Mittel 292,6.
2)	$\frac{B.-}{M.+}$	294,2	294,2	294,2	Mittel 294,2.
3)	$\frac{B.-}{M.-}$	293	292,5	292,5	Mittel 292,7.
4)	$\frac{B.-}{M.+}$	294,7	294,1	294,5	Mittel 294,4.
5)	$\frac{B.-}{M.-}$	292,5	292,1	292,1	Mittel 292,2.
6)	$\frac{B.-}{M.+}$	294,1	294	294,1	Mittel 294,1.

14. Versuch.

20 Elemente, weniger Widerstand. Nordostablenkungen.
Von jetzt ab gilt die Ruhelage beim Scalentheile 56^{mm} vom
Fernrohrmittelpunkte nach Nordwesten zu.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	559	558,7	558,1	557,9	Mittel 558,4.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	552,9	553	552,7		Mittel 552,9.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	555	555	554,2		Mittel 554,7.
und nach einer Pause						
		554,7	554,5			Mittel 554,6.
4)	$\frac{B.-}{M.-}$	551,1	551,4	551,6		Mittel 551,4.
5)	$\frac{B.-}{M.+}$	554,4	554,2	554,7		Mittel 554,4.

15. Versuch.

20 Elemente, noch weniger Widerstand. Nordostablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	748,4	747,4	746,9	746,4	Mittel 747,3.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	740,9	740,6	740,4		Mittel 740,6.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	744	744,2	743,9		Mittel 744.
und nach einer Pause						
		743,2	743,2	742,9		Mittel 743,1.
4)	$\frac{B.-}{M.-}$	739,9	739,8	739,8		Mittel 739,8.
5)	$\frac{B.-}{M.+}$	743,1	743,4	743		Mittel 743,2.

16. Versuch.

26 Elemente, großer Widerstand. Nordostablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	467,1	467,1	467,1		Mittel 467,1.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	462,1	462,5	462,3		Mittel 462,3.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	467,1	467,1	467,1		Mittel 467,1.
4)	$\frac{B.-}{M.-}$	461,4	461,5	461,5		Mittel 461,5.
5)	$\frac{B.-}{M.+}$	466	465,9	465,9		Mittel 465,9.

17. Versuch.

26 Elemente, weniger Widerstand. Nordostablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	917,2	917,2	916,6		Mittel 917.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	906	905,7	905		Mittel 905,6.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	913,9	914,2	914		Mittel 914.

In den folgenden Versuchen ist die Ruhelage 16^{mm} an der Scala von der Fernrohrmitte nach Nordwesten zu.

18. Versuch.

36 Elemente. Nordwestliche Ablenkungen, so daß also auch die Senkrechstellung gegen den Multiplicator passirt werden mußte.

1)	$\frac{B.-}{M.-}$	689	688,3	687,3	686	Mittel 687,6.
2)	$\frac{B.-}{M.+}$	696,8	696,3	695,3	695,3	Mittel 695,9.
3)	$\frac{B.-}{M.-}$	681	680,3	679,5		Mittel 680,3.

19. Versuch.

36 Elemente, weniger Widerstand. Nordwestliche Ablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	843	842,3	841,6	841,4	
				840,5	840,4	Mittel 841,5.
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	816,5	816,1	815,8	815,8	Mittel 816.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	833,1	832,6	832,9	832,5	
		832	830,5	831,3	831,3	
			831,3	830,5	831	Mittel 831,7.
4)	$\frac{B.-}{M.-}$	811,3	811	811	809,8	
				810	810,3	Mittel 810,6.
5)	$\frac{B.-}{M.+}$	828	827,8	827,8	828	Mittel 827,9.

und nach einer Pause

		823,3	823,4	823,4	823,1	Mittel 823,3.
6)	$\frac{B.-}{M.-}$	804,5	804,3	804	803,5	Mittel 804,1.
7)	$\frac{B.-}{M.+}$	820,4	819,8	818,4	819,3	
				818,8		Mittel 819,3.
8)	$\frac{B.-}{M.-}$	800	799,5	799,1		Mittel 799,5.

und nach einer Pause 797,4 796,4 Mittel 796,9.

20. Versuch.

36 Elemente, noch weniger Widerstand. Nordwestablenkungen.

1)	$\frac{B.-}{M.+}$	befindet sich nach kurzer Zeit in Ruhe bei 885.		
2)	$\frac{B.-}{M.-}$	863,25	862,75	860
		858,25	858,5	858,25 Mittel 860,2.
3)	$\frac{B.-}{M.+}$	877,3	877,3	876,5 Mittel 877.

21. Versuch.

36 Elemente. Durch eine Umschaltung im Multiplicator wurden nordöstliche Ablenkungen erzielt.

1)	$\frac{B.-}{M.-}$	892	891,2	890,4	Mittel 891,2.
2)	$\frac{B.-}{M.+}$	926,2	926	924	
			924,9	924,8	Mittel 925,2.
3)	$\frac{B.-}{M.-}$	890,4	890,2	890	Mittel 890,2.
4)	$\frac{B.-}{M.+}$	923	922,8	923	Mittel 922,9.
5)	$\frac{B.-}{M.-}$	888	888	887,9	Mittel 888.

Die mitgetheilten Versuche setzen den Einfluß der freien Oberflächenelektricität auf die elektrodynamischen Erscheinungen außer Zweifel. In allen Versuchsanordnungen hat das einfache Wenden der beiden Umschalter, wodurch der Multiplicator mit anderer Oberflächenelektricität versehen wurde, ohne daß in ihm oder in dem flüssigen Widerstande der Strom eine andere Richtung erhalten hätte, eine Differenz der Ablenkungen in diesem Sinne ergeben. Dieselbe beträgt in dem stärksten der untersuchten Fälle etwa $\frac{1}{27}$ der Gesamtablenkung.

Die Bedingungen für das Auftreten eines solchen Einflusses, wie sie in den Versuchen ausgesprochen liegen, werden durch die folgende Tabelle übersichtlich. Darin sind außer den Ablenkungen der Bifilarrolle aus ihrer Ruhelage auch die Ablenkungen aus der Senkrechtstellung beider Rollen aufgeführt. Bei Berechnung dieser Ablenkungen in Winkelmaafs, deren Resultat in den Columnen φ und ϑ enthalten ist, mußte jedesmal auf die oben angegebenen Abweichungen der Ruhelage und der Meridianstellung von der Fernrohrmitte Rücksicht genommen werden. Eine weitere Columnne enthält in einem willkürlichen Maafse die Stromstärken berechnet aus $\sqrt{\frac{\sin \varphi}{\cos \vartheta}}$.

Versuchs- nummer	Anzahl der Elemente	Ablenkungen aus der Ruhelage		Ablenkungen aus der Senk- rechtstellung der Rollen		Stromstärken	Ungefähre Differenz bei gleichnamiger und entgegengesetz- ter Ladung
		in Scalentheilen	in Winkeln °	in Scalentheilen	in Winkeln °		
11	12	110 ^{mm}	59' 5"	177 ^{mm}	1° 35'	13112	0 ^{mm}
12	12	478	4° 15' 25"	545	4° 51' 20"	27294	2
13	20	292	2° 36' 35"	359	3° 12' 30"	21355	1,8
14	20	552	4° 54' 25"	614	5° 27' 40"	29313	3
15	20	740	6° 32' 5"	802	7° 5' 20"	38865	4
7	24	700	6° 12' 10"	305	2° 40' 30"	32889	3
16	26	462	4° 7'	524	4° 40' 15"	26838	5
17	26	906	7° 56' 20"	968	8° 29' 35"	37369	10
8	28	961	8° 25' 10"	566	4° 53' 30"	38335	8
9	28	980	8° 34' 40"	585	5° 3'	38695	10
1	36	280	2° 30' 10"	122	1° 6' 20"	20899	5
18	36	682	6° 0' 35"	580	5° 5' 50"	32421	12
19	36	802	7° 1' 35"	700	6° 6' 50"	35084	19
20	36	862	7° 31' 40"	760	6° 37'	36316	21
21	36	888	7° 45' 50"	990	8° 40' 35"	36967	34
2	38	312	2° 47' 25"	90	49' 5"	22065	3
3	42	390	3° 29'	12	7' 30"	24649	1,5
4	42	466	4° 9' 25"	64	32' 55"	26924	1
5	42	888	7° 48' 45"	486	4° 12' 15"	36919	19
6	42	896	7° 52' 50"	494	4° 16' 20"	37080	19

Wenn auch in Folge der nicht ganz constanten Ströme die in die Tabelle aufgenommenen Ablenkungen der Bifflarrolle nur ungefähre Werthe bedeuten, so genügt diese Tabelle doch, um zwei Umstände als entscheidend für das Sichtbarwerden der elektroskopischen Wirkung erkennen zu lassen. Das ist einmal der durch Batterieverstärkung erhöhte Ladungsgrad der Rollen an freier Elektricität und zweitens die durch grössere Ablenkungen aus der Senkrechtheilung beider Rollen erzielte günstigere Lage der wirkenden Theile zu einander.

Um das erstere zu sehen, vergleiche man Versuche, die mit gleichem Winkel ϑ und gleicher Stromstärke, aber verschiedener Elementenzahl angestellt sind, etwa 17. und 21., und man wird bei der grössern Zahl von Elementen den entschieden grössern Einfluß der freien Oberflächelektricität erkennen. Die Wirkungen zeigen sich an dem hier benutzten Apparate überhaupt erst deutlich bei Anwendung einer Batterie von etwa 20 Grove'schen Elementen an.

Für das zweite spricht der Verlauf aller Versuche, einen auffallenden Beweis wird man z. B. erhalten, wenn man die Versuche 5. und 21. mit einander vergleicht. Der Versuch 5. führt bei der gleichen Stromstärke, die auch für 21. gilt, trotz der grösseren Batterie nur zu reichlich der halben Differenzzahl in der letzten Columne, weil bei ihm der Winkel ϑ noch nicht die Hälfte beträgt, wie bei 21. Sehr deutlich sprechen auch hierfür die Versuche 3. und 4., welche bei nahezu senkrechter Stellung beider Rollen trotz der Anwendung von 42 Elementen kaum eine Wirkung zeigen.

Die Bedeutung beider genannten Umstände mußte übrigens selbstverständlich erwartet werden, sobald sich überhaupt elektroskopische Wirkungen zu erkennen gaben.

Aachen den 15. November 1872.

VI. *Bemerkungen über die Polpunkte eines Magnets; von Eduard Riecke.*

(Der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen mitgetheilt
den 22. Mai 1872.)

Wenn wir die Wirkung eines magnetischen Körpers auf einen außerhalb desselben gelegenen Punkt betrachten, so können wir uns die Aufgabe stellen, ein System von zwei magnetischen Polen so zu bestimmen, daß es auf den betrachteten Punkt dieselbe Wirkung ausübe wie der gegebene Magnet. Diese Aufgabe wird zunächst eine unendliche Zahl von Lösungen zulassen; zu einer bestimmten wird sie erst, wenn wir an das System der Pole noch die folgenden Anforderungen stellen.

1. *Die in denselben vereinigt gedachten Massen sollen gleich groß aber entgegengesetzt seyn.*

2. *Das magnetische Moment des von den beiden Polen gebildeten Systemes soll gleich seyn dem magnetischen Moment des gegebenen Körpers.*

3. *Die beiden Pole sollen auf einer gegebenen geraden Linie, z. B. der magnetischen Axe des Körpers, symmetrisch zu einem auf dieser Axe gegebenen Punkte etwa dem Mittelpunkte des Magnets gelegen seyn.*

Unbestimmt bleibt dann nur noch der Abstand der beiden Pole von einander und zur Bestimmung dieses Abstandes wird die zu Anfang gestellte Bedingung genügen, daß die Wirkung der beiden Pole für einen gegebenen äußeren Punkt identisch seyn soll mit der Wirkung des gegebenen Magnets.

Aus dieser letzten Bedingung ergiebt sich unmittelbar, daß die Lage der Pole abhängt von der Lage des gegebenen äußeren Punktes, daß also im allgemeinen für jeden anderen gegebenen Punkt die Lage der Pole eine andere seyn wird, wie dieß Lamont, Handbuch des Magnetismus S. 295, für den Fall eines Linearmagnetes weiter ausgeführt hat.

Von practischer Bedeutung ist die Frage nach den Polpunkten besonders in zwei Fällen magnetischer oder galvanischer Maaßbestimmung, einmal bei der Bestimmung eines Stabmagnetismus aus der Ablenkung einer Magnetnadel, und dann bei der Bestimmung einer Stromstärke mit der Tangentenbussole; es erschien deshalb nicht ohne Interesse, diese beiden Fälle etwas eingehender zu behandeln.

Die Voraussetzungen, von denen wir hierbei ausgehen werden, sind folgende.

1. *Der betrachtete Magnet, gleichgültig ob Ablenkungsstab, oder Nadel einer Tangentenbussole besitzt drei zu einander senkrechte Symmetrieebenen.*

2. *Die ideale Vertheilung des Magnetismus an der Oberfläche des Magnets sey symmetrisch gegen dieselben drei Ebenen, so daß der mit negativer magnetischer Masse belegte Theil der Oberfläche des Magnets von dem mit positiver Masse belegten durch eine der Symmetrieebenen geschieden wird.*

3. *Die Entfernung derjenigen Punkte oder Stromelemente, für welche die zugehörigen Polpunkte des Magnets bestimmt werden sollen von dem Mittelpunkt des letzteren sey so groß, daß die fünften Potenzen der Dimensionen des Magnets vernachlässigt werden können, gegen die fünfte Potenz jener Entfernung.*

I. Pole eines Ablenkungsmagnetes.

Den Mittelpunkt des Magnets machen wir zum Mittelpunkt, die Symmetrieaxen zu Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems, durch dessen yz -Ebene die mit entgegengesetzter magnetischer Masse belegten Theile der Oberfläche der Nadel von einander getrennt seyn mögen; es wird dann die x -Axe des Systems zusammenfallen mit der magnetischen Axe des Magnets. Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf die Wirkung, welche der Magnet ausübt auf einen in der xy -Ebene gelegenen Punkt mit den Coordinaten $a b$. Irgend ein Punkt der Ober-

fläche des Magnets sey belegt mit der nordmagnetischen Masse μ . Das Potential dieser Masse auf den Punkt P ist dann gleich

$$\frac{\mu}{r}$$

wo

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 + z^2.$$

Führen wir an Stelle der rechtwinkligen Coordinaten Polarcoordinaten ein durch die Gleichungen:

$$x = \rho \cos \vartheta \cos \varphi \quad a = e \cos \alpha$$

$$y = \rho \cos \vartheta \sin \varphi \quad a = e \sin \alpha$$

$$z = \rho \sin \vartheta$$

und setzen wir:

$$\cos \vartheta \cdot \cos (\alpha - \varphi) = u,$$

so ergibt sich durch Entwicklung nach Potenzen von $\frac{\rho}{e}$ für das Potential der Werth

$$\frac{\mu}{e} \left\{ 1 + \frac{\rho}{e} P^1(u) + \frac{\rho^2}{e^2} P^2(u) + \frac{\rho^3}{e^3} P^3(u) + \frac{\rho^4}{e^4} P^4(u) \right\},$$

wo P^1, P^2, P^3, P^4 Kugelfunctionen erster bis vierter Ordnung von u .

Dem Punkte xyz mit der Masse μ diametral gegenüber liegt auf der Oberfläche des Magnets ein Punkt mit den Coordinaten $-x, -y, -z$ und der Masse $-\mu$. Für das Potential dieses Punkts auf den Punkt P ergibt sich der Werth

$$- \frac{\mu}{e} \left\{ 1 + \frac{\rho}{e} P^1(-u) + \frac{\rho^2}{e^2} P^2(-u) + \frac{\rho^3}{e^3} P^3(-u) + \frac{\rho^4}{e^4} P^4(-u) \right\}.$$

Das von den beiden Punkten zusammengenommen auf den Punkt P ausgeübte Potential ist demnach

$$\frac{2\mu}{e} \left\{ \frac{\rho}{e} P^1(u) + \frac{\rho^3}{e^3} P^3(u) \right\}.$$

Bilden wir diesen Ausdruck für sämtliche auf der Oberfläche des Magnets vertheilte nordmagnetische Massen μ und addiren wir alle so erhaltenen Terme, so erhalten wir das von der gesammten Oberflächenbelegung,

oder von dem Magnete selbst ausgeübte Potential. Es ergibt sich demnach für dieses Potential der Werth

$$W = \frac{2}{e^2} \sum \mu \rho P^1(u) + \frac{2}{e^4} \sum \mu \rho^3 P^3(u),$$

wo die Summen sich erstrecken über die ganze mit nord-magnetischem Fluidum bedeckte Hälfte der Oberfläche; eine weitere Ausführung dieser Summen mit Rücksicht auf die vorausgesetzten Symmetrieverhältnisse giebt:

$$\begin{aligned} \sum \mu \rho P^1(u) &= 4 \cos \alpha \sum \mu x \\ \sum \mu \rho^3 P^3(u) &= \\ &= \cos \alpha \left\{ \begin{aligned} &(10 \cos^2 \alpha - 6) \sum \mu x^3 \\ &+ (30 \sin^2 \alpha - 6) \sum \mu x y^2 \\ &- 6 \sum \mu x z^2 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

wo die Summen nur noch über denjenigen Theil der Oberfläche des Magnets zu erstrecken sind, welcher innerhalb des durch die positiven Zweige der Coordinatenaxen gebildeten Oktanten liegt.

Setzen wir an Stelle des gegebenen Magnets zwei magnetische Pole mit den Massen M und $-M$, welche zu beiden Seiten des Mittelpunkts in dem Abstände $2L$ auf der x -Axe gelegen sind, so ist das Potential derselben auf den Punkt P

$$V = \frac{2}{e^2} M L P^1(\cos \alpha) + \frac{2}{e^4} M L^3 P^3(\cos \alpha).$$

Die beiden Potentiale V und W werden identisch seyn, wenn in den für dieselben gegebenen Ausdrücken die Coëfficienten der entsprechenden Potenzen von e gleich sind, wir erhalten demnach die Beziehungen:

$$\text{I. } M L P^1(\cos \alpha) = \sum \mu \rho P^1(u)$$

$$\text{II. } M L^3 P^3(\cos \alpha) = \sum \mu \rho^3 P^3(u)$$

aus welchen sich die Werthe von M und L bestimmen lassen.

Führen wir an Stelle von $P^1(\cos \alpha)$ und $P^3(\cos \alpha)$ die bekannten Werthe dieser Funktionen, an Stelle der auf der rechten Seite befindlichen Summen die oben gegebe-

nen Ausdrücke ein, so reducirt sich die erste Gleichung auf:

$$\text{I. } ML = 4 \sum \mu x,$$

d. h. die erste Gleichung ist identisch mit der von uns zu Anfang gestellten Forderung, daß das magnetische Moment des von den beiden Polen gebildeten Systemes gleich seyn soll dem Moment des gegebenen Magnets. Durch Elimination von M ergibt sich dann für Bestimmung von L

$$\text{II. } L^2 = \frac{\sum \mu x^2}{\sum \mu x} - 3 \frac{5 \sin^2 \alpha - 1}{5 \sin^2 \alpha - 2} \cdot \frac{\sum \mu xy^2}{\sum \mu x} + \frac{3}{5 \sin^2 \alpha - 2} \cdot \frac{\sum \mu xz^2}{\sum \mu x}.$$

Hat der betrachtete Magnet insbesondere die Gestalt eines Rotationskörpers, welcher die x -Axe zur Rotationsaxe hat, so ist:

$$\sum \mu xy^2 = \sum \mu xz^2$$

und es ergibt sich dann:

$$L^2 = \frac{\sum \mu x^2}{\sum \mu x} - 3 \frac{\sum \mu xy^2}{\sum \mu x}.$$

Wir können die in diesen Formeln enthaltenen Resultate folgendermaßen zusammenfassen.

Um den Mittelpunkt des Magnets beschreiben wir in einer durch seine Axe hindurch gehenden Symmetrieebene einen Kreis mit einem solchen Halbmesser R , daß die fünfte Potenz der Länge des Magnets vernachlässigt werden kann gegen die fünfte Potenz von R .

Mit Bezug auf alle außerhalb des Kreises R auf einem durch den Mittelpunkt des Magnets gezogenen Radius liegenden Punkte können wir dann den Magnet ersetzen durch ein und dasselbe Paar magnetischer Pole, dagegen ändert sich die Lage der Polpunkte mit der Richtung der Radien.

Nur wenn der betrachtete Magnet die Gestalt eines Rotationskörpers besitzt, dessen Axe mit der magnetischen Axe zusammenfällt, ist die Lage der Polpunkte unabhängig von der Richtung der Radien, das Polpaar also für sämt-

liche außerhalb des Kreises R liegenden Punkte ein und dasselbe.

Für ein gleichförmig magnetisirtes Ellipsoid z. B. er giebt sich für Bestimmung der Lage der Polpunkte die Gleichung

$$L^2 = \frac{3}{5}a^2 - \frac{3}{5} \cdot \frac{5\sin^2\alpha - 1}{5\sin^2\alpha - 2} b^2 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5\sin^2\alpha - 2} \cdot c^2,$$

wobei vorausgesetzt ist, daß die magnetische Axe des Ellipsoides zusammenfällt mit der Hauptaxe a , und daß der betrachtete äußere Punkt in der Ebene der Axen a, b gelegen ist

Insbesondere wird für $b = c$

$$L^2 = \frac{3}{5}(a^2 - b^2).$$

II. Vergleichung der vorhergehenden Sätze mit den Resultaten der experimentellen Bestimmung der Pole eines Magnets von elliptischer Gestalt.

Betrachten wir die Gleichung, durch welche nach dem Vorhergehenden der Abstand L der Pole von dem Mittelpunkt eines symmetrisch gestalteten Magnets bestimmt wird, so leuchtet ein, daß bei Stabmagneten, welche im Verhältniß zu ihrem Querschnitte eine beträchtliche Länge besitzen, die beiden letzten Glieder der rechten Seite im Verhältniß zu dem ersten kleine Werthe besitzen werden; denn bei einem solchen Stabe ist der freie Magnetismus hauptsächlich angehäuft an den beiden Endflächen, und für die Punkte der Endflächen sind die Coordinaten y und z verhältnißmäßig klein gegen die Abscisse x . Es wird demnach bei einem Stabmagnete von gestreckter Gestalt der Abstand der Pole von dem Mittelpunkt desselben wesentlich bestimmt seyn durch das erste Glied unserer Formel und wir werden daher mit Rücksicht auf die Unsicherheit mit der die Polbestimmungen der Natur der Sache nach behaftet sind, mit genügender Annäherung setzen können:

$$L^2 = \frac{\sum \mu x^3}{\sum \mu x}.$$

Wir sehen, die Lage der Pole ist in diesem Falle unabhängig von dem Winkel α , die Pole sind für sämtliche außerhalb des Kreises R liegenden Punkte dieselben. Es erschien deshalb um eine Vergleichung der vorhergehenden Sätze mit den Resultaten der Beobachtung zu erhalten, zweckmässig, einen Magnet zu benutzen, dessen Länge nicht zu groß war gegenüber den Dimensionen seines Querschnitts. Im hiesigen physikalischen Institut befindet sich ein Stahlspiegel von elliptischer Gestalt, dessen große Halbachse 26,75 Millim., dessen kleine Halbachse 20,75 Millim. misst, bei welchem sich also eine ziemlich beträchtliche Abhängigkeit der Lage der Pole von dem Winkel α von vornherein erwarten liefs. Ausserdem schien eine Bestimmung der Pole bei diesem elliptischen Magnet auch deshalb von Interesse, weil Magnete von ähnlich abnormer Gestalt häufig bei Tangentenbussolen und Multiplicatoren benutzt werden.

Um eine möglichst symmetrische Vertheilung des Magnetismus zu erreichen, wurde die elliptische Stahlscheibe mit ihrer großen Axe zwischen die entgegengesetzten Pole zweier cylindrischer und vollkommen gleicher Elektromagnete gebracht, so daß die Enden der großen Axe von den Polen berührt wurden, und daß die Axen der beiden cylindrischen Elektromagnete mit der großen Axe der Ellipse sich in einer und derselben Richtung befanden. Es wurde nun bei diesem elliptischen Magnet die Bestimmung der Pole ausgeführt für zwei verschiedene Richtungen, einmal für die Richtung der kleinen Axe der Ellipse, dann für die Richtung der großen Axe; hierbei konnte die magnetische Axe als zusammenfallend betrachtet werden mit der Richtung der großen Axe. Die Bestimmung selbst geschah in bekannter Weise durch die Beobachtung der Ablenkungen, welche eine in der betreffenden Richtung in verschiedener Entfernung aufgehängte Magnetnadel durch den elliptischen Magnet erfuhr, wenn die große Axe desselben gegen den magnetischen Meridian senkrecht gerichtet war.

Es möge beispielsweise die Bestimmung der Pole für die Richtung der kleinen Axe des Magnets etwas weiter ausgeführt werden. In der Mitte einer hölzernen in nord-südlicher Richtung aufgestellten Schiene war ein kleiner kreisförmiger Magnetspiegel aufgehängt, von 25 Millim. Durchmesser, dessen Ablenkungen durch Fernrohr und Scala beobachtet wurden; die Entfernung des Spiegels von der Scala betrug 1966 Scalentheile. Auf der Schiene waren in gemessenen Entfernungen von ihrem Mittelpunkt und symmetrisch zu diesem südlich und nördlich drei Ellipsen gezeichnet, in welche die gegebene Scheibe genau eingelegt werden konnte.

Bezeichnen wir diese Ellipsen von der südlichsten an mit den Zahlen 1 bis 6, so hatte die Entfernung ihrer Mittelpunkte die Werthe:

600,01	Millim.	für die Ellipsen	1 und 6
580,01	"	"	2 und 5
400,01	"	"	3 und 4.

Als der Magnet successive in die Ellipsen 1 bis 6 eingelegt wurde, ergaben sich folgende Ablenkungen: in Scalentheilen:

Ellipse 1	Ablenkung	175,5
" 2	"	343,4
" 3	"	600,4
" 4	"	600,6
" 5	"	344,2
" 6	"	175,7.

Die Uebereinstimmung der den symmetrischen Stellungen des Magnets entsprechenden Ablenkungen zeigt, daß der Magnetspiegel sich sehr nahezu in der Mitte der beiderseits sich entsprechenden Ellipsen befand. Bezeichnen wir durch r_1 , r_2 und r_3 die Hälften der Entfernungen, welche die Mittelpunkte der Ellipsen 1 und 6, 2 und 5, 3 und 4 von einander besitzen, so entsprechen demnach den Entfernungen r_1 , r_2 und r_3 des elliptischen Magnets von der Nadel die Ablenkungen in Scalentheilen

$$n_1 = 176,6; n_2 = 343,8; n_3 = 600,5,$$

aus welchen die Ablenkungswinkel selbst ohne weiteres berechnet werden können. Die Berechnung des Polabstandes geschieht, wenn wir durch r und r' irgend zwei Entfernungen, durch φ und φ' die ihnen entsprechenden Ablenkungswinkel bezeichnen, nach der Formel

$$L^2 = \frac{2}{3} \frac{r^3 \operatorname{tg} \varphi - r'^3 \operatorname{tg} \varphi'}{r^5 \operatorname{tg} \varphi - r'^5 \operatorname{tg} \varphi'} \cdot r^2 r'^2.$$

Nach dieser Formel ergeben sich aus den obigen Beobachtungen zwei Werthe für den Polabstand L , indem das einamal die Werthepaare r_1, φ_1 und r_2, φ_2 , das anderemal die Werthepaare r_1, φ_1 und r_3, φ_3 combinirt werden; die erstere Combination gab:

$$L = 19,108,$$

die zweite

$$L = 19,102.$$

Eine Wiederholung dieser Beobachtung durch Hrn. Schrader führte zu den weniger übereinstimmenden Werthen:

$$L = 23,9 \text{ und } L = 19,7.$$

In derselben Weise wurde die Bestimmung der Pole nun auch durchgeführt für die Richtung der großen Axe des elliptischen Magnets, wobei die Schiene in eine ost-westliche Richtung gebracht, der Magnet in gleichen Entfernungen östlich und westlich von der Nadel aufgelegt wurde. Aus zwei den Entfernungen r und r' entsprechenden Ablenkungen φ und φ' ergab sich dann der Polabstand L nach der Formel

$$L^2 = \frac{1}{2} \frac{r^3 \operatorname{tg} \varphi - r'^3 \operatorname{tg} \varphi'}{r'^5 \operatorname{tg} \varphi' - r^5 \operatorname{tg} \varphi} \cdot r^2 r'^2.$$

Es führten hier nun alle Beobachtungen übereinstimmend auf einen imaginären Werth für den Polabstand L ; wenn wir also die Wirkung betrachten, welche unser elliptischer Magnet ausübt auf Punkte, die in der Richtung seiner Axe gelegen sind, so giebt es keine reellen auf der Axe liegenden Pole mehr, welche mit dem Magnet in seiner Wirkung auf jene Punkte äquivalent wären.

Hr. Schrader fand aus einer Beobachtungsreihe für L die Werthe

$$L = 25,9 \cdot \sqrt{-1} \text{ und } L = 22,7 \cdot \sqrt{-1}.$$

Eine andere Reihe von Beobachtungen gab:

$$L = 23,4 \cdot \sqrt{-1} \text{ und } L = 21,1 \cdot \sqrt{-1}.$$

Es tritt also bei dem betrachteten elliptischen Magnet der extreme Fall ein, daß die Gleichungen, durch welche der Abstand L der Polpunkte vom Mittelpunkte bestimmt wird, für die Richtung senkrecht zur Axe auf reelle Werthe von L führen, während sie für die Richtung der Axe selbst imaginäre Werthe von L und demgemäfs auch imaginäre Pole geben; ein Verhalten, durch welches der eine der von uns gegebenen Sätze eine evidente Bestätigung erhält; indessen dürften sich die Resultate der Beobachtung auch in genügender Uebereinstimmung mit dem zweiten Satze befinden, daß für Punkte, welche einem und demselben vom Mittelpunkt ausgehenden Radius angehören, das mit dem gegebenen Magnet äquivalente Polpaar ein und dasselbe ist.

III. Pole der Nadel einer Tangentenbussole.

Den Mittelpunkt des Stromkreises machen wir zum Mittelpunkt eines mit demselben fest verbundenen Coordinatensystemes, x, y, z , dessen xy -Ebene mit der Ebene des Kreises zusammenfällt, die x -Axe denken wir uns horizontal, die y -Axe vertikal nach oben gerichtet, letztere sey gleichzeitig die Axe, um welche sich die im Mittelpunkte des Kreises aufgehängte Nadel dreht. Mit der Nadel denken wir uns fest verbunden ein Coordinatensystem ξ, η, ζ , dessen Axen zusammenfallen mit den Symmetrieaxen derselben. Die Ebene $\eta\zeta$ möge wiederum die mit entgegengesetztem Fluidum bedeckten Hälften der Nadeloberfläche von einander trennen.

Wir setzen voraus, daß die Nadel so in der Mitte des Stromkreises aufgehängt sey, daß ihr Mittelpunkt mit

dem Mittelpunkt des letzteren zusammenfällt, und daß die Axe η des mit ihr verbundenen Coordinatensystems zusammenfällt mit der Drehaxe y .

Nehmen wir auf der Oberfläche der Nadel zwei diametral gegenüberliegende Punkte, so werden diese mit gleicher aber entgegengesetzter magnetischer Masse belastet seyn und wir erhalten für das Drehungsmoment, welches der von einem Strome von der Stärke 1 durchflossene Kreis auf die beiden Punkte zusammengenommen ausübt, den Werth:

$$\frac{4\pi}{r} \mu x + \frac{4\pi}{r^3} \{ \mu x \varrho^2 - 5 \mu x z^2 \},$$

wo r der Halbmesser des Stromkreises, x, y, z die Coordinaten des betrachteten Punktes der Oberfläche in dem mit dem Kreis fest verbundenen System, ϱ seine Entfernung vom Mittelpunkte, und μ die in ihm vorhandene magnetische Masse.

Das auf die ganze Nadel ausgeübte Drehungsmoment wird:

$$D = \frac{4\pi}{r} \sum \mu x + \frac{4\pi}{r^3} \{ \sum \mu x \varrho^2 - 5 \sum \mu x z^2 \},$$

wo die Summe über die ganze mit positivem Fluidum bedeckte Hälfte der Nadeloberfläche zu erstrecken ist.

Führen wir an Stelle der Coordinaten x, y, z die Coordinaten ξ, η, ζ und den Ablenkungswinkel α der magnetischen Axe ξ aus der Ebene des Stromkreises ein, so wird:

$$D = \frac{16\pi}{r} \cos \alpha \sum \mu \xi + \frac{12\pi}{r^3} \cos \alpha \cdot \left\{ (1 - 5 \sin^2 \alpha) \sum \mu \xi^3 + \sum \mu \xi \eta^2 \right. \\ \left. + (15 \sin^2 \alpha - 4) \sum \mu \xi \zeta^2 \right\}$$

Ersetzen wir andererseits die Nadel durch zwei auf der Axe ξ gelegene Pole im Abstände L vom Mittelpunkte, so ergibt sich für das auf das System dieser beiden Pole M und $-M$ ausgeübte Drehungsmoment

$$D = \frac{4\pi}{r} \cos \alpha M L \\ + \frac{3\pi}{r^3} \cos \alpha M L^3 (1 - 5 \sin^2 \alpha).$$

Die beiden Momente sind gleich, wenn die Coëfficienten der entsprechenden Potenzen von r gleich sind, wir erhalten somit die Beziehungen:

$$\text{I. } M L = 4 \sum \mu \xi \\ \text{II. } M L^3 (1 - 5 \sin^2 \alpha) \\ = 4 (1 - 5 \sin^2 \alpha) \sum \mu \xi^3 \\ + 4 \sum \mu \xi \eta^2 \\ + 4 (15 \sin^2 \alpha - 4) \sum \mu \xi \zeta^2$$

Die erste dieser Gleichungen ist wieder identisch mit der Bedingung, daß das magnetische Moment des von den beiden Polen gebildeten Systems gleich seyn soll dem Moment der gegebenen Nadel; für den Abstand der Pole ergibt sich dann:

$$L = \frac{\sum \mu \xi^3}{\sum \mu \xi} + \frac{1}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{\sum \mu \xi \eta^2}{\sum \mu \xi^3} \\ + \frac{15 \sin^2 \alpha - 4}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{\sum \mu \xi \zeta^2}{\sum \mu \xi^3}.$$

Für den Fall eines Rotationskörpers ist wieder:

$$L^2 = \frac{\sum \mu \xi^3}{\sum \mu \xi} - 3 \frac{\sum \mu \xi \eta^2}{\sum \mu \xi^3}.$$

Wir sehen also, daß bei der Nadel einer Tangentenbusssole die Lage der Pole im allgemeinen abhängt von dem Ablenkungswinkel; hat dagegen die Nadel die Gestalt eines Rotationskörpers, so sind die Pole für alle Ablenkungswinkel ein und dieselben, und sie sind in diesem Falle identisch mit den Polen der als Ablenkungsstab benutzten Nadel.

Für ein dreiaxiges geichförmig magnetisirtes Ellipsoid ergibt sich:

$$L^2 = \frac{3}{8} a^2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot b^2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{15 \sin^2 \alpha - 4}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot c^2$$

und für $b = c$

$$L^2 = \frac{3}{8} (a^2 - b^2).$$

V. *Das dynamische Princip von Hamilton in der Thermodynamik; von C. Szily.*

In einem vor Kurzem mitgetheilten und veröffentlichten Aufsatz ¹⁾ habe ich die Behauptung aufgestellt, daß die Gleichung, die den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie ausdrückt, in vollständiger Uebereinstimmung ist mit der nach Hamilton benannten dynamischen Gleichung, und daß wir demnach auf die Frage: *auf welche dynamische Gleichung der zweite Hauptsatz der Thermodynamik zurückgeführt werden kann*, direct auf die Hamilton'sche Gleichung verweisen müssen.

Zur Veröffentlichung meiner diesbezüglichen Betrachtungen hat mich hauptsächlich der Umstand bewogen, daß weder Boltzmann, noch Clausius — und sie sind die Einzigen, die sich bis dahin mit der obigen Frage eingehender befaßten — in ihren Arbeiten ²⁾ das Hamilton'sche Princip nicht einmal erwähnen. Beide scheinen von der Ansicht auszugehen, daß, um Uebereinstimmung herbeizuführen, die Ableitung einer in der Dynamik bis jetzt unbekannten Gleichung nothwendig sey; beide bemerken, daß ihre abgeleiteten Gleichungen mit dem Princip der kleinsten Wirkung gewisse Verwandtschaft zeigen: aber auf das Hamilton'sche Princip und auf den Hinweis der nahen Beziehungen zu demselben hat keiner der beiden Forscher seine Aufmerksamkeit gerichtet.

Hierdurch veranlaßt hat Hr. Clausius in diesen An-

- 1) „Das Hamilton'sche Princip und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie“; *Értekezések a matematikai tudományok köréből* 1871, herausgegeben von der ungarischen Academie der Wissenschaften. — Pogg. Ann. 145, S. 295.
- 2) L. Boltzmann: „Ueber die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie“; Sitzungsberichte der Wiener Academie Bd. 53, S. 210. — R. Clausius: „Ueber die Zurückführung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf allgemeine mechanische Principien.“ Pogg. Ann. Bd. 142, S. 433.

nen¹⁾ einen Aufsatz publicirt, der sich ausschließlich auf meine Arbeit bezieht. Gleich im Anfange seines Aufsatzes anerkennt Clausius bereitwilligst, daß der gesuchte Zusammenhang viel auffälliger wird, wenn man den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie nicht — wie er und Boltzmann es that — mit dem Princip der kleinsten Wirkung, sondern mit der Hamilton'schen vergleicht. Gleichzeitig läßt Clausius die Ursache vermuthen, welche ihn daran hinderte, seine Aufmerksamkeit bei Gelegenheit seiner Betrachtungen über den erwähnten Zusammenhang dem Hamilton'schen Princip zuzuwenden. Es wird nämlich in manchen Lehrbüchern der Dynamik, so z. B. in Jacobi's „Vorlesungen über Dynamik“ die Hamilton'sche Gleichung in einer Form angeführt, welche in Folge der eigenthümlichen Variation von der ursprünglichen Form wesentlich abweicht. Wenn man nun anstatt der ursprünglichen nur die Jacobi'sche Form im Auge behält, dann ist es freilich wahr, daß es nicht recht denkbar ist, wie zwischen jener Gleichung und dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie irgend welcher, klar zu bezeichnender, Zusammenhang existiren soll.

Clausius citirt dann die von mir gebrauchte ursprüngliche Form der Hamilton'schen Gleichung, und constatirt, daß die Boltzmann'sche Gleichung (23a) richtig interpretirt, mit der Hamilton'schen Gleichung vollständig übereinstimmt, sogar mit derselben vollkommen identisch ist. Aber was Clausius bezüglich der Boltzmann'schen Gleichung zugiebt, das bezweifelt er entschieden in Bezug auf seine eigene Gleichung, ja er erklärt die erwähnte Uebereinstimmung als gerade zu unmöglich. Damit ist nun wieder gewissermaßen dieselbe Frage aufgeworfen, die schon früher zwischen Clausius und Boltzmann, bei Gelegenheit der Prioritätsreclamation des letzt-

1) Ueber den Zusammenhang des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie mit dem Hamilton'schen Princip; Pogg. Annalen Bd. 146; S. 585.

genannten Forschers, in diesen Annalen ¹⁾ besprochen wurde; die Frage nämlich: existirt thatsächlich ein Unterschied, und wenn dies der Fall ist, was ist der Unterschied zwischen der Gleichung von Clausius und der Boltzmann's. Ich glaube, daß ich jetzt berechtigt — ja nach der Antwort von Clausius sogar verpflichtet bin, in die Discussion der erwähnten Fragen, wenigstens bezüglich der Hamilton'schen Gleichung, einzugehen.

Zunächst will ich jene Gleichung besprechen, welche Hr. Clausius als seine eigene reclamirt.

Zur bequemerer Erläuterung der Sache wollen wir uns vorerst — wie dies auch Clausius thut — auf die Betrachtung der periodischen Bewegung eines einzelnen Punktes beschränken. Es sey also ein materieller Punkt gegeben, welcher bei der ursprünglichen Bewegung eine geschlossene Bahn beschreibe, oder sich zwischen zwei gegebenen Punkten bewege. Auf den beweglichen Punkt sollen nur solche Kräfte wirken, welche eine Kraftfunction (oder wie sich Clausius auszudrücken pflegt, ein Ergal) besitzen, d. h. solche Kräfte, deren Componenten sich durch die negativ genommenen partiellen Differentialquotienten einer Function der Coordinaten des Punktes darstellen lassen. Denken wir uns nun, daß diese Bewegung eine unendlich kleine Aenderung erleide. Bei der veränderten Bewegung beschreibe der Punkt ebenfalls eine geschlossene Bahn, oder bewege sich zwischen zwei Punkten, welche letzteren entweder mit den früher gegebenen identisch seyen, oder wenn das nicht der Fall ist, die Bedingung erfüllen, daß die Größe

$$\frac{dx}{dt} \delta x + \frac{dy}{dt} \delta y + \frac{dz}{dt} \delta z$$

am Endpunkte der Bewegung denselben Werth habe, wie

- 1) Pogg. Ann. Bd. 143, S. 211: Zur Priorität der Auffindung der Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und dem Principe der kleinsten Wirkung; von L. Boltzmann. — Pogg. Ann. Bd. 144, S. 265: Bemerkungen zu der Prioritätsreclamation des Hrn. Boltzmann; von R. Clausius.

am Anfangspunkte. Bezeichnen wir dann die Zeitdauer der Bewegung mit i , die lebendige Kraft mit T , die Kraftfunktion mit U , und einigen wir uns dahin, den Mittelwerth der veränderlichen Gröſsen durch einen darüber gesetzten waagerechten Strich anzudeuten (z. B. daſs $\bar{x} = \frac{1}{i} \int x dt$), so ist die Gleichung, auf die sich Hr. Clausius in seiner Antwort beruft, und welche er in seiner ersten hierher gehörigen Abhandlung ¹⁾ mit (18) bezeichnet hat, die Folgende:

$$\frac{dU}{dx} \cdot \delta x + \frac{dU}{dy} \cdot \delta y + \frac{dU}{dz} \cdot \delta z = \delta T + 2T \delta \log i \quad (1).$$

Dies ist nun jene Gleichung, auf welche Clausius als auf seine eigene verweist und von welcher er ganz richtig bemerkt, daſs dieselbe eine allgemeinere Anwendbarkeit besitzt als die Hamilton'sche. Es ist auch in der That unmöglich, zwischen dieser und der Hamilton'schen Gleichung eine vollständige Uebereinstimmung herauszufinden. Ich muſs aber bemerken, daſs ich *nicht diese* Gleichung für die Clausius'sche gehalten und als solche bezeichnet habe, und sie, wie bisher, auch jetzt nicht als solche bezeichnen kann. Diese Gleichung ist nämlich schon seit fünf Jahren bekannt, da dieselbe im Isten Bande des unter den Physikern so sehr verbreiteten und häufig citirten Werkes Sir William Thomson's „*Treatise on Natural Philosophy*“ Oxford 1867, (Deutsch von G. Wertheim, Braunschweig 1871) angegeben und bewiesen ist. Wenn wir nämlich die Gleichung, die sich in dem mit „*Dynamical Laws and Principles*“ bezeichne-

1) Pogg. Ann. Bd. 142, S. 442. — In einer anderen Abhandlung: Ueber die Anwendung einer von mir aufgestellten mechanischen Gleichung auf die Bewegung eines materiellen Punktes um ein festes Anziehungscentrum oder zweier materieller Punkte um einander; Nachrichten der kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1871, S. 248 und Math. Ann. von Clebsch und Neumann, Bd. 4, S. 232) bezeichnet Clausius diese Gleichung mit (2).

ten Abschnitte auf Seite 233 unter (9) vorfindet¹⁾, mit der Clausius'schen Bezeichnung schreiben, so zeigt dieselbe folgende Form:

$$\delta(2i\overline{T}) = i \left[\overline{\delta T} + \frac{d\overline{U}}{dx} \delta x + \frac{d\overline{U}}{dy} \delta y + \frac{d\overline{U}}{dz} \delta z \right] \quad (2).$$

Nun ist es klar, daß diese Gleichung mit der unter (1) angeführten vollständig identisch ist.

Aber auch noch aus einer zweiten, nicht weniger wichtigen Ursache konnte ich von der Clausius'schen Gleichung sprechend, nicht jene vorerwähnte Thomson'sche Gleichung darunter verstehen. Die Thomson'sche Gleichung nämlich ist derartig allgemein, daß dieselbe, ohne specielle Voraussetzung, mit dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie gar nicht in Einklang gebracht werden kann. Denn wenn wir diese Gleichung in ihrer ganzen Allgemeinheit auf jene Bewegung, die wir Wärme nennen, anwenden könnten, dann wäre — wie wir weiter unten sehen werden — der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie gar nicht wahr. Die Thomson'sche Gleichung können wir aber am Einfachsten so mit dem zweiten Hauptsatze der Thermodynamik in Uebereinstimmung bringen, wenn wir aus der dynamischen Gleichung ein Glied verschwinden lassen, gleich Null setzen. Und weil es gerade Hr. Clausius war, der zeigte, welches Glied aus der Thomson'schen Gleichung wegfallen müsse, und unter welchen Annahmen dies erreicht werden könne, so glaube ich, daß der historischen Entwicklung dann vollständige Geltung verschafft wird, wenn wir die durch die oben erwähnte Annahme zu Stande gekommene Special-Gleichung²⁾

$$\delta \overline{U} = \overline{\delta T} + 2\overline{T} \delta \log i \quad \quad (3),$$

- 1) Um die Wichtigkeit dieser Gleichung recht hervorzuheben, fügt Thomson noch hinzu: „*This, it may be observed, is a perfectly general kinematical expression, unrestricted by any terminal or kinetic conditions.*“
- 2) Diese Gleichung bezeichnet Clausius (Pogg. Ann. Bd. 142, S. 442) mit (21).

als die Clausius'sche Gleichung bezeichnen, wie ich dies auch gethan habe.

Was ist nun der Unterschied zwischen dieser und der Hamilton'schen Gleichung?

Bevor wir aber auf die Auseinandersetzung dieser Frage näher eingehen, untersuchen wir im Allgemeinen: was für Bedingungen erfüllt werden müssen, um die Thomson'sche Gleichung in Uebereinstimmung mit dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie zu bringen. Der bequemerem Uebersicht halber will ich die Thomson'sche Gleichung in etwas anderer Form schreiben. Bezeichnen wir die gesammte Energie, also die Summe von \bar{T} und \bar{U} mit E , so können wir, nach geringer Transformation, die mit (2) bezeichnete Gleichung auch folgendermaassen schreiben:

$$\delta E = \frac{\delta(2i\bar{T})}{i} + \delta \bar{U} - \frac{d\bar{U}}{dx} \delta x + \frac{d\bar{U}}{dy} \delta y + \frac{d\bar{U}}{dz} \delta z \quad (4),$$

oder wenn wir im letzten Gliede das bestimmte Integral herstellen, aus welchem der mit dem waagerechten Striche bezeichnete Mittelwerth entstanden ist, so erhalten wir:

$$\delta E = \frac{\delta(2i\bar{T})}{i} + \frac{1}{i} \int_0^i \left[\delta U - \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) \right] dt \quad (5).$$

Dividiren wir schliesslich die ganze Gleichung mit \bar{T} , so wird

$$\begin{aligned} \frac{\delta E}{\bar{T}} &= \delta 2 \log(i\bar{T}) \\ &+ \frac{1}{i\bar{T}} \int_0^i \left[\delta U - \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) \right] dt. \end{aligned}$$

Es ist klar, dass diese Gleichung, welche noch immer mit der Thomson'schen identisch ist, nur dadurch in die Form des zweiten Hauptsatzes gebracht werden kann, wenn die Möglichkeit vorhanden ist, das letzte Glied gleich zu setzen der totalen Variation irgend einer unveränderlichen Funktion der Coordinaten; d. h. wenn:

$$\int \left[\delta U - \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) \right] dt = i \bar{T} \delta F \quad (6).$$

Denken wir uns nun diesen Werth in die letzte Gleichung eingeführt und die Variationszeichen durch Differentialzeichen ersetzt, so ist

$$\frac{dE}{T} = d \, 2 \log (i \bar{T}) + dF.$$

Integriren wir diese Gleichung einen vollständigen Kreisprocess hindurch und ziehen wir dabei in Betracht, daß ebenso $i \bar{T}$, als auch F (der Annahme gemäß) zu Anfang und zu Ende des Kreisprocesses denselben Werth besitzen, so ist

$$\int \frac{dE}{T} = 0.$$

Die Thomson'sche Gleichung ist also nur dann in völliger Uebereinstimmung mit dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie, wenn der mit (6) bezeichneten Bedingungsgleichung Genüge geleistet wird.

Sehen wir nun zu, auf welche Weise diese Bedingung einerseits in der Hamilton'schen und andererseits in der Clausius'schen Gleichung erfüllt ist.

Hamilton gründete seine Gleichung auf die Annahme¹⁾, daß die Form der Kraftfunction bei der Aenderung der Bewegung keine Veränderung erleidet, daß daher δU einzig abhängt von der Variation der Raum-Coordinaten, d. h. daß:

$$\delta U - \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) = 0 \quad . \quad . \quad (7).$$

In Folge dessen ist

$$\delta F = 0$$

und die mit (5) bezeichnete Gleichung nimmt folgende Form an:

$$\delta E = \frac{\delta(2i\bar{T})}{i} \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Dies (8) ist die Hamilton'sche Gleichung.

1) *Philosophical Transactions* 1834, p. 249, sub (1).

In was besteht nun die Clausius'sche Annahme? Clausius giebt zu, daß auch die Form der Kraftfunction Veränderung erleide; nur stellt er die Bedingung¹⁾, daß die Variation, welche durch die Form-Veränderung der Kraftfunction entsteht, im Mittelwerthe genommen gleich 0 sey, daß also:

$$\delta \bar{U} - \frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z = 0$$

das heißt

$$\int_0^1 \left[\delta U - \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) \right] dt = 0 \quad (9).$$

Also auch dieser Annahme gemäß ist:

$$\delta F = 0.$$

In Folge dessen nimmt die Gleichung (1) die Form von der mit (3) bezeichneten an, d. h.

$$\delta \bar{U} = \delta \bar{T} + 2 \bar{T} \delta \log i.$$

Dies ist die Gleichung von Clausius.

Ich behauptete nun, daß *diese* Gleichung, und nicht die Thomson'sche, identisch sey mit der Hamilton'schen Gleichung. Diese meine Behauptung halte ich jetzt noch ihrem vollen Umfange nach aufrecht, und glaube, daß nach dem Vorhergesagten auch Hr. Clausius nichts dagegen einwenden wird.

Obzwar nun die diesbezüglichen mathematischen Betrachtungen von Clausius auf eine neue Gleichung überhaupt nicht führten und bloß die Thomson'sche und Hamilton'sche Gleichung, in etwas transformirter Gestalt, zum Resultate hatten, so wäre es nichtsdestoweniger ein großer Irrthum, zu glauben, daß jene hochwichtigen Betrachtungen unfruchtbar geblieben wären. Wie seinerseits Boltzmann, so erkenne auch ich mit größter Bereitwilligkeit, daß jener Theil dieser Betrachtungen, welcher sich hauptsächlich auf die Formveränderung der Kraftfunction bezieht, ganz unbedingt nothwendig war, ja daß es nur mit Hülfe derselben gelingen konnte, die Ha-

1) Pogg. Ann. Bd. 142, S. 442 bis 446, sub (18) bis (22).

Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

milton'sche Gleichung mit Erfolg in die mechanische Wärmetheorie einzuführen. Hamilton hat nämlich seine Gleichung nur für den Fall bewiesen, wenn die Form der Kraftfunction während der veränderten Bewegung keine Veränderung erleidet; aus den Untersuchungen von Clausius geht aber hervor, daß man *dieselbe* Gleichung (die Hamilton'sche) auch dann benutzen kann, wenn die Form der Kraftfunction sich ändert, wobei die Bedingung gemacht wird, daß der Mittelwerth der dadurch entstehenden Variation gleich 0 sey. Die derartige Ausdehnung der Gültigkeit der Hamilton'schen Gleichung war jedenfalls unbedingt nothwendig, weil in der mechanischen Wärmetheorie solche Zustands-Aenderungen der Körper in Betracht kommen, welche nicht bloß von räumlichen Veränderungen, sondern auch von der veränderten Form der Kraftfunction abhängig sind.

Untersuchen wir noch, in wiefern die Hamilton'sche Gleichung modificirt werden muß, damit dieselbe auch für den Fall anwendbar wird, wenn nicht bloß von einem einzelnen Punkte, sondern von der Bewegungsänderung eines ganzen Punktsystems die Rede ist; und zwar nehmen wir gleich ein solches Punktsystem an, dessen einzelne Punkte nicht mit gleicher lebendigen Kraft und auch nicht in gleichen Zeiten ihre geschlossenen Bahnen zurücklegen. Hr. Clausius bemerkt ganz richtig, daß in diesem Falle die Hamilton'sche Gleichung nicht unmittelbar anwendbar sey, und daß demzufolge specielle Untersuchungen nothwendig wären.

Wenn wir indessen die Sache etwas näher betrachten, so finden wir, daß an der mit (8) bezeichneten Form der Hamilton'schen Gleichung keine andere Modification vorzunehmen ist als die, welche sich bezüglich der Energie, aus dem Begriffe des heterogenen Punktsystemes von selbst ergibt, d. h. wir haben nur das Σ -Zeichen den rechts- und linksseitigen Gliedern voranzuschreiben und diese Summation auf sämtliche Punkte des Systemes auszudehnen. Während also die Hamilton'sche Gleichung die Varia-

tion der Energie für einen Punkt folgendermaßen ausdrückt:

$$\delta E = \frac{\delta(2i\overline{T})}{i}$$

erhalten wir die Variation der Energie bezüglich eines ganzen Punktsystemes in vollständig analoger Form, durch die Gleichung:

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{\delta(2i\overline{T})}{i} \dots \dots \dots (10).$$

Diese Modification ist aber wahrlich so gering und folgt so selbstverständlich aus dem Begriffe des Punktsystems, daß wir die mit (10) bezeichnete Gleichung als die nothwendige Folge der Hamilton'schen Gleichung betrachten können. Da aber diese Gleichung bei Hamilton noch nicht vorkommt, und derselbe die Anwendung des Summationszeichens nur auf den Fall beschränkte, wenn die einzelnen Punkte alle in derselben Zeit ihre Bahnen zurücklegten, so wird es vielleicht nicht unzumuthig seyn, die mit (10) bezeichnete Gleichung, nach Hamilton's Methode speciell zu beweisen. Uebrigens ist zu bemerken, daß diese Gleichung sich zuerst bei Boltzmann findet, und daß der hier gegebene Beweis wesentlich nur am Anfange und weiterhin nur bezüglich der Anordnung von der Boltzmann'schen Beweisführung abweicht.

Die Masse irgend eines Systempunktes sey m ; seine rechtwinkligen Coordinaten x, y, z ; die Geschwindigkeit v ; die lebendige Kraft T ; die Kraftfunction U ; die Energie E , und die Zeitdauer eines Bahnumlaufes i . — T und U besitzen an verschiedenen Stellen der Bahn verschiedene Werthe, ihre Summe aber d. h. E wird constant bleiben, so lange der Punkt eine und dieselbe Bahn beschreibt. Dies ist daher eine von der Zeit unabhängige GröÙe. Die Bewegung des Punktes erleide eine Aenderung: statt seiner früheren geschlossenen Bahn und periodischen Bewegung befolge er eine neue geschlossene Bahn, die von der früheren nur um unendlich wenig verschieden ist. In dieser

neuen Bahn bleibt nur die Masse des Punktes die frühere, alle übrigen Größen werden im Allgemeinen verändert. Die aus dem Bahnwechsel entspringenden Veränderungen bezeichnen wir mit dem Variationszeichen δ .

Aus dem Begriffe der Energie folgt, daß

$$\delta E = \delta T + \delta U.$$

Multipliciren wir diese Gleichung mit dem Zeitelement und integriren dieselbe von 0 bis i , und ziehen wir dabei in Betracht, daß sowohl E als auch δE von der Zeit unabhängig sind, so ist

$$\delta E = \frac{1}{i} \int_0^i (\delta T + \delta U) dt.$$

Bilden wir die analogen Ausdrücke auch für die übrigen Systempunkte und summiren dieselben:

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i (\delta T + \delta U) dt,$$

was auch so geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} \Sigma \delta E &= \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i \left(\delta T + \frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) dt \\ &+ \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i \left[\delta U - \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) \right] dt. \end{aligned}$$

Setzen wir nun voraus, daß das letzte Glied der rechten Seite, d. h. die Summe der Mittelwerthe der aus der Formveränderung der Kraftfunction hervorgegangenen Variation gleich 0 ist, so bleibt

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i \left(\delta T + \frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) dt.$$

Substituiren wir

$$\begin{aligned} \delta T &= m v \delta v \quad \text{und} \\ &- \left(\frac{dU}{dx} \delta x + \frac{dU}{dy} \delta y + \frac{dU}{dz} \delta z \right) \\ &= m \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \delta x + \frac{d^2 y}{dt^2} \delta y + \frac{d^2 z}{dt^2} \delta z \right) = m \frac{dv}{dt} \delta s. \end{aligned}$$

wo δs die Variation der Bahnlänge bedeutet, so erhalten wir:

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i m (v \delta v - \frac{dv}{dt} \delta s) dt.$$

Nun ist:

$$\int_0^i \frac{dv}{dt} \delta s \cdot dt = v_1 \delta s_1 - v_0 \delta s_0 - \int_0^i v \frac{d(\delta s)}{dt} dt.$$

wobei die in dem integrierten Theile befindlichen Indices 0 und 1 die Anfangs- und Endwerthe der Gröfsen bedeuten. Da aber die Bahn geschlossen und die Bewegung periodisch ist, so ist

$$\delta s_1 = \delta s_0 \text{ und } v_1 = v_0.$$

Demnach

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i m (v \delta v + v \frac{d(\delta s)}{dt}) dt.$$

Zieht man in Betracht, daß

$$v dt = ds,$$

so erhält man durch geringe Vereinfachung:

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{1}{i} \int_0^i m \delta (v^2 dt).$$

Bringen wir die constante Masse unter das Variationszeichen und vertauschen die Reihenfolge der Integration und Variation, so ist:

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{1}{i} \delta \int_0^i 2 T dt,$$

oder wenn wir den Mittelwerth durch einen waagerechten Strich bezeichnen wollen:

$$\Sigma \delta E = \Sigma \frac{\delta(2iT)}{i}.$$

Dies ist nun die Gleichung, die wir beweisen wollten.

Schließlich will ich noch bemerken, daß in dem Falle, wenn die Bahnen der Punkte nicht geschlossen sind, der Uebergang von den geschlossenen Bahnen auf die nicht

geschlossenen vollständig auf ein und dieselbe Weise ausführbar ist, ob wir die Hamilton-Boltzmann'sche Gleichung in ihrer ursprünglichen Gestalt, oder aber in der von Clausius modificirten logarithmischen Form schreiben. Die Form der Gleichung verursacht wahrlich nicht und verhindert auch nicht in diesem Falle jene Schwierigkeiten, welche Hr. Clausius am Ende seines Aufsatzes anführt.

Der leichteren Uebersicht wegen stellen wir noch die Entwicklungsmomente jener dynamischen Gleichung, auf welche der zweite Hauptsatz der Thermodynamik zurückführbar ist, nebeneinander. Die Gleichung stellt Hamilton im Jahre 1834 auf, aber er setzt bei der Beweisführung voraus, daß das Punktsystem homogen und die Form der Kraftfunction unveränderlich sey. 1868 wendet Boltzmann diese Gleichung auf ein heterogenes Punktsystem an, und bringt sie zuerst in die bekannte Form des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie. 1871 beweist Clausius, daß dieselbe Gleichung auch dann gültig ist, wenn die Form der Kraftfunction sich ändert, aber der Mittelwerth der hieraus entstehenden Variation gleich 0 ist. Demzufolge hat sich innerhalb dieser 38 Jahre nur die Gültigkeit, die Anwendbarkeit dieser Gleichung erweitert, ohne daß die Gleichung, selbst der Form nach, eine wesentliche Aenderung erlitten hätte. Ich wiederhole die Schlußworte meines früheren Aufsatzes: „Was wir in der Thermodynamik den zweiten Hauptsatz nennen, ist in der Dynamik nichts anderes, als das Hamilton'sche Princip, das nämliche Princip, welches in mehreren Theilen der mathematischen Physik schon bisher vielfache Anwendung fand.“

Pest den 18. November 1872.

VI. Ueber die chemische Wirkung des galvanischen Stromes, und über die Vertheilung der freien Elektricität auf der Oberfläche des Stromleiters; von E. Edlund.

(Vorgetragen in der K. Academie der Wissenschaften zu Stockholm am 11. Sept. 1872.)

§. 1.

1. In einer früheren Arbeit ¹⁾ habe ich in möglicher Kürze angedeutet, wie die chemische Wirkung des galvanischen Stromes, unter der Annahme, daß die elektrischen Erscheinungen im Lichtäther vor sich gehen, erklärt werden kann. Ich werde nun vollständiger entwickeln, was in der erwähnten Arbeit in dieser Hinsicht nur kurz berührt wurde.

Welche Vorstellung man sich auch von der Natur der Elektricität mache, muß man doch, um das chemische Zerlegungsvermögen des Stromes erklären zu können, annehmen, daß die Elektricität eine ungleiche Wirkung auf die Stoffe habe, die von einander getrennt werden sollen. Sie muß entweder den einen Stoff abstossen und den andern anziehen, oder auch beide, aber in einem ungleichen Grade, abstossen oder anziehen. Wenn die Wirkung der Elektricität auf die Elemente, woraus die chemische Verbindung besteht, gleich wäre, könnten diese Elemente mit Hülfe der Elektricität unmöglich von einander getrennt werden. Nun wissen wir aus der Lehre vom Lichte, daß die materiellen Körper das Vermögen besitzen die Aethermoleculé anzuziehen, und auf diese Weise den Aether in in ihrem Innern zu condensiren, bis die Anziehung der Materie auf ein äußeres Aethermolecul eben so groß wie die Abstossung des condensirten Aethers gegen denselben

1) Pogg. Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 259. *Arch. des sciences phys. et nat. Genève* 1872.

Aethermolecül wird. Ein materieller Körper im Verein mit seinem condensirten Aether übt also im Ganzen keinen Einfluß auf den äußeren freien Aether aus, und man muß annehmen, daß dieses der Fall sey, der freie Aether möge sich in Bewegung oder in Ruhe befinden. Nun ist es aber bekannt, daß verschiedene Arten von Materie eine ungleich große Anziehung auf die Aethermolecüle ausüben. Die eine Art zieht sie nämlich schwächer oder stärker an als die andere. Die Aethermenge, welche die Sauerstoffmolecüle in einer Masse Sauerstoffgas condensirt halten, ist nicht derjenigen Aethermenge gleich, welche von den Wasserstoffmolecülen in einer Masse von Wasserstoffgas condensirt wird u. s. w. Wir können für die folgende Darstellung das Wasser zur elektrolytischen Flüssigkeit wählen, weil was von diesem gesagt wird, *mutatis mutandis* auch von den übrigen Elektrolyten gesagt werden kann. Wenn die Aethermenge, welche von einem Sauerstoff- und einem Wasserstoffmolecüle condensirt wird, respective mit e , und e , bezeichnet wird, so sind zufolge des Angeführten e , und e , ungleich groß. Die Anziehung eines äußeren Aethermolecüls auf das Sauerstoffmolecül ist eben so groß wie seine Abstossung gegen die condensirte Aethermenge e , und auf dieselbe Weise ist die Anziehung eines äußeren Aethermolecüls auf das Wasserstoffmolecül gleich groß wie seine Abstossung gegen die Aethermenge e . Dieses ist eine Folge der in der Lehre vom Lichte gemachten Voraussetzungen. Wenn nun die fraglichen Sauerstoff- und Wasserstoffmolecüle sich zu Wasser vereinigen, so muß man sich denken, daß das gebildete Wassermolecül die Aethermenge e , + e , in condensirtem Zustande enthalte. Die Anziehung des gebildeten Wassermolecüls auf ein außerhalb desselben liegendes Aethermolecül ist fortwährend eben so groß wie die Abstossung zwischen demselben Aethermolecül und der condensirten Aethermenge e , + e . Das Wassermolecül, zusammen mit der ganzen von ihm conden-

sirten Aethermenge ist also ohne Einfluß auf den äußeren freien Aether.

Wenn die Sauerstoff- und Wasserstoffmoleculë sich zu Wasser vereinigen, wird das Gleichgewicht des condensirten Aethers einigermassen gestört, so daß das eine der beiden Moleculë einen Theil seines Aethervorraths, welcher zu dem andern Molecul übergeht, verliert. Diese Behauptung ist in Uebereinstimmung mit der bekannten Thatsache, daß beim Contact zweier heterogenen Körper der eine positiv und der andere negativ elektrisch wird. Der Aether ist also im Wassermolecul nicht auf dieselbe Weise zwischen dessen chemischen Bestandtheilen vertheilt, als wenn diese frei wären. Wenn nun ein äußeres Aethermolecul auf das Wassermolecul einwirkt, so wird derjenige Bestandtheil des Wassers, welcher eine etwas geringere Menge Aether als im freien Zustande enthält, angezogen, und der andere abgestoßen. Der erste Bestandtheil wird dadurch gegen das äußere Aethermolecul gewandt, und die in dem Wassermolecul enthaltene Aethermasse wird durch die von außen wirkende Abstofsungskraft mehr und mehr in den abgewandten Bestandtheil des Wassers getrieben. Dadurch nimmt die Kraft, welche den Wasserstoff vom Sauerstoff zu trennen sucht, mehr und mehr zu, bis endlich die chemische Verbindung zwischen ihnen aufhört. Es ist einleuchtend, daß wenn man sich den Vorgang auf diese Weise vorstellt, die Abstofsung gegen den einen Bestandtheil des Wassers oder vielmehr gegen die Aethermasse, welche dieser Bestandtheil im Ueberschuß enthält, gleich groß ist wie die Anziehung auf den andern Bestandtheil.

2. Wenn ein galvanischer Strom anfängt, suchen die im Umkreise der Strombahn befindlichen Aethermoleculë neue Gleichgewichtslagen einzunehmen. Die neue Gleichgewichtslage eines beliebigen Aethermoleculs wird sowohl durch die Einwirkung des ganzen Stromes, als durch die der ganzen übrigen Aethermasse bedingt. Wir mögen uns

nun ein Element des mit Aether gefüllten Raumes von der unendlich kleinen Grundfläche $d\omega$ und von der Höhe $d\xi$, also von dem Volumen $d\omega d\xi$ vorstellen, und wir nehmen an, daß die Aethermenge in der Volumeneinheit δ sey. Die Aethermenge, welche sich in dem genannten Raumelemente findet, ist dann $\delta d\omega d\xi$. Der Einfachheit wegen können wir annehmen, daß die Moleculen sich nur längs $d\xi$ bewegen können. Wenn die genannte Aethermenge in Ruhe bleiben soll, muß die Componente längs $d\xi$ aller auf dieselbe einwirkende Kräfte gleich Null seyn. Wir wollen nun zwei gleiche, dem Elemente $d\omega d\xi$ unendlich nahe, auf jeder Seite desselben in der Richtung von $d\xi$ liegende Raumelemente $d\omega d\xi$ besonders in Betrachtung nehmen. Da der Abstand r zwischen zwei Aethermoleculen unendlich klein ist, kann man nicht, wie wenn der Abstand einen endlichen Werth hätte, die gegenseitige Abstossung dem Quadrat des Abstandes umgekehrt proportional setzen, sondern man muß dagegen, wie in der Lehre vom Lichte dargethan wird, annehmen, daß dieselbe einer höheren Potenz n des Abstandes umgekehrt proportional sey. Wenn in dem einen der Elemente $d\omega d\xi$ die Dichtigkeit des Aethers δ' und in dem andern δ'' ist, so wird die Summe der Abstossungen dieser beiden Elemente gegen $\delta d\omega d\xi$ gleich $f\delta d\omega d\xi \left(\frac{\delta' - \delta''}{r^n}\right) d\omega d\xi$, wo f eine Constante ist. In der sich in Ruhe befindenden Aethermasse kann aber der Unterschied der Dichtigkeit des Aethers in zwei Punkten, welche in einem unendlich kleinen Abstände von einander liegen, nur unendlich klein oder Null seyn. Wenn der Unterschied $(\delta' - \delta'') = \rho$ gesetzt wird, ist folglich ρ entweder Null oder eine unendlich kleine Gröfse. Nennen wir nun die Componente längs $d\xi$ der Abstossung der ganzen übrigen in Ruhe befindlichen Aethermasse gegen $\delta d\omega d\xi$ für $S_0 \delta d\omega d\xi$ und die Componente der Abstossung des ganzen galvanischen Stromes längs $d\xi$ für $S_1 \delta d\omega d\xi$, so erhält man für das Gleichgewicht folgende Gleichung:

$$(S_0 + S_1) \delta d\omega d\xi = f \varrho \frac{d\omega d\xi}{r^n} \delta d\omega d\xi;$$

oder

$$S_0 + S_1 = f \varrho \frac{d\omega d\xi}{r^n};$$

wo der Abstand r einen unendlich kleinen Werth hat.

Es ist einleuchtend, daß eine ähnliche Gleichung für jeden beliebigen Punkt in der ruhenden Aethermasse aufgestellt werden kann. Dieselbe gilt also auch für den Fall, daß das Raumelement $d\omega d\xi$ längs der Leitungsbahn des galvanischen Stromes und in einem unendlich kleinen Abstand von derselben liegt; denn auch hier ist der Aether in Ruhe und der Unterschied seiner Dichtigkeit für zwei Punkte, die einander unendlich nahe liegen, unendlich klein. Wenn das Raumelement $d\omega d\xi$ um eine unendlich kleine GröÙe seine Lage verändert, entsteht dadurch in der algebraischen Summe $S_0 - S_1$ nur eine unendlich kleine Veränderung. Wenn man sich also denkt, daß $d\omega d\xi$ in die Leitungsbahn des Stromes versetzt werde, so ist $S_0 + S_1$ fortwährend unendlich geringer als $f \frac{d\omega d\xi}{r^n}$. Dieses ist selbstverständlich, wenn $d\omega d\xi$ in einem unendlich kurzen Abstand von der äußern Gränzfläche der Strombahn liegt. Dasselbe gilt aber auch für einen beliebigen Punkt, der in einem endlichen Abstand von der Gränzfläche liegt. Man denke sich, daß in die Leitungsbahn des Stromes ein durch eine unendlich dünne Schicht isolirter Metalldraht hineingeführt wird, so daß ein Theil desselben vom Strome umflossen werde. Die Isolirung hindert dann den Strom in den Metalldraht hinein zu dringen. Dieser Draht möge nun außerhalb der Strombahn offen gelassen oder zu einem Kreise geschlossen seyn, immer kommt doch der Aether in demselben zur Ruhe. Für jeden Punkt dieses Drahtes, der vom Strome umflossen wird, gilt also die oben aufgestellte Gleichung, folglich muß die Summe $S_0 + S_1$ für einen Punkt im Strome selbst, der in einem unendlich kleinen Abstand von dem ersten Punkte liegt, unendlich kleiner als $f \frac{d\omega d\xi}{r^n}$ seyn.

3. Nach diesen Vorbereitungen gehen wir zu dem eigentlichen Gegenstande unserer Betrachtung über.

Wir wollen uns denken, daß ein galvanischer Strom von der Stärke S ein Gefäß mit schwefelsäurehaltigem Wasser durchlaufe und nennen die Größe des Querschnittes des Gefäßes an einer gewissen Stelle ω . In dieser Fläche wollen wir erst ein Element $d\omega$ besonders betrachten und lassen dieses Element die Grundfläche eines Prismas von der Höhe $d\xi$, längs der Richtung des Stromes gerechnet, bilden. In diesem kleinen Raume finden sich $q d\omega d\xi$ Wassermoleculc, von deren beiden Bestandtheilen, dem Vorhergehen gemäß, der eine durch die äußeren elektrischen Kräfte eben so stark angezogen als der andere abgestoßen wird. Ferner wollen wir zwei Elemente $d\omega \Delta \xi$ des galvanischen Stromes betrachten, von denen eins an jeder Seite in der Richtung des Stromes und unendlich nahe an $d\omega d\xi$ liegt. Die Dichtigkeit des Aethers im Strome oder, was dasselbe ist, seine Menge in der Volumeneinheit, möge δ genannt werden. In jedem der beiden Stromelemente ist also die Menge des strömenden Aethers $= \delta d\omega \Delta \xi$. Weil nun, wie oben bemerkt wurde, der eine Bestandtheil des Wassers von den wirkenden elektrischen Kräften eben so stark angezogen wie der andere abgestoßen wird, so braucht man also nur die Abstossung gegen den einen Bestandtheil in Betracht zu nehmen um einen Ausdruck, der mit der Zerlegungskraft proportional ist, zu bekommen. Setzen wir die Abstossung der beiden eben genannten Stromelemente gegen den einen Bestandtheil des Wassers im Elemente $q d\omega d\xi = S_2$, und lassen S_1 und S_0 die Abstossung des übrigen Stromes und der ganzen ruhenden Aethermasse gegen denselben Bestandtheil (alles längs der Richtung des Stromes gerechnet) bedeuten, so wird der folgende Ausdruck der Zerlegungskraft proportional:

$$(S_0 + S_1) q d\omega d\xi + S_2 q d\omega d\xi;$$

oder, weil

$$S_0 + S_1 = f \varrho \frac{d\omega \Delta \xi}{r^n},$$

wo ρ eine unendlich kleine Gröfse ist,

$$f\rho \frac{d\omega d\xi}{r^n} q d\omega d\xi + S_2 q d\omega d\xi.$$

4. Was die Gröfse S_2 betrifft, so wird sie leicht auf folgende Weise gefunden: Die Abstofsung zwischen zwei Aethermoleculen m und m' , von denen das eine m' in Ruhe ist, und das andere m sich mit der Geschwindigkeit h in einer Richtung bewegt, welche den Winkel θ mit der Verbindungslinie zwischen beiden macht, ist nach der Gleichung (12) in der Abhandlung „*Ueber die Natur der Elektrizität*“

$$- \frac{mm'}{r^2} \left[1 - ah \cos \theta + \frac{kh^2}{2} (1 - \frac{3}{2} \cos^2 \theta) \right];$$

wo a und k Constanten sind, und k im Vergleich zu a einen unbedeutenden Werth hat, obgleich dieses letztere geringer als $\frac{1}{h}$ ist. Wenn sich m dem m' nähert, ist der Winkel θ kleiner als 90° , und $\cos \theta$ folglich positiv; wenn m sich dagegen von m' entfernt, so ist θ gröfser als 90° , und $\cos \theta$ dann negativ. Wenn wir nun dieses auf dasjenige der Stromelemente $\delta d\omega d\xi$ anwenden, welches vor $d\omega d\xi$ liegt, und worin also die Aethermoleculé sich dem letztgenannten Elemente nähern, und dabei eingedenk sind, dafs $\cos \theta$ hier $= +1$ wird, und dafs r statt r^2 geschrieben werden mufs, weil der Abstand unendlich klein ist, so erhalten wir für die Abstofsung gegen den einen Bestandtheil in $q d\omega d\xi$ folgenden Ausdruck:

$$- \frac{\delta d\omega d\xi}{r^n} \cdot f q d\omega d\xi \left[1 - ah - \frac{kh^2}{4} \right],$$

wo f ein Factor ist.

Der entsprechende Ausdruck für dasjenige der Elemente $d\omega d\xi$, welches hinter $d\omega d\xi$ liegt, und worin die Aethermoleculé sich vom letztgenannten Elemente entfernen, wird, weil hier $\cos \theta = -1$ ist:

$$- \frac{\delta d\omega d\xi}{r^n} \cdot f q d\omega d\xi \left[1 + ah - \frac{kh^2}{4} \right].$$

Wird der erstere dieser Ausdrücke von dem letzteren subtrahirt, so erhält man:

$$- \frac{2\delta d\omega d\xi}{r^n} f q \delta \omega d\xi \cdot a h.$$

Das gesuchte S_2 wird also $2f\delta \frac{a h d\omega d\xi}{r^n}$. Aber $S_0 + S_1$ war $= f\rho \frac{d\omega d\xi}{r^n}$; worin ρ eine unendlich kleine Gröfse ist. In Vergleich zu S_2 kann folglich $S_0 + S_1$ vernachlässigt werden. Man erhält also als Ausdruck für die Kraft, welche die beiden Bestandtheile des Wassers im Raumelemente $d\omega d\xi$ von einander zu trennen strebt:

$$- 2f\delta a \frac{h d\omega d\xi}{r^n} \cdot q d\omega d\xi.$$

Wenn man diese Berechnung auf den ganzen Querschnitt ω durch Multipliciren mit $\frac{\omega}{d\omega}$ ausdehnt, und überdies beachtet, das $\delta\omega h$ der Stromstärke S gleich ist, so erhält man:

$$- 2fa q \frac{d\omega d\xi d\xi}{r^n} \cdot S.$$

Da die Abstände zwischen den Aethermoleculen unendlich klein sind, variirt, nach Cauchy, ihre gegenseitige Abstofsung im umgekehrten Verhältnisse der vierten Potenz des Abstandes ¹⁾. Nach der Ansicht dieses Mathematikers ist also $n = 4$, und folglich der Nenner in dem vorstehenden Ausdruck eine unendlich kleine Gröfse der vierten Ordnung. Aber $d\omega d\xi d\xi$ ist auch eine unendlich kleine Gröfse derselben Ordnung, weil $d\omega$, als eine Fläche von elementaren Dimensionen, von der zweiten ist. $\frac{d\omega d\xi d\xi}{r^n}$

ist, also eine endliche Gröfse von einem bestimmten Werthe, der P genannt werden mag. Wir erhalten also schliesslich als Ausdruck für die Kraft, mit der der Strom in der fraglichen Fläche den Wasserstoff und Sauerstoff von einander zu trennen sucht, folgende Formel:

$$2fa q P s.$$

Hieraus ergibt sich, dafs die chemische Zerlegungskraft der Stromstärke proportional, aber unabhängig von

1) *Leçons d'optique physique par Verdet T. II, p. 26.*

der Größe des Querschnittes des Gefäßes ist. In einer Fläche, die mit der eben genannten parallel und in einem unendlich kleinen Abstand von derselben liegt, wird in derselben Zeit eine gleiche Anzahl Wassermoleküle zerlegt. Die Wasserstoffmoleküle von der einen Fläche begegnen nun den Sauerstoffmolekülen von der andern, und werden mit einer Kraft gegen diesen geführt, welche der Summe der chemischen Anziehung und der Wirkung des Stromes auf dieselben gleich ist; weshalb sie chemisch vereinigt werden. Auf diese Weise wird die Zerlegung auch unabhängig von der Länge des Gefäßes, weil nur an den Polflächen die elektrolytischen Bestandtheile im freien Zustande verbleiben können.

5. Die Erfahrung hat gelehrt, daß der schwächste Strom, wenn er nur eine Flüssigkeit durchläuft, dieselbe auch zerlegt. Man muß deshalb annehmen, daß der schwächste Strom im Stande ist den Aether von den Sauerstoffmolekülen zu den Wasserstoffmolekülen oder umgekehrt hinüber zu führen. In dem Maasse, wie die Aethermoleküle auf diese Weise übergeführt werden, wächst, wie es schon vorgehend gezeigt ist, das Vermögen des Stromes den Wasserstoff vom Sauerstoff zu trennen, bis die chemische Verbindung aufgelöst wird. Alles kommt also darauf an, daß die Aethermoleküle sich mit größter Leichtigkeit von dem einen chemischen Bestandtheil zu dem andern überführen lassen. Daß das Gleichgewicht des Aethers im Wassermoleküle unter gewöhnlichen Verhältnissen deswegen nicht labil oder unsicher zu seyn braucht, läßt sich auf folgende Weise erklären: Wenn das Wassermolekül, wie es gewöhnlich der Fall ist, sich in der ruhenden Aethermasse befindet, so ist es klar, daß die Gleichgewichtslage des vom Wasserstoff und vom Sauerstoff condensirten Aether zum großen Theil von dem freien Aether, von dem derselbe umgeben ist, abhängt. Der Druck des freien Aethers gegen den condensirten ist auf allen Seiten beinahe gleich. Könnte man nun auf irgend eine Weise den Druck des freien Aethers auf der einen Seite

her verändern, so müßten nothwendig auch die condensirten Aethermoleküle ihre Gleichgewichtslagen verändern. Aber gerade dieses geschieht, wenn die Wassermoleküle in den galvanischen Strom hineinkommen. Es ist nicht denkbar, daß der condensirte Aether ungestört in seiner Lage verbleibe, wenn der freie Aether rings um ihn herum sich zu bewegen anfängt. Ein Hinderniß gegen die Bewegung der Aethermoleküle von dem einen Bestandtheile des Wassers zu dem andern ist jedoch immer der galvanische Leitungswiderstand. Dieser ist aber, wie ich früher zu zeigen gesucht ¹⁾, der Stromstärke proportional, das heißt hier, proportional der Geschwindigkeit, mit der die Bewegung geschieht. Der Widerstand macht es also auch dem schwächsten Strom nicht unmöglich den condensirten Aether von der einen Stelle zur andern zu versetzen.

§. 2.

Wir wollen nun versuchen im Sinne der aufgestellten elektrischen Theorie die Ursache der Entstehung und Vertheilung des freien Aethers auf der Oberfläche eines galvanischen Leiters anzugeben.

Wir wollen uns eine Röhre denken, worin eine Gasmasse durch eine in dem einen Ende der Röhre wirkende Kraft in Bewegung gesetzt werde, und daß das Gas aus dem andern Ende frei ausströmen könne. Wir nehmen dabei an, daß der Widerstand der Röhre gegen die Bewegung des Gases, wie dieses in Wirklichkeit der Fall ist, der Länge der Röhre proportional sey. Wenn der Abstand vom offenen Ende der Röhre bis zu einem gewissen Querschnitt x genannt wird, so ist also der Widerstand in diesem Querschnitt dem Abstände x proportional. Wird die Dichtigkeit des Gases in dem genannten Querschnitt D' und in dem offenen Ende der Röhre D genannt, so weiß man, daß, sobald die Bewegung in der Röhre constant geworden, der Ueberschuß $D' - D$ dem Abstände x proportional ist. Die Dichtigkeit des Gases wächst also

1) Pogg. Ann. Bd. 148, S. 427.

von dem offenen Ende der Röhre nach dem Ende zu, wo die Kraft wirkt. Wir wollen uns nun vorstellen, daß die beiden Enden der Röhre vereinigt werden, so daß die in Bewegung befindliche Gasmasse eingeschlossen wird. Das Gas muß dann in dem einen Theile der Röhre eben so viel verdünnt werden, wie es in dem andern verdichtet wird, und in der Uebergangsfläche zwischen diesen beiden Theilen hat das Gas dieselbe Dichtigkeit, wie wenn es in Ruhe wäre. Wenn die Röhre überall von derselben Dicke und Beschaffenheit ist, so theilt diese Uebergangsfläche die Röhre in zwei gleich lange Theile. In gleichem Abstände von dieser Fläche ist die Verdichtung auf der einen Seite eben so groß wie die Verdünnung auf der andern. Wenn der Widerstand in dem einen Theil der Röhre größer als in dem andern ist, so wird die Uebergangsfläche so viel gegen den Theil, welcher den größeren Widerstand hat, gerückt, daß der Widerstand in diesem ganzen Theile (von der genannten Fläche bis zu der Stelle, wo die Kraft wirkt, gerechnet) eben so groß wird wie der Widerstand in dem ganzen andern Theile. Wenn D und D' die Dichtigkeit des Gases in der Uebergangsfläche und in irgend einer Fläche auf derjenigen Seite, wo das Gas verdichtet ist, bezeichnet, so ist $D' - D = am'$, wo a eine Constante und m' der Widerstand von der Uebergangsfläche bis zu der fraglichen Fläche bedeutet. Ist D'' die Dichtigkeit des Gases in irgend einer Fläche auf der andern Seite der Uebergangsfläche, so ist auf dieselbe Weise $D - D'' = am''$, wenn m'' den Widerstand zwischen den genannten Flächen bezeichnet.

7. Die bekannten Sätze haben unmittelbar Anwendung auf den strömenden Aether. Dieser hat nämlich die Eigenschaft eines gewöhnlichen Gases den Druck nach allen Richtungen hin mitzutheilen, weil seine Moleküle leicht beweglich sind. Der Umstand, daß ein elektrischer Körper dieselben optischen Eigenschaften wie im normalen Zustande hat, deutet, wie ich schon bemerkt habe¹⁾, dar-

1) *Arch. des sciences phys. et nat. Genève* 1872. *Pogg. Ann. Erg.bd. VI*
Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

auf hin, daß die Elasticität des freien Aethers seiner Dichtigkeit proportional ist. Was demnach in der vorliegenden Frage über die gewöhnlichen Gase gesagt worden, muß auch für den Aether gelten. Der einzige Unterschied ist der, daß die Verdichtung und Verdünnung des Aethers bloß auf der Oberfläche des galvanischen Leiters und nicht in dem Innern desselben stattfinden können, weil die Aethermoleküle einander abstoßen.

In einer geschlossenen galvanischen Kette wird der Aether durch die elektromotorische Kraft nach der einen Seite hin in Bewegung gesetzt. Der Aether muß dann auf derjenigen Seite der elektromotorischen Kraft, wohin der Strom geht, verdichtet und folglich auf der andern Seite verdünnt werden. Die Uebergangsfläche bekommt eine solche Lage, daß der galvanische Leitungswiderstand von dieser Fläche bis zu der Stelle, wo die elektromotorische Kraft wirkt, eben so groß ist auf der einen wie auf der andern Seite. Nennen wir nun die Stromstärke s , die Dichtigkeit des Aethers in der Uebergangsfläche, oder, was dasselbe ist, die Dichtigkeit des ruhenden Aethers, D , dessen Dichtigkeit in zwei beliebigen Flächen auf der Verdichtungsseite D' , D'' , auf der Verdünnungsseite D_0' , D_0'' , und wenn die Widerstände für die Einheit der Stromstärke zwischen der Uebergangsfläche und den genannten Flächen respective mit m' , m'' , m_0' , m_0'' bezeichnet werden, so erhält man, weil der Widerstand der Stromstärke proportional ist: $D' - D = m's$; $D'' - D = m''s$; $-(D_0' - D) = m_0's$; $-(D_0'' - D) = m_0''s$. Nun sind aber $D' - D$, $D'' - D$; $D_0' - D$ und $D_0'' - D$ nichts anderes als die elektroskopischen Spannungen in den respectiven Flächen; die beiden ersten positiv und die beiden letzten negativ. Werden die ersten T' und T'' und die letzten T_0' und T_0'' genannt, so erhält man:

$$T' - T'' = (m' - m'')s \text{ und } T_0' + T_0'' = (m_0' - m_0'')s$$

$$T' - T_0' = (m' + m_0')s \text{ und } T'' - T_0'' = (m'' + m_0'')s;$$

das heißt, daß der Unterschied zwischen den elektroskopischen Spannungen für zwei beliebige Punkte auf der

Oberfläche des Leiters proportional ist dem Producte der Stromstärke und des Widerstandes für die Einheit der Stromstärke zwischen diesen Punkten.

Wenn m den Widerstand der ganzen Leitungsbahn für die Stromstärke 1, und T die Spannung in der unmittelbaren Nähe der elektromotorischen Kraft bezeichnet, so wird, weil die Widerstände zwischen der Uebergangsfläche und der Stelle, wo die elektromotorische Kraft wirkt, auf beiden Seiten gleich groß sind:

$$s = \frac{2T}{m} = \frac{E}{m};$$

welches alles, wie man weiß, mit der Erfahrung übereinstimmt.

Bei näherer Betrachtung findet man, daß die Versuche, welche um die Vertheilung der Elektrizität auf der Oberfläche des galvanischen Leiters zu erforschen angestellt worden sind, es durchaus unbestimmt lassen, ob diese in Bewegung oder in Ruhe sey. Sie legen eigentlich nur dar, daß der Aether auf der Oberfläche des Leiters eine größere oder geringere Dichtigkeit als im normalen Zustande hat, und folglich eine gewisse Spannung zeigt. Wir wollen deshalb für jetzt nicht zu erforschen suchen, ob der Aether, der die elektroskopische Spannung bildet, in Ruhe oder in Bewegung sey.

VII. *Ueber die von Hrn. v. Bezold gegebene Erklärung von den elektrischen Disjunctionsströmen; von E. Edlund.*

Herr Professor von Bezold hat im Bande 140 dieser Annalen einen Aufsatz publicirt, worin er die Entstehung dieser Ströme theoretisch zu erklären versucht; und diese

Erklärungsweise ist späterhin von den HH. Wiedemann¹⁾ und Wüllner²⁾, insofern sie den galvanischen Lichtbogen betrifft, adoptirt worden. Da diese Erklärungsweise sich von der von mir schon früher gegebenen wesentlich unterscheidet, möge es mir erlaubt seyn hier einige Bemerkungen dagegen zu machen.

Hr. Wiedemann äußert hierüber: „Da der Widerstand des Lichtbogens nach den mitgetheilten Versuchen im Verhältniß zu den sonstigen Widerständen der die Pole der verwendeten Säule verbindenden Leitung sehr bedeutend ist, so muß auch der Abfall der freien Elektricitäten zwischen seinen Elektroden ebenfalls ein höchst bedeutender seyn, während er zwischen den Polen der Säule und den Elektroden des Lichtbogens nur gering ist. Wir werden daher an den letzteren eine nur wenig geringere freie Spannung finden, als an den Polen der Säule selbst. Löst man daher plötzlich die Elektroden von der Verbindung mit der Säule und verbindet sie mit einem Galvanometer, so werden die Spannungen nicht allein in dem vielleicht noch einen Augenblick fortbestehenden schlecht leitenden Lichtbogen, sondern überwiegend rückwärts durch das Galvanometer einen Strom bedingen und die Nadel desselben ablenken.“ Man sieht hieraus, daß nach dieser Auffassung der große Abfall der freien Elektricitäten zwischen den Elektroden des Lichtbogens die eigentliche Ursache dieser Ströme seyn soll, während dieselben, nach meiner Darstellung, durch eine eigene im Lichtbogen befindliche elektromotorische Kraft verursacht werden. Um zu wissen, welche dieser beiden Erklärungsarten die richtige sey, ist es ohne Zweifel am besten die Erfahrung zu Rathe zu ziehen. Nun ist es aber ganz sicher, daß der Abfall der freien Elektricitäten zwischen den Elektroden des Lichtbogens, oder was dasselbe bedeutet, daß die Spannungsdifferenz der beiden Elektroden geringer als diejenige Spannungsdifferenz seyn muß, welche sich ergibt,

1) Die Lehre vom Galvanismus. 2. Aufl. 1. Bd. S. 938.

2) Lehrbuch der Experimentalphysik. 3. Ausgabe. 4. Bd. S. 568.

wenn die beiden Elektroden sehr nahe zu einander gehalten werden, ohne daß dabei ein Lichtbogen existirt. Wenn der Lichtbogen ausgelöscht wird ohne daß dessen Polflächen den Abstand von einander verändern, so ist es klar, daß die Spannungsdifferenz der Elektroden größer seyn muß, als wenn der Lichtbogen existirt. Aber wenn man nun auf diese Weise, wie bei meinen Versuchen über die Disjunctionsströme geschehen, oder wie Hr. Wiedemann es in den citirten Worten beschrieben hat, die beiden Elektroden mit dem Galvanometer vereinigt, so erhält man nicht die Spur eines Stromes, ungeachtet die Spannungsdifferenz so groß ist. Wenn man statt des Lichtbogens zwischen den Elektroden einen Widerstand, eben so groß wie der ganze Widerstand des Lichtbogens, einschaltet — in welchem Falle die Spannungsdifferenz eben so groß seyn muß, als wenn der Lichtbogen existirt — und dann den Versuch bewerkstelligt, so erhält man ebenfalls keinen Strom. Aus diesen Versuchen geht unfehlbar hervor, daß der große Abfall der freien Elektricitäten im Lichtbogen nicht die wahre Ursache der beobachteten Ströme seyn kann. Daß sich in diesem Falle kein Strom erhalten läßt, war wenigstens mir schon im Voraus ziemlich klar. Um durch Entladung einer Leidner Flasche einen Ausschlag von einigen Graden in dem Galvanometer, das ich bei meinen Versuchen über die Disjunctionsströme anwandte, zu erhalten, muß die Flasche mit so viel Elektricität geladen werden, daß die freie Elektricität auf der Oberfläche eines galvanischen Leiters im Vergleich damit als verschwindend klein betrachtet werden kann. Da nun der Ausschlag der durchgegangenen Elektricitätsmenge proportional ist, war wirklich kein Ausschlag zu erwarten. Noch unmöglicher stellt sich Hr. v. Bezold's Erklärung dar, wo es sich um den bei einer elektrischen Entladung entstehenden Disjunctionsstrom handelt. Aber da Hr. v. Bezold seine Ansicht nur als eine Hypothese aufstellt, und die HH. Wiedemann und

Wüllner diesen Disjunctionsstrom nicht berühren, will ich mich gegenwärtig damit nicht aufhalten.

Die Arbeit, welche der Strom beim Zerstäuben der Elektroden verrichtet, betrachtet Hr. Wiedemann als compensirt durch den Widerstand, den der Lichtbogen dem Fortpflanzen des Stromes entgegensetzt. Dieser Ansicht kann ich durchaus nicht beistimmen. Es war eben die Unmöglichkeit auf diese Art eine Compensation zu erhalten, die mich zu der Entdeckung der Disjunctionsströme führte. Mögen wir folgende zwei Fälle betrachten. Wird die Stromstärke J , der Widerstand des Lichtbogens r , und der Widerstand der ganzen übrigen Leitung R genannt, so ist die Summe aller Wärme, die der Strom in Folge des Widerstandes entwickelt, proportional mit $J^2(R+r)$. Nun denken wir uns, daß der Lichtbogen ganz und gar entfernt werde, und daß statt dessen ein gewöhnlicher Widerstand r (z. B. ein Metalldraht oder dergleichen), gleich groß mit dem Widerstand des Lichtbogens, eingeschaltet werde. Wenn der Lichtbogen *nur* wie ein Widerstand wirkt, muß hierbei die Stromstärke unverändert bleiben. Ein Widerstand ist dadurch nur mit einem andern gleich großen vertauscht worden. Die entwickelte Wärmemenge wird folglich auch nun $J^2(R+r)$. Also der Lichtbogen mag existiren oder nicht, so erhält man unter dieser Voraussetzung gleich große Wärmemengen. Aber in dem Falle, daß der Lichtbogen existirt, verrichtet der Strom doch *daneben* die zum Zerstäuben der Elektroden erforderliche Arbeit, welches wohl als eine Ungereimheit angesehen werden muß. Wie ich zu zeigen gesucht ¹⁾, kann dieser Widerspruch nur dadurch aufgehoben werden, daß sich sowohl im Lichtbogen wie im elektrischen Funken eine elektromotorische Kraft findet, welche einen Strom in entgegengesetzter Richtung gegen den Hauptstrom sendet. In den von mir und

1) Pogg. Ann. Bd. 131, S. 586.

Hrn. Sundell publicirten, die Disjunctionsströme betreffenden, Abhandlungen finden sich übrigens mehrere That-
sachen, welche ohne die Annahme des Daseyns einer
solchen Kraft nicht erklärt werden können.

**VIII. Ueber die Spectra der Gase in
Geißler'schen Röhren;
von A. Wüllner.**

Fortsetzung von Bd. CXLVII, S. 321.

59.

Im 9. Hefte des vorigen Jahrganges dieser Annalen hat
Hr. Arthur Schuster einige Versuche über die Spectra
des Stickstoffs veröffentlicht und aus denselben den Schluß
gezogen, daß reiner Stickstoff überhaupt nur ein Spectrum
und zwar das Linienspectrum zeige. Er wandte Spectral-
röhren an, welche sich von der gewöhnlichen Form der
Röhren dadurch unterschieden, daß an den weitem Thei-
len derselben seitlich Gefäße angeblasen waren, in welche
kleine Natriumstückchen eingebracht wurden. Nachdem
die Röhre dann mit Stickstoff unter gewissem Drucke ge-
füllt war, wurde das Natrium geschmolzen, so lange bis
es eine reine Oberfläche zeigte. Vor dem Schmelzen des
Natriums lieferte ein durch die Röhre gesandter Inductions-
strom in derselben violettes Licht, welches das Banden-
spectrum des Stickstoffs zeigte; nach dem Schmelzen gab
dann die Röhre ein weißlich blaues Licht, das viel we-
niger hell war als das frühere violette. Das Spectrum
hatte einen andern Charakter angenommen, es war nun,

wie Hr. Schuster sagt, das Spectrum zweiter Ordnung mit seiner charakteristischen grünen Linie ¹⁾).

In Betreff dieser Versuche erlaubte ich mir meiner letzten Mittheilung über die Spectra der Gase im 11ten Hefte des vorigen Jahrganges dieser Annalen die Anmerkung hinzuzufügen, daß man die Versuche des Hrn. Schuster dahin deuten müsse, daß durch seine Behandlungsweise der Spectralröhre in derselben die Funkenentladung sich ausgebildet habe, daß ich einen Beweis gegen die Existenz der mehrfachen Spectra in seinen Versuchen nicht erkennen könne. Denn nachdem sich durch die dort mitgetheilten Versuche ergeben hatte, daß das Linienspectrum eines Gases nur dann erscheint, wenn die eigentliche Funkenentladung auftritt, folgte, daß wenn in der That der Stickstoff nur ein Spectrum haben soll und zwar das Linienspectrum, daß dann im Stickstoff immer nur die Funkenentladung stattfinden könne, niemals die funkenlose Entladung. Da nun aber Hr. Schuster angiebt, daß selbst geringe Beimengungen von Sauerstoff das Bandenspectrum hervorrufen, so würde daraus folgen, daß in einem Gase, welches selbst keine funkenlose Entladung gestattet, geringe Beimengungen eines andern Gases die funkenlose Entladung veranlassen. Diese Wirkung einer Beimengung widerspricht anderweitigen Erfahrungen, die eher das Gegentheil beweisen. Bromdampf in einer Geißler'schen Röhre läßt nur Funkenentladung zu; mischt man den Bromdampf mit Luft, so geht diese Funkenentladung nicht in die funkenlose Entladung über, im Gegentheil, so lange der Luft eine, wenn auch sehr geringe, Menge Bromdampf beigemischt ist, bildet sich nur die Funkenentladung aus, welche das Linienspectrum

- 1) Die Beschreibung, welche Hr. Schuster von dem, von ihm als wirkliches Stickstoffspectrum bezeichneten giebt, entspricht indess wenig der Plücker'schen Zeichnung, welche das Linienspectrum des Stickstoffs in der That mit sehr großer Treue darstellt. Dasselbe enthält weder eine charakteristische grüne Linie noch auch nahe daran und etwas zum Violett hin ein grünes nicht schattirtes Band.

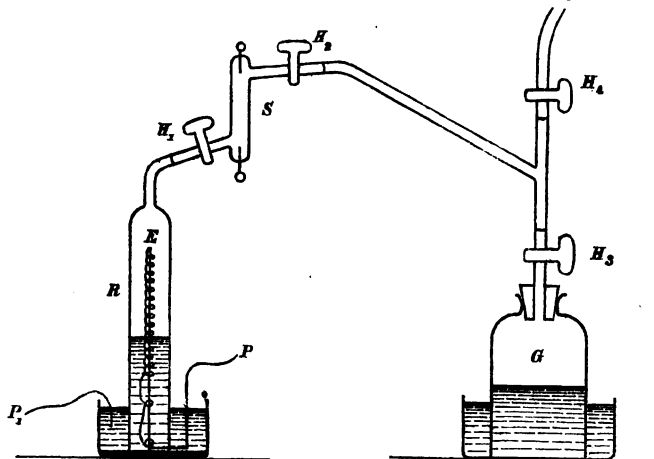
liefert. Deshalb läßt sich auch mit dem directen Inductionsstrom das negative Absorptionsspectrum des Bromdampfes nicht darstellen.

Wenn deshalb Hr. Schuster in seinen Röhren in der That nur das Linienspectrum des Stickstoffs, also Funkenentladung erhalten hat, so ist es wahrscheinlicher, daß die Gegenwart des Natriumdampfes die in reinem Stickstoff mögliche funkenlose Entladung in die Funkenentladung verwandelt hat, als daß umgekehrt Spuren von Sauerstoff die im reinen Stickstoff unmögliche funkenlose Entladung bewirken.

60.

Um die Frage, ob denn in ganz reinem Stickstoff keine funkenlose Entladung stattfinden und damit kein Bandenspectrum auftreten könne, experimentell zu entscheiden, habe ich die in meiner letzten Untersuchung nur mit trockener Luft angestellten Versuche jetzt mit reinem Stickstoff wiederholt. Zu dem Zwecke wurde zunächst in einem Quecksilbergasometer eine ziemliche Quantität Luft durch Verbrennen von Phosphor so vollständig von Sauerstoff befreit, als es auf diesem Wege möglich ist. Der Phosphor wurde in beträchtlichem Ueberschuß angewandt, so daß nach Beendigung der Versuche sich noch die Gegenwart von unverbranntem Phosphor constatiren liefs. Um diesen so bereiteten Stickstoff von den noch vorhandenen Spuren Sauerstoff zu befreien, wandte ich zunächst, um die Gegenwart von Natriumdampf zu vermeiden, auf den Rath meines Freundes und Collegen Landolt, eine glühende Eisendrahtspirale an, welche ebenfalls den Sauerstoff vollständig absorbiert. Die dabei benutzte Anordnung der Apparate zeigt umstehende Skizze. An den einen Hahn H_1 meiner überall 2 Cm. weiten, 10 Cm. langen vor dem Spalt des Spectrometers fest aufgestellten Spectrallröhre S war die oben ausgezogene und dann umgebogene Röhre R von 60 Cm. Länge und überall 4 Cm. Weite mit Siegellack angekittet. An den andern Hahn H_2 war ein

Tförmiges Rohr angekittet, welches einerseits zu dem auf dem Stickstoff-Gasometer befindlichen Hahn H_3 und an-



dererseits zu dem an der Geißler'schen Quecksilberluftpumpe befindlichen Hahn H_4 führte. Die Röhre R stand in einer mit Quecksilber gefüllten Wanne. In dem Rohre R befand sich die Eisendrahtspirale E ; dieselbe wurde durch den zweimal gebogenen Eisenstab EP gehalten, in dessen oberem Ende E die Spirale eingesteckt und durch eine Klemmschraube befestigt war. Das andere Ende der Drahtspirale war unten um den horizontalen Theil des Stabes gewickelt. Der verticale in der Röhre R befindliche Theil des Eisenstabes war mit einer Glasröhre umgeben, welche unten mit Siegelack an den Stab angekittet war. Der horizontale Theil des Stabes und der außerhalb des Rohres R aufsteigende waren mit Siegelack überzogen und so vom Quecksilber isolirt. Wurde nun P mit dem Pole einer Batterie verbunden und der zum andern Pol der Batterie führende Draht P_1 in das Quecksilber der Wanne getaucht, so durchlief der Strom die Drahtspirale bis zu der Stelle, wo sie in das Quecksilber tauchte.

Nach Zusammenstellung des Apparates wurde nun zunächst bei geschlossenem Hahn H_3 mit Hilfe der Luft-

pumpe in dem Rohre *R* das Quecksilber bis zum Hahne *H*₁ gehoben, dann *H*₁ geschlossen, und nun die Röhre *S* und der ganze mit der Pumpe in Verbindung stehende Raum so weit ausgepumpt, wie es die Geißler'sche Pumpe gestattet, was mit derselben bekanntlich in einem solchen Grade zu erreichen ist, daß an dem Manometer keine Niveaudifferenz mehr zu beobachten ist. Es wurde dann *H*₂ geöffnet, *H*₁ geschlossen und die Röhre *S* mit dem TRohr mit Stickstoff aus *G* gefüllt. Dann wurde wieder Luftleere hergestellt, und so mehrmals dieser Theil der verbundenen Räume mit Stickstoff ausgespült. Schließlich wurde dann *H*₁ geöffnet und aus dem Gasometer Stickstoff in die Röhre *R* bis etwa 600^{mm} Druck übergeführt. Dabei ragte die Spirale *E* dann so weit über dem Quecksilber hervor, daß die freie Drahtlänge etwa 130 Cm. betrug. Durch eine Batterie von 36 Grove'schen Elementen wurde dann die Spirale in lebhafte Gluht versetzt, und zunächst bei offenem Hahn *H*₁ und geschlossenem *H*₂, dann aber bei geschlossenem Hahn *H*₁, mehrere Stunden, bei dem ersten Versuche zwei Stunden in Gluht erhalten.

Es wurde dann die Röhre *S* wieder leer gepumpt und nun dreimal mit dem in der Röhre *R* durch die Eisenspirale von dem etwa noch vorhandenen Sauerstoff befreiten Stickstoff ausgespült, und darauf Stickstoff bis zu einem Drucke von 5^{mm} zugelassen. Der durch die Röhre geführte Inductionsstrom bot dann identisch dieselbe Erscheinung und identisch dasselbe Spectrum, wie wenn er durch trockne Luft geführt wurde, und wie ich sie §. 50 S. 326 meiner vorigen Abhandlung beschrieben habe. Dasselbe zeigte sich in dem weiteren Verlauf der Erscheinung als der Druck allmählich gesteigert wurde; das bei geringem Drucke die ganze Röhre erfüllende Licht der funkenlosen Entladung zog sich bei steigendem Drucke zu einem schmalen Lichtcylinder zusammen, aber bei einem Drucke des Stickstoffes von 80^{mm}, 100^{mm}, 150^{mm} trat keine Funkenentladung auf, und dem entsprechend zeigte sich im Spectrum keine Spur einer Linie des Linienspectrums. Das

Bandenspectrum verdunkelte sich bei steigendem Druck genau in der früher beschriebenen Weise. Erst als der Druck 185^{mm} geworden war, trat neben der schwachen funkenlosen Entladung zuweilen der Funke auf, und mit demselben zeigten sich die scharfen Linien des Linienspectrums, wie früher zuerst im Grün. Auch in Bezug auf den Druck also, bei welchem zuerst das Funkenspectrum auftrat, zeigt sich kein wesentlicher Unterschied gegenüber den früheren Versuchen; der in der angegebenen Weise behandelte Stickstoff liefert ganz dieselben Erscheinungen wie die trockene Luft. Ich habe diese Versuche mehrmals wiederholt, und immer mit genau demselben Resultate; ich habe die Spirale in der Röhre *R* sechs Stunden lang in lebhafter Gluth erhalten, die Röhre *S* dann etwa sechsmal mit dem Stickstoff aus der Röhre *R* ausgespült, und dann die Entladungen durch die Röhre bei steigendem Drucke beobachtet, das Resultat war immer dasselbe.

Gerade diese vollkommene Uebereinstimmung der Erscheinungen in dem so behandelten Stickstoff mit denjenigen, welche trockene Luft liefert, bietet den directesten Beweis, daß dort nicht die Gegenwart des Sauerstoffs die Bedingung für das Auftreten des Bandenspectrums ist, daß somit Plücker und Hittorf mit vollem Rechte dem Stickstoff ein Banden- und ein Linienspectrum zuschrieben. Denn wollte man selbst annehmen, daß der Stickstoff durch die glühende Eisenspirale nicht absolut von jeder Spur Sauerstoff befreit wäre, so müßten, wenn die möglicherweise noch vorhandene Spur Sauerstoff die Ursache der funkenlosen Entladung und des Bandenspectrums seyn sollte, die Erscheinungen doch quantitativ anders verlaufen, als bei Anwendung von Luft. Daß und weshalb die Gegenwart von Sauerstoff die Spectralerscheinungen des Stickstoffs nicht ändert, habe ich in meiner vorigen Abhandlung (§. 53.) gezeigt, das Licht der durch Sauerstoff stattfindenden funkenlosen Entladung ist zu

schwach, als daß es das Bandenspectrum des Stickstoffs im geringsten alteriren kann.

61.

Wenn auch die im vorigen §. mitgetheilten Beobachtungen keinen Zweifel mehr zulassen, daß reiner Stickstoff bei geringen Drucken die funkenlose Entladung und damit das von Plücker und Hittorf beschriebene Bandenspectrum liefert, so habe ich doch die Versuche in derselben Weise unter Anwendung des Natriums wiederholt, zu dem Zwecke um zu untersuchen, ob denn die Gegenwart von Natriumdampf auch in ausgedehnten Gasmassen die funkenlose Entladung verhindert.

Die dazu benutzte Anordnung des Versuches unterschied sich von der im vorigen §. beschriebenen nur darin, daß an Stelle der Röhre *R* eine bis nahe zur Hälfte mit Natrium gefüllte Kugel von etwa 5 Cm. Durchmesser an den Hahn *H*₁ angekittet wurde. Das Natrium wurde in so großer Menge angewandt, um sicher allen Sauerstoff fortzunehmen. Es wurde dann bei geschlossenem Hahn *H*₃ zunächst die Röhre *S* mit der Natriumkugel so vollständig wie möglich luftleer gepumpt, und dann bei geschlossenem Hahn *H*₄ die Röhre *S* und die Kugel mit Stickstoff unter einem Drucke von 48^{mm} gefüllt. Es wurde dieser Druck gewählt, etwa der dreifache von dem stärksten, den Hr. Schuster anwandte, weil zu erwarten war, daß in einer ausgedehnten Gasmasse die Funkenentladung selbst unter Wirkung des Natriumdampfes später eintritt als in den engen Spectralröhren der gewöhnlichen Form. Es wurde dann der Hahn *H*₂ geschlossen und das Natrium zum Schmelzen gebracht und etwa zwei Stunden in Fluß erhalten. Nachdem das Natrium etwa eine Stunde lang geschmolzen gewesen war, wurde dann von Zeit zu Zeit der Inductionsstrom durch die Röhre hindurchgesandt, während, wie erwähnt, das Natrium immer geschmolzen erhalten wurde. Die Entladung war

aber immerfort eine funkenlose, gerade wie sie bei denselben Drucken in Luft oder in mit der glühenden Eisenspirale gereinigtem Stickstoff war. Dem entsprechend war auch in dem Spectrum des Lichtes niemals eine Linie des Linienspectrums sichtbar.

Das Licht der funkenlosen Entladung war indess etwas anders gefärbt als bei dem durch die Eisenspirale gereinigten Stickstoff, und zwar in dem Sinne, wie es auch Hr. Schuster angiebt, es war bläulicher. Der Grund dieser Färbung liefs sich aber im Spectrum des Lichtes deutlich erkennen, es zeigten sich nämlich in dem Bandenspectrum des Stickstoffs die grünen Cannelirungen des Kohlenspectrums, und zwar besonders die eigentlich grüne Cannelirung als schmales helles Feld.

Bei einem zweiten Versuche wurde die Röhre S und die Kugel mit Stickstoff unter dem Drucke von 580^{mm} gefüllt, nachdem vorher das Natrium der Kugel erneuert war. Bei geschlossenem Hahn H_1 wurde dann das Natrium zunächst etwa drei Stunden erhitzt, die Pumpe bis zum Hahn H_2 ausgepumpt, und dann, während mit der Erhitzung der Natriumkugel fortgefahren wurde, bei sinkendem Drucke des Gases beobachtet. Die Aenderungen des Gasdruckes wurden zunächst dadurch hergestellt, dafs man den Hahn H_4 schlofs und H_2 öffnete, so dafs das vorher den Raum bis H_2 füllende Gas sich dann bis zum Hahn H_4 in den vorher lufteer gemachten Raum verbreitete. Dann wurde wieder bis zum Hahn H_2 ausgepumpt und so fort. Später bei den geringeren Drucken wurde H_1 geschlossen, bis zu diesem Hahne ausgepumpt, und dann bei geschlossenem H_2 durch Oeffnen des Hahnes H_1 der Stickstoff aus der immerfort erhitzten Natriumkugel in die Röhre S gelassen.

Die Funkenentladung ging hier bis zu einem etwas geringeren Drucke herab, indem bei etwa 150^{mm} Druck der Funke und mit demselben die hellsten Linien des Linienspectrums beobachtet wurde. Bei einem Drucke von

100^{mm} war aber auch hier kein Funke mehr vorhanden, sondern nur die funkenlose Entladung. Dieselbe zeigte das vorher beschriebene Licht und demgemäß neben dem Bandenspectrum des Stickstoffs die Cannelirungen des Kohlenspectrums.

Als die Röhre *S* bis auf 5^{mm} ausgepumpt wurde, zeigte sich das Licht der funkenlosen Entladung ganz in derselben Weise verändert, wie es Hr. Schuster beschreibt, es wurde weißlich blau, das Spectrum hatte einen anderen Charakter angenommen, es war aber nicht das Linienspectrum des Stickstoffs geworden, sondern das Spectrum der Kohle mit seiner charakteristischen grünen Cannelirung.

Dieses vollständige Verdecktwerden des Stickstoffspectrums durch dasjenige der Kohle habe ich schon in meiner Mittheilung über die Spectra der kohlehaltigen Gase erwähnt und besprochen, indem ich bemerkte, daß wenn man zur Verbrennung der in den Röhren abgesetzten Kohle Luft eintreten liefs, häufig keine Spur des Stickstoffspectrums zu sehen war. Da nun das Natrium kohlehaltig ist, so kann auch in diesem Falle das Verdecktwerden des Stickstoffspectrums durch das Kohlespectrum ebenso wenig auffallen als das Auftreten des Kohlenspectrums überhaupt.

Sowie man aber durch Oeffnen des Hahnes *H*, wieder Stickstoff aus der Natriumkugel in die Röhre *S* treten liefs, nahm das Licht wieder die Farbe des Stickstofflichtes an, nur, wie schon erwähnt, etwas bläulicher, und das Spectrum war das Bandenspectrum des Stickstoffs, in welchem die grüne Cannelirung des Kohlenspectrums sichtbar war.

Die vorliegenden Versuche beweisen, daß in sorgfältig gereinigtem Stickstoff die beiden Entladungsarten je nach dem Drucke des Gases auftreten, und daß dem entsprechend die den beiden Entladungsarten entsprechenden Spectra verschieden sind, sie geben einen neuen Beweis,

daß die Linienspectra der Gase nur der eigentlichen Funkenentladung entsprechen, die Bandenspectra jener, bei welcher ein eigentlicher Funke sich nicht ausbildet *).

Aachen d. 12. Januar 1873.

*) Berichtigungen zu meiner letzten Abhandlung im Bd. 147 dieser Annalen.

S. 351 Z. 14 v. u. lies: $62^{\circ} 38'$ statt: $63^{\circ} 38'$

S. 352 Z. 17 v. u. lies: $62^{\circ} 38'$ statt: $62^{\circ} 58'$

IX. *Ueber die Krone des Nordlichtes;* *von J. Sirks.*

Die Beobachtungen, welche in den letzten Jahren bei der Erscheinung von Nordlichtern angestellt sind, haben bisher geringe Belehrung gegeben über die Lage des Meteors in der Atmosphäre. Die Ausdehnung und die Unruhe der Strahlenbildung macht die Beobachtung desselben Lichtbogens an zwei Stationen unmöglich, so daß man auf diese Weise nicht zur Ortbestimmung des Phänomenes gelangen kann. Bessere Dienste werden zu diesem Zwecke versprochen von dem scheinbaren Convergenzpunkte der Strahlen, der sogenannten Krone, welche für alle Stationen eine gleichwichtige Bedeutung haben muß. Wenn diese Krone sich nicht gebildet hat, und man gezwungen ist ihre Lage aus dem Schnidungspunkte zweier verlängerten Lichtbogen zu schätzen, ist die Ermittlung dieses Punktes meistens sehr unzuverlässig. Aber in den letzten Jahren hat sich die Krone selber mehrmals gezeigt, und man könnte ihre Stelle ziemlich genau bestimmen. Ihre Lage erwies sich jedoch öfters so schwankend, daß man, zur Ortbestimmung der Krone aus einer eventuellen Parallaxe, gleichzeitige Beobachtungen verschiedener Stationen

braucht. Für diesen Zweck standen mir schon i. J. 1870 einige correspondirende Beobachtungen zu Gebote, welche am 25. Oktober zu Groningen, Münster und Deventer an- gestellt waren, und es ergab sich daraus das unerwartete Resultat, daß die Richtungen der Krone für diese Sta- tionen nicht nach *einem* Punkte der Atmosphäre zusam- menliefen, sondern gegenseitig divergirten. Später, wäh- rend des Nordlichtes am 4. Februar 1872, haben Beobach- tungen der Krone stattgefunden in mehreren Stationen zwischen Riga, Rom und Dublin.

Etwa hundert Bestimmungen sind in mehreren Zeit- schriften mitgetheilt, aus welchen dreißig Paare gleichzei- tiger Beobachtungen entnommen werden konnten. Die Mittheilung derjenigen, welche auf den gegenseitig ent- ferntesten Stationen gemacht sind, geschieht hierunten.

Die Stationen mit ihrer geographischen Lage sind:

	N. Breite	Länge von Greenwich	Beobachtungen mitgetheilt	
			in:	von:
Arensburg	58° 19'	22° 39' O.	Woch. f. Astr.	E. von Poll
Danzig	54 21	18 41	"	A. σ.
Dublin	53 17	6 20 W.	Nature	Close
Groningen	53 13	6 34 O.	Woch. f. Astr.	Sirks und Gronemann
Amsterdam	52 22	4 53		v. Hennekeler
Deventer	52 15	6 9		Sirks
Peckeloh	52 5?	8 30?	Woch. f. Astr.	Weber
Münster	51 58	7 38	"	Heis
Breslau	51 6	17 3	Pogg. Ann.	Reimann und Galle
St. Leonards	50 51	0 33	Nature	J. E. H. P.
Loewen	50 50	4 42	Compt. Rend.	Terby
Aachen	50 47	6 5	Woch. f. Astr.	Pützer
Albert	50 0	2 30	Compt. Rend.	Comte
Noyon	49 30	3 0	Les Mondes	Lecot
Montpellier	43 36	3 52	Compt. Rend.	Fabre und Collot
Rom	41 53	12 27	Woch. f. Astr.	Secchi

Die Rechnung ergab folgende Werthe für die Richtung der Krone.

No.	Mittlere Zeit Greenwich	Station	Magnetische		Richtung der Krone			Höhe
			Decl.	Incl.	R. Asc.	Decl.	Stunden- winkel	Azim.
1	5 ^h 41'	{ Danzig Münster	10° 16	68° 67½	61° 50	19° 27	2½° 3	4½° 6¼
2	6 6	{ Arensburg Aachen	7½ 16¼	70½ 67	70½ 54½	38 23¼	2 2¼	4½ 5½
3	6 17	{ Deventer Rom	16½ 11¼	68 60¼	61 67	24¾ 16¼	6½ 6	12¾ 13
4	6 50	{ Deventer Montpellier	16½ 15¾	68 62¼	69½ 64	28¾ 16	6½ 3½	14 7¼
5	7 7	{ Deventer Münster Breslau Rom	16½ 16 10½ 11¾	68 67½ 65½ 60¼	73 74½ 86¼ 87	27¾ 28 23 7½	6 6 8½ 13½	12¾ 13 16 23
6	7 15	{ Dublin Deventer	24 16½	69¼ 68	59 75	30¼ 30½	2¼ 6	4 13¾
7	7 48	{ Peckeloh Breslau	15¼ 10½	67½ 65½	91 96	26 18	11 7¾	22 13½
∞ *								

No.	Mittlere Zeit Greenwich	Station	Magnetische		Richtung der Krone				
			Decl.	Incl.	R. Asc.	Decl.	Stunden- winkel	Azim.	Höhe
8	8 ^h 21' {	Deventer	16 $\frac{1}{2}$	68	90	30	4 $\frac{1}{4}$	9 $\frac{3}{4}$	67 $\frac{1}{2}$
		Loewen	16 $\frac{3}{4}$	67 $\frac{1}{4}$	94	22 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{3}{4}$	18 $\frac{1}{2}$	60 $\frac{3}{4}$
9	8 29 {	Deventer	16 $\frac{1}{2}$	68	91	29 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{4}$	7 $\frac{1}{4}$	67
		Albert	18	66 $\frac{3}{4}$	94	22 $\frac{1}{2}$	10	19 $\frac{1}{2}$	61 $\frac{1}{2}$
10	9 6 {	Arensburg	7 $\frac{1}{2}$	70 $\frac{1}{4}$	116	37	2 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{3}{4}$	68 $\frac{1}{2}$
		Deventer	16 $\frac{1}{2}$	68	100 $\frac{1}{2}$	25	3 $\frac{1}{2}$	7	62 $\frac{3}{4}$
11	9 40 {	Groningen	16 $\frac{1}{2}$	68 $\frac{1}{4}$	111 $\frac{1}{2}$	30	5 $\frac{3}{4}$	12 $\frac{1}{2}$	66 $\frac{1}{2}$
		Amsterdam	17 $\frac{1}{4}$	68	109	28	4 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	65 $\frac{1}{2}$
12	9 57 {	St. Leonards	19 $\frac{1}{4}$	67 $\frac{3}{4}$	110	28	6	13 $\frac{1}{2}$	66 $\frac{3}{4}$
		Loewen	16 $\frac{3}{4}$	67 $\frac{1}{4}$	117 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{1}{2}$	9	18 $\frac{1}{2}$	63 $\frac{3}{4}$
13	10 11 {	Groningen	16 $\frac{1}{2}$	68 $\frac{1}{4}$	120	32	6 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{3}{4}$	68 $\frac{1}{4}$
		Noyon	17 $\frac{1}{2}$	66 $\frac{1}{2}$	114	22	4	8	62 $\frac{1}{4}$

Nur mit Ausnahme von No. 1, 8 und 9 war also die *Rectascension der Krone am größten für die westliche, die Declination für die nördlichste Station*. Der Unterschied entweder in Rectascension oder in Declination und meistens in beiden gleichzeitig ist überdies stets so bedeutend, daß er nicht etwaigen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden kann.

Unzweifelhaft geht also aus obiger Tabelle hervor, daß die *Richtungen der Krone* für die verschiedenen Stationen *nicht* nach einem Punkte der Atmosphäre *zusammenliefen, sondern* hingegen unter einander *divergirten*. Deswegen kann die Krone nicht ein wirklicher Knotenpunkt aller Lichtbogen des Nordlichtes seyn. Für jede Station bestimmt sie nur die Mittelrichtung, wohin die Lichtsäulen über einen kleinen Theil der Erdoberfläche mit schwacher Divergenz in die Atmosphäre emporschiesßen. Ferner zeigen die mitgetheilten Beobachtungen, daß für jede Station *die Höhe der Corona fast ohne Ausnahme einige Grade kleiner ist als die magnetische Inclination*, welche einer kleinen Karte Lamont's entnommen ist. Ebenso ist in den meisten Fällen das Azimut der Krone geringer als die magnetische Declination. Nun wird die Perspective der Krone gezeichnet durch die Spitzen des sichtbaren Theiles der Lichtbogen.

Diese Spitzen schweben jedoch über einem südlicheren Punkte der Erdoberfläche, wo magnetische Inclination und Declination geringer sind als an dem Beobachtungsorte.

Die Mittelrichtung der Nordlichtsäulen stimmt also über jeder Station, ohne große Abweichung, mit der Richtung einer freischwebenden Magnetnadel überein. Deswegen ist der Schluß nicht unbegründet, daß *die Lichtbogen des ganzen Phänomenes ihren Ausgangspunkt haben in den Magnetpolen der Erde, und sich ungefähr den magnetischen Curven entlang um den Erdmagnet ausbreiten*.

Jede Station übersieht nur einen so kleinen Theil des Meteores, daß die Lichtbogen, insofern sie zu bemerken sind, fast geradlinig sind und unter einander nur schwach

divergiren. Im Einklang mit der Beobachtung projectiren die sichtbaren Theile sich auf den Himmel wie große Kreise, während ihre entferntesten Spitzen für jeden Beobachter nach einem Punkte zusammenzulaufen scheinen. Die Entfernung, Ausdehnung und Anzahl dieser Spitze verleiht der Krone die Gestalt eines geschlossenen oder zerbrochenen Lichtringes, oder das Ansehen eines Knotenpunktes.

Die meisten Nord- und gleichzeitig auftretenden Südlichter sind auf die Polargegenden beschränkt. Für kleinere geographische Breite zeigen die Lichtbogen sich dann nur am Horizonte, ohne Ausbildung einer Krone. Bei wachsendem Umfang der Erscheinung breiten diese Lichtbogen sich weiter zum Aequator aus, und sie bilden in einzelnen Fällen ein geschlossenes System um den Erdmagnet, wie am 4. Februar 1872, als alle Welt das Phänomen erblickte.

Die Natur des Nordlichtes ist bisher nicht enthüllt; indessen fällt es schwer, sein elektrisches Aussehen zu läugnen. Diese Lichtbogen mit ihrer eigenthümlichen Gluth erinnern zu lebendig an die elektrischen Entladungen in verdünnten Gasen, als daß man sie nicht seit lange für elektrische Ströme in den obersten Luftschichten hielt.

Eine Muthmaßung über den Ursprung solcher elektrischen Entladungen zwischen den Magnetpolen der Erde kann den Erscheinungen entnommen werden, die jedes Nordlicht begleiten. Einerseits treten bei einem Nordlichte stets heftige Störungen des Erdmagnetismus auf. Andererseits fallen die ausgedehnteren Nordlichter vorzugsweise in die Jahre, in welchen die tägliche Variation des Erdmagnetismus und eben so die magnetische Einwirkung der Sonne am größten ist.

Die magnetische Einwirkung der Sonne muß es also seyn, die unmittelbar oder durch Vermittelung des Erdmagnetismus die elektrischen Entladungen des Nordlichtes erzeugt. Die letztere Annahme ist die wahrscheinlichere, besonders mit Hinsicht auf einige magneto-elektrische Untersuchungen von Trève (*les Mondes par Moigno*,

T. XXVIII, p. 773.) Dieser hat nämlich die Entstehung eines elektrischen Stromes nachgewiesen in dem Verbindungsleiter zweier Magnetpole, sobald ihre magnetische Constanten sich abändern. *Nach dieser Entdeckung muß bei Schwankung der Lage und Stärke der magnetischen Erdpole ein elektrischer Strom inducirt werden, der sich vorzüglich durch die höheren Luftschichten mit kleinem Leitungswiderstande entladen wird.* Ob eine derartige elektrische Induction die völlige Erklärung des Nordlichtes in Anspruch nehmen könne, wird jedoch erst erhellen aus späteren Beobachtungen, die bei nachherigen Nordlichtern über die Lage der Krone und die Schwankungen des Erdmagnetismus angestellt zu werden verdienen. Gleichzeitige Bestimmungen in einem ausgedehnten Gebiete der Erdoberfläche sind dazu unumgänglich.

Durch die mitgetheilten Beobachtungen ist indessen eine Schwierigkeit bei der Erklärung des Nordlichtes weggeräumt: da nun einmal die Krone nur die Mittelrichtung der Lichtbogen angiebt, ist die Bedeutung aufgefunden dieses optischen Convergenzpunktes, der bei wirklicher Existenz eine räthselhafte Rolle spielen würde.

Deventer, Mai 1873.

X. *Apparat zur Objectivdarstellung der Metallspectren;*

von M. Th. Edelmann,

Assistent am Polytechnicum in München und Inhaber eines physikal.-mech. Instituts.

Die Metallspectren einem größeren Auditorium durch Objectivdarstellung vorzuzeigen, gelingt bekanntlich mit Hülfe der elektrischen Lampe ganz gut; allein die damit verknüpften Kosten und Mühen sind so bedeutend, daß

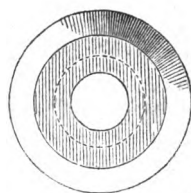
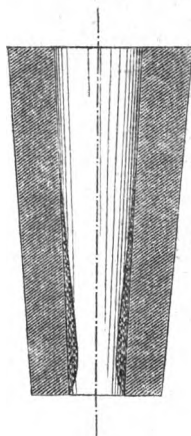
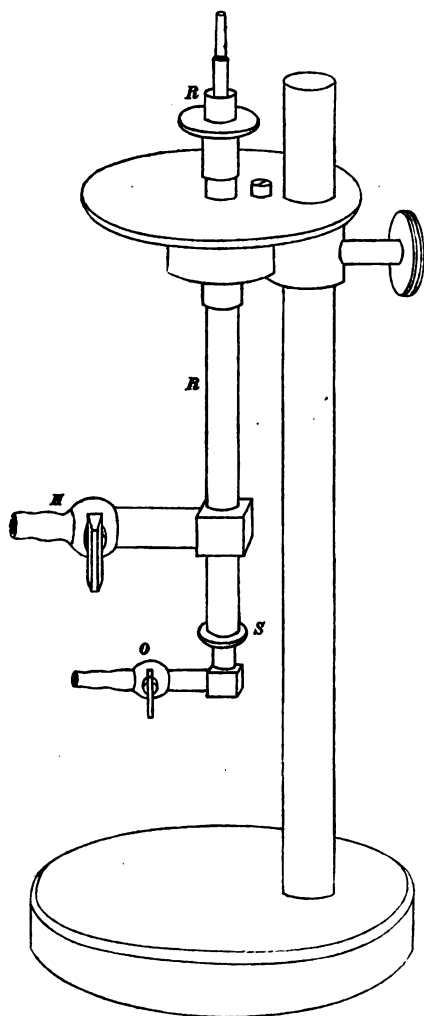
meist Umgang von diesem schönen Versuche genommen werden muß. Indessen erreicht man das Nämliche auch auf einem anderen Wege. Ich habe gefunden, daß eine Knallgasflamme, erzeugt durch Leuchtgas und Sauerstoff, unter gewöhnlichem Drucke ein intensives Metalllicht entwickelt, wenn durch dieselbe ein Gemisch von pikrinsaurem Ammoniak und einem geeigneten Metallsalze abgebrannt wird.

Dem entsprechend wird bei meiner Spectrallampe (siehe nebenstehende Figur) auf ein verticales Doppelrohr *R*, welches außen Leuchtgas, innen Sauerstoff führt, ein Hohlkegel (s. nebenstehende Figur in natürlicher Gröfse) von Bunsen'scher Kohle aufgesteckt, durch dessen Bohrung hindurch dann die Knallgasflamme brennt. Solcher Kohlen hat man sich so viele vorzurichten, als man Metallspectren darzustellen wünscht und zwar dadurch, daß man durch Hülfe eines Spatels die Höhlung mit einem Brei auskleidet, welcher aus pikrinsaurem Ammoniak, dem betreffenden Metallsalze und Alkohol in einem Mörser fein zerrieben wurde. Man läßt die Kohlenstücke hierauf bei gewöhnlicher Temperatur trocknen und steckt sie beim Gebrauche auf die Mündung des Doppelrohrs auf, nachdem man die Lampe in die Dubosq'sche Laterne hineingestellt und derselben angepaßt hat. Mit Natriumlicht werden Spalt, Linsen, Prisma und Schirm eingestellt, weil dieses Licht sehr andauernd und intensiv ist. Von Natriumkohlen muß man sich deshalb zwei vorbereiten.

Will man die Flamme erzeugen, so wird zunächst die Sauerstoffröhre, welche in einer Stopfbüchse *S* vertical verschoben werden kann, möglichst hoch gestellt: dann der Leuchtgashahn *H* geöffnet, das Leuchtgas entzündet und hierauf auch der Sauerstoffhahn *O* geöffnet; dadurch, daß man jetzt die Sauerstoffröhre langsam herabzieht und die Zuströmung der Gase regulirt, ist der höchste Grad der Lichtentwicklung leicht zu erhalten.

Die Metalle, welche sich zu diesen Versuchen am besten eignen, sind Natrium, Thallium, Indium (von beiden

Stoffen bedarf man nur sehr geringer Mengen), Calcium, Strontium, Barium und Kupfer. Die Salze, welche von



vorgenannten Metallen am besten verwendet werden, sind von Na, Tl, In, Ca die Chloride, von Sr, Ba die chlor-sauren oder salpetersauren Salze und von Cu das salpe-

tersaure Salz oder Chlorkupfer. Der Versuch gelingt zwar auch bei Lithium, Wismuth und Kalium; die Erscheinung ist indessen hier nicht sehr lichtstark.

Die auf diese Weise erzeugten Spectra sind *frei* von weißem Lichte, können auf Gyps projecirt, Dimensionen von 70^{cm} Länge bei 30^{cm} Höhe haben und werden in Beetz's und von Bezold's Vorlesungen am hiesigen Polytechnicum schon seit mehren Jahren benutzt.

Die hierzu verwendete Spectrallampe wird in meiner Werkstätte angefertigt und ist um 28 Rthlr. zu beziehen; auch die Chemikalien und Kohlencylinder können von mir beschafft werden.

Zum Schlusse noch die Bemerkung, daß sich auch für die *subjectiven* Spectralarbeiten die Beimischung des pikrinsauren Ammoniak, welches leicht chemisch rein darzustellen ist, sehr empfiehlt. Die Spectra sind dann äußerst lichtstark und es werden mit Leichtigkeit Linien bestimmt, welche sonst wegen Lichtschwäche übersehen werden können.

München, den 1. Mai 1873.

XI. Bestimmung der Reibungswiderstände an der Atwood'schen Fallmaschine;

von C. Bender,

Lehrer an der Gewerbeschule zu Speier.

Der Bestimmung des Reibungsbetrags an dem Rade der Fallmaschine geht die Bestimmung des Trägheitsmomentes dieses Rades vorher. Eine solche Bestimmung kann dadurch geschehen, daß man an dem einen der beiden Aufhängegewichte ein kleines Uebergewicht p anbringt, die hierdurch erzeugte Beschleunigung γ bestimmt und das unbekannte Trägheitsmoment aus der Formel:

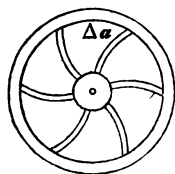
$$\gamma = \frac{gp}{2P+k+p}$$

bestimmt, worin P das auf beiden Seiten gleiche Aufhängengewicht und g die Beschleunigung der Erdschwere, bedeutet. Es versteht sich von selbst, daß für P und p in dieser Formel deren Massen gesetzt werden müssen.

Die angeführte Methode kann nicht genaue Resultate geben, da bei derselben die Zapfenreibung an dem Rade unberücksichtigt bleibt und wird namentlich da unbrauchbar seyn, wo man mit einer Fallmaschine arbeitet, an welcher keine Frictionsrollen vorhanden sind. Auch diejenige Methode, nach welcher man das Trägheitsmoment eines zusammengesetzten Körpers aus den Trägheitsmomenten der einzelnen Glieder, bezogen auf eine und dieselbe Axe, berechnet, kann hier nicht anwendbar seyn, da die Bestandtheile eines solchen Rades nur selten eine bequeme Bestimmung des Trägheitsmomentes zulassen.

Sehr bequem und genau ist diejenige Methode, welche sich auf die Schwingungen eines materiellen Pendels stützt. Bedeutet k das Trägheitsmoment eines materiellen Pendels in Bezug auf seine Drehaxe, M die Masse desselben und a den Abstand des Schwerpunktes von der Drehaxe, so wird die Schwingungsdauer eines solchen materiellen Pendels ausgedrückt durch:

$$\text{I.} \quad t = \pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{k}{Ma}}.$$



Bei einem Versuch wurde das Rädchen der Fallmaschine auf eine horizontale glatte Schneide von Holz (oder auch von Stahl) an dem Punkte a (s. nebenstehende Figur) gesetzt und alsdann sehr genau die Dauer einer Schwingung bestimmt. Die Versuchs-

daten waren:

Gewicht des Rädchens = 178,9 Grm.

Durchmesser des Rädchens (Schnur-
rinne) = 12 Cm.

Entfernung der Drehaxe a von dem

Schwerpunkte 5,175 Cm.

Schwingungen 200 60,5 Sec.

Aus Formel I resultirt

$$k = 8,5836.$$

Nach einem Satze der Mechanik ist nun das Trägheitsmoment eines Körpers, auf irgend eine Axe bezogen, gleich dem Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt mit der ersteren parallelen Axe, vermehrt um das Product aus der Masse des Körpers in das Quadrat des Abstandes der beiden parallelen Axen. Nach diesem Satze erhalten wir das Trägheitsmoment k' des Rädchens in Bezug auf seine durch den Schwerpunkt gehende Axe.

$$k' = 8,5836 - \frac{1 \cdot 78,9}{9,81} \cdot 5,175^2$$

$$k' = 3,70.$$

Das Gewicht der trägen Masse, welche an dem Umfang des Rades einer drehenden Kraft denselben Widerstand entgegensetzt, wie die Masse 3,7 in der Einheitsentfernung von der durch den Schwerpunkt gehenden Drehaxe, wird nun aus $\frac{3,7 \cdot 981}{6^2} = 100,59$ Grm. gefunden und dieses ist der Betrag, welchen man bei Bestimmung der Beschleunigung an der Fallmaschine in Rechnung bringen muß.

Wenn man bei dem Experimentiren mit der Fallmaschine das Uebergewicht abhebt, nachdem die Bewegung eine gewisse Zeit andauert hat, so müßte vermöge der Trägheit das ganze System sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit weiter bewegen, welche von der Fallzeit oder Fallhöhe und der vorhanden gewesenen Beschleunigung abhängig ist. Einer solchen gleichförmigen Bewegung wird jedoch die Axenreibung des Rädchens hindernd in den Weg treten und eine gleichförmig verzögernde Bewegung herbeiführen, welche das System nach einiger

Zeit zur Ruhe bringt. Betrachten wir die vorhandene Reibung als eine constante Kraft, unter deren Einfluß ein beweglicher Körper die Beschleunigung μ erlangt, und nehmen an, die Bewegung sey durch ein Uebergewicht von der Masse m hervorgebracht und erstrecke sich bis zu dem Abheben des Uebergewichtes auf den Weg h , so ist die in diesem Falle erlangte Geschwindigkeit

$$= \sqrt{2g \frac{m}{M+m} \cdot h} - \sqrt{2\mu h},$$

wo $M + m$ die ganze in Bewegung gesetzte Masse und g die Beschleunigung der Erdschwere bedeutet. Geht nach dem Abheben des Uebergewichtes das System bis zum Ruhepunkt noch um die Strecke σ weiter, so kann man zur Berechnung der erwähnten Geschwindigkeit auch durch die Voraussetzung gelangen, es habe unter dem Einfluß der Beschleunigung μ irgend ein Körper den Weg σ zurückgelegt. Hierdurch entsteht die Gleichung

$$\sqrt{\frac{2gm}{M+m} \cdot h} - \sqrt{2\mu h} = \sqrt{2\mu \sigma}$$

oder

$$\text{II.} \quad \mu = \frac{gmh}{(M+m)(\sqrt{\sigma} + \sqrt{h})^2}.$$

Für dieses μ können wir auch noch einen anderen Ausdruck bilden. Bezeichnen wir nämlich mit x diejenige Masse oder auch das Gewicht derjenigen Masse, welche den Einfluß der Reibung aufhebt, so haben wir als zweite Gleichung:

$$\text{III.} \quad \mu = \frac{g \cdot x}{M + m + x}.$$

Ehe ich zur Bestimmung von x schritt, überzeugte ich mich, ob die GröÙe σ in Gleichung II mit hinreichender Sicherheit ermittelt werden könne und ob namentlich die GröÙe μ sich unabhängig von der GröÙe h Gleichung II zeige. Zu dem Ende wurden drei Versuche ausgeführt, bei welchen:

$$m = 2,2 \text{ Gramme.}$$

$$M + m = 300 \text{ Gramme.}$$

$$g = 981 \text{ Cm.}$$

Es ergab sich für:

$$h = 28 \text{ Cm.}$$

$$1) \sigma = 112 \text{ und } = 112,3 \text{ und } = 112,8 \text{ Cm.}$$

$$\text{im Mittel } = 112,3 \text{ Cm.}$$

$$h = 25 \text{ Cm.}$$

$$2) \sigma = 86,6 \text{ oder } 86,8 \text{ oder } 87,2. \text{ Im Mittel } = 87 \text{ Cm.}$$

3) $h = 23 \text{ Cm.}$
 $\sigma = 81.$ Im Mittel $= 81.$

Aus 1) wird nach Formel II $\mu = 0,80 \text{ Cm.}$; aus 2) $\mu = 0,88 \text{ Cm.}$; aus 3) $\mu = 0,88 \text{ Cm.}$

Bei meinen weiteren Versuchen wurde der Betrag der Reibung selbst ermittelt. Nach der Eintheilung der Fallmaschine waren 24 Fallzoll $= 65 \text{ Cm.}$; es entsprachen also 362,21 Fallzoll der Beschleunigung der Erdschwere. Das Uebergewicht $m = 1,514$ war der Art gewählt, daß $\frac{m}{M+m} = \frac{1}{150}$ und folglich $\frac{g m}{M+m} = 2,415 \text{ Fallzoll.}$

Bei $h = 9 \text{ Fallzoll}$ war $\sigma = 25 \text{ Fallzoll}$ und $2 \mu = \frac{21,732}{64}.$

Aus Gleichung III wurde nun $x = 0,21 \text{ Grm.}$ gefunden. Wir wollen dieses Gewicht *Reibungsgewicht* nennen.

Bei einem anderen Versuche wurde die Reibung durch Schrauben an den Zapfenlagern des Rädchens etwas vermehrt und es ergab sich unter übrigens gleichen Umständen für $h = 9$, $\sigma = 16,5 \text{ Fallzoll}$, $x = 0,300.$

Beide Versuche stimmten vollständig mit der Berechnung. Die Reibungsgewichte verfertigte ich mir aus Stanliolblättchen von der Form der gewöhnlichen Fallgewichte.

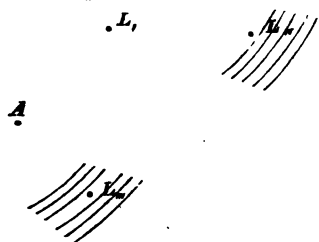
Um die Methode der Reibungsbestimmung bequem gebrauchen zu können, wird man klug thun, sich eine Tabelle anzulegen und die Reibungsgewichte bei gleichen $g \cdot \frac{m}{M+m}$ und h innerhalb gewisser Gränzen von σ auszurechnen. Es hat aus verschiedenen Gründen keine Bedeutung eine solche Tabelle hier wirklich auszuführen.

XII. Eine merkwürdige Interferenzerscheinung; beobachtet von M. Sekulic'.

(Aus dem Kroatischen übersetzt.)

Ich saß eines Abends einem Spiegel gegenüber; als ich zufällig den Blick in den Spiegel warf, bemerkte ich nun an meinem Kopfe prachtvoll gefärbte Interferenzstreifen. Bei näherer Betrachtung der veranlassenden Umstände, bemerkte ich im Spiegel drei Lichtbilder, und zwar die Bilder von zwei Petroleumlampen und einer Stearinkerze. Da im Zimmer Taback geraucht wurde, so

glaubte ich anfänglich, daß der Rauch ähnliche Erscheinung bewirkt habe, wie etwa feuchte Luft den Hof um den Mond oder um die Sonne, und daß in Folge dessen jene Erscheinung sichtbar wurde. Ich konnte aber um die Flammen weder im Freien noch im Spiegelbilde jene Höfe wahrnehmen. Verzichtleistend auf die Ergründung der Ursache, beschäftigte ich mich mit der Erscheinung selbst, und erkannte sie vollkommen als Interferenzerscheinung, weil sich mit der Vergrößerung des Reflexionswinkels auch die Farbenstreifen verbreiterten. Bei der Beobachtung hatten die Flammenbilder und das Bild des Auges folgende Stellung.



A ist das Bild des Auges, L_1 das Bild der vor dem Spiegel hängenden Petroleumflamme, L_2 das Bild einer zweiten weit rückwärts hängenden Petroleumflamme, und L_3 das Bild der auf dem Tische brennenden Kerze. Die sichtbaren Interferenzstreifen bei L_1 und L_3

sind ihrer Lage nach durch Striche angedeutet. Da ich diese Erscheinung in einem öffentlichen Lokale beobachtete, wo viele andere Gläser und Lichter waren, so konnte ich die Sache nicht weiter verfolgen, sondern ich nahm mir vor, das Experiment zu Hause oder in meinem Kabinete zu wiederholen. Zu diesem Behufe stellte ich in meinem Zimmer dem Spiegel gegenüber beiläufig 6 Meter entfernt eine Petroleumlampe, nahm dann eine Stearinkerze in die Hand, und suchte so die Stellung zu erreichen, welche ich bei der ersten Beobachtung gehabt habe. Nach einigem Hin- und Hersehen, und Verschieben der Kerze bemerkte ich endlich um mein Kinn herum schwache Streifen, beim weiteren Hin- und Herrücken entwickelten sich die Streifen sehr schön, aber nicht so brillant wie das erste Mal. Nun wurde die Stellung notirt, und

zwar war L_1 das Licht der Petroleumlampe, L_2 jenes der Kerze und A das Auge, — natürlich im Spiegel gesehen —. Die Streifen erlangten die größte Intensität, als L_2 genau unter L_1 lag und A etwas seitwärts zwischen beiden zu bemerken war. Die Streifen breiteten sich über L_2 aus, aber nicht etwa so wie um einen Spalt aus, sondern ganz gleichmäßig um

die Flamme, so zwar, daß dieselbe auf die Streifen keinen weiteren Einfluß zu haben schien, als sie zu erleuchten. Nun wurden die Flammen in ihrer Stellung belassen, der Spiegel heruntergenommen, und sorgfältig abgewischt, und an derselben Stelle wieder aufgehängt. Die Streifen waren wieder sichtbar. Ob die Feuchtigkeit, die am Glase haftet, oder etwa Staubtheilchen diese Erscheinung hervorriefen, mußte ich genau untersuchen, denn ich konnte die Erscheinung nicht aus dem Brechungs- und Reflexionsgesetze im reinen Spiegel ableiten. Jetzt bestäubte ich den Spiegel mit *Lycopodium* derart, daß um die Lichtbilder prächtige Höfe erschienen, nun wurde die markirte Stellung genommen, aus welcher prachtvolle Interferenzstreifen zu sehen waren; ja es entstanden nicht nur um die unteren Flammen Streifen, sondern auch um die oberen, und nach dem sich diese kreuzen mußten, so entstand ein farbiges Bild sich kreuzender Wellen, daß man sich kein schöneres vorstellen kann. Das Bild ist gerade wie dasjenige, welches entsteht, wenn man auf eine ruhige Wasseroberfläche zwei Steine wirft; nur ist dieses durch die Pracht der Farben ausgezeichnet.

Ich gebe vorläufig diese Notiz in die Oeffentlichkeit, damit dieser einfache sehr instructive Versuch wiederholt werden möge, da er sich besonders zu Schulversuchen sehr eignet, behalte mir aber vor die Erscheinung einer wissenschaftlichen Untersuchung zu unterziehen, weil ich durch die wenigen Versuche, die ich bisjetzt angestellt habe, zur Ueberzeugung gekommen bin, daß außer den Staubtheilchen, auch die am Glase hygroskopisch haftende Feuchtigkeit, und wenn sie noch so gering ist, die Erscheinung hervorzubringen im Stande ist. Ferner glaube ich aus der Intensität der Streifen auf den Feuchtigkeitsgrad schließen zu dürfen. Wenn die Erscheinung vielleicht in meteorologischer Beziehung auch wenig Werth haben sollte: unstreitig wird sie manchem Physiker einen guten Anhaltspunkt geben können, den Grad der Trockenheit seiner Gläser zu prüfen.

Die Resultate meiner weiteren Forschungen werde ich ebenfalls diesen Annalen mittheilen.

I. *Ueber Schallbewegung in gebogenen und verzweigten Röhren;*
von Adolf Seebeck ¹⁾.

Wer mit den sogenannten Quincke'schen Interferenzröhren ²⁾ Versuche angestellt hat, dem wird trotz der Deutlichkeit derselben aufgefallen seyn, daß mancherlei Nebenumstände das bessere oder schlechtere Gelingen derselben beeinflussen.

Namentlich auffallend war es mir, daß bei den verzweigten Interferenzröhren, wie sie hier Fig. 1 Taf. I angedeutet, die Dimensionen fast aller Theile eine nicht unwesentliche Rolle zu spielen scheinen, ja daß die Töne geschwächt, oder wenigstens in ihrer Klangfarbe auffallend verändert werden, auch wenn der Unterschied der beiden Röhrenzweige *ABC* und *ADC* nicht — wie es die so einfache und einleuchtende Theorie fordert — eine halbe Wellenlänge des betreffenden Tones, oder ein ungerades Vielfaches derselben beträgt, ja sogar, wenn die beiden Röhrenzweige gleiche Länge haben.

Einen immerhin denkbaren Einfluß konnte bei dieser Erscheinung die Krümmung der Röhren haben; daher versuchte ich denselben zu bestimmen. Ein Interferenzrohr, welches die directe Tonwelle mit der reflectirten interferiren läßt (s. Fig. 2 Taf. I) und welches eine sehr genaue

1) Auszug aus dem Programm des K. Joachimsthal'schen Gymnasiums, Berlin 1872.

2) Vergl. diese Ann. Bd. 128, S. 177.

Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

Messung der Viertelwellenlänge des betreffenden Tones gestattet ¹⁾, wurde zu diesem Zwecke in gerader, halbkreisförmig und schleifenförmig gekrümmter Form zur Bestimmung von $\frac{\lambda}{4}$ benutzt. Es war nämlich ein Stück der Röhre (*DE*) aus Kautschuck, welchem man, ohne die Länge zu verändern, jene verschiedenen Lagen geben konnte, so daß die Tonwelle ihre Richtung gar nicht, oder um 180° , oder um 360° änderte. Die übrigen Theile des Apparates waren aus Glas, das kleine Zweigrohr bei *C* führte mit Hilfe eines Gummischlauches zum Ohr, bei *B* wurde der Korkstempel eingestellt, bis die Intensität des Tones ein Minimum schien, daß also die Länge *BEDC* einer Viertelwellenlänge entsprach.

Die Unterschiede dieser in den verschiedenen Lagen gemessenen Längen waren sehr unbedeutend. Es schien so, als wären sie etwas kürzer bei gebogener Röhre, als bei gerader; doch ist auf die kleinen gefundenen Differenzen kein Nachdruck zu legen, sie konnten allenfalls in einer geringen Aenderung der Länge *DE* ihren Grund haben.

Hier bog sich die Röhre allmählich. Es lag nahe, zu untersuchen, ob eine plötzliche eckige Umbiegung einen bemerkbaren Einfluß auf die Schallbewegung in der Röhre ausübe. Ich benutzte zu diesem Zwecke statt der Kautschuckröhre *DE* eine Glasröhre (von 9^{mm} innerem Durchmesser wie es den übrigen Theilen des Apparates entsprach), welche schräg durchgeschnitten war in einem Winkel von nahezu 45° gegen die Röhrenaxe. Die sorgfältig abgeschliffenen Schnittflächen ließen sich nun so gegeneinander legen, daß die beiden Röhrenstücke in gerader Linie oder senkrecht gegeneinander lagen. Sie paßten in beiden Lagen genau aneinander. Zwischen den Berührungsflächen war, um den Schluß vollkommen zu machen, eine Spur von Fett oder Klebwachs angebracht und die Berührungsstelle außerdem noch mit geeignet ge-

1) Vergl. hierüber diese Ann. Bd. 139, S. 104.

bohrten Korken umgeben. Während nun bei gerader Lage der Röhre die Einstellungen auf $\frac{\lambda}{4}$ sich in gewohnter Weise sehr leicht und genau ausführen ließen, stieß ich bei der geknickten Lage auf erhebliche Schwierigkeiten; es war kaum möglich, den Stempel so einzustellen, daß ein deutliches Minimum der Tonstärke hervorgetreten wäre, und während ich bei der geraden Lage $226^{\text{mm}},5$ für die Viertelwellenlänge des Tones g_1 ($n = 384$) einer Stimmgabel (bei $22^{\circ},5$) als Mittelwerth aus 10 Einstellungen erhielt, deren größte Abweichungen vom Mittel $\pm 1^{\text{mm}},5$ betrugten, erhielt ich bei der geknickten Lage die Zahlen:

233^{mm} bei $23^{\circ},0$
 235
 223
 253

und noch einige mehr, welche ich ihrer großen Unsicherheit wegen gar nicht notirt habe.

Der Mittelwerth für $\frac{\lambda}{4}$ in diesem letzten Falle 236^{mm} ist bedeutend größer als der im ersten Falle ($226^{\text{mm}},5$); doch ist darauf bei der Ungenauigkeit dieser Versuche kein Werth zu legen. Die auffallende Unsicherheit der Einstellungen aber deutet darauf hin, daß die Schallbewegung in dieser geknickten Röhre überhaupt nicht derartig ist, daß man annehmen könnte, die Bewegung der Luftschichten nehme bei der geknickten Stelle ohne weiteres eine gegen die frühere senkrechte Richtung an. Ich fand übrigens, daß nicht nur für g_1 , sondern ebenso für c_2 , e_1 , c_1 eine irgendwie genaue Einstellung des Stempels nicht möglich war.

Eine analoge Erscheinung erhielt ich auch auf andere Weise durch Resonanzversuche. Ich setzte meine schräg durchschnittene Röhre auf eine andere von gleicher Weite, in welcher ein Stempel geschoben werden konnte. War nun die Länge der Röhre von der Oeffnung bis zum

Stempel gleich einer Viertelwellenlänge des Tones g_1 , so war eine deutliche Verstärkung des Tones der darüber gehaltenen Stimmgabel zu bemerken, wenn die Röhre die gerade Lage hatte. Dagegen konnte ich eine solche nicht wahrnehmen, wenn die Röhre die geknickte Gestalt hatte.

Ich hatte aber hier nicht das volle Zutrauen zu meinen Ohren und war in der That, da ich die Stimmgabel selbst in der Hand hielt, sie über die Röhre schieben und wieder wegziehen mußte, mancherlei Täuschungen ausgesetzt. Ich wiederholte daher diese Versuche mit zwei vollkommen unbefangenen Beobachtern und namentlich das Resultat, welches ich mit einem derselben erhielt, halte ich für sehr zuverlässig. Er saß mit dem Gesicht abgewandt und hörte nur auf den Ton. Er vernahm eine deutliche Verstärkung desselben, wenn die Röhre gerade war (sie hatte dann eine Länge von etwa 23^{cm}); er bemerkte gar keine Resonanz, wenn die geknickte Stelle 9^{cm} von der Oeffnung der Röhre entfernt war. War dieselbe 4^{cm} von der Oeffnung entfernt, so schien es ihm, als ob die Röhre einen kaum bemerkbaren Unterschied in der Klangfarbe bewirke. Dasselbe Resultat hatte ich auch mit dem anderen Beobachter gefunden, der indessen meine Bewegungen mit der Gabel immer gesehen hatte, bei dem also eine Täuschung denkbar gewesen wäre.

Diese Resultate stimmen mit dem, was ich aus den vorher beschriebenen Interferenzversuchen gefunden hatte, überein.

Ich setzte nun auf das eine Ende meiner Röhre das hölzerne Mundstück einer gewöhnlichen Pfeife und verschloß das andere Ende. Nach dem Vorigen hätte man vermuthen können, daß der Ton der Pfeife bei der geknickten Lage der Röhre nur schwer ansprechen würde, daß vielleicht auch die Tonhöhe eine andere seyn würde, als bei der geraden Lage der Röhre. Es war indessen hiervon nichts zu bemerken: Die Pfeife sprach in beiden Lagen leicht an auf eine Reihe von Tönen, die in beiden Fällen genau dieselben waren, soweit dies meine und ver-

schiedene andere, zum Theil sehr musikalische Ohren beurtheilen konnten.

Wie diese verschiedenen Resultate mit der Pfeife und die vorher angegebenen zu deuten sind, lasse ich dahingestellt, doch halte ich es für denkbar, daß bei der viel intensiveren Erschütterung durch eine angeblasene Pfeife die Tonwelle sich leichter, so zu sagen, umbiegt.

Als Resultat der Versuche läßt sich angeben:

- 1) Die allmähliche Umbiegung der Röhre übt einen jedenfalls nur sehr geringen Einfluß auf die Größe der Wellenlänge aus, der sich bei den Interferenzversuchen, welche man durch Reflexion erhält, kaum geltend macht. Es ist daher anzunehmen, daß sich die Bewegung der Luft in solchen Röhren parallel der Axe fortpflanzt.
- 2) Ist dagegen die Röhre plötzlich eckig umgebogen, so hat dies, wenigstens bei den schwachen Tönen einer Stimmgabel, einen sehr bemerkbaren Einfluß auf die Schallbewegung in der Röhre, und es scheint, als ob hier die Bewegung der Lufttheilchen nicht plötzlich mit der Röhre ihre Richtung ändere.

Da beide Arten von gebogenen Röhren bei musikalischen Instrumenten zur Anwendung kommen — allmählich gekrümmte bei den verschiedensten Blasinstrumenten, geknickte bei den tiefen sogenannten „gekröpften“ Orgelpfeifen — so schien mir die Frage nach dem Einfluß der Biegung auch an und für sich von Interesse zu seyn. Aus diesem Grunde habe ich meine Versuche darüber hier mitgetheilt. Denn in Bezug auf die Quincke'schen Interferenzröhren, von denen wir ausgingen, geben sie kein erklärendes Resultat.

Was hier zunächst die Dimensionen des Gesammtumfanges der eigentlichen Interferenzröhren anlangt (also an Fig. 1 Taf. I die Länge $ABCD A$), so hat man sich, wie ich glaube, die Schallbewegung im Punkt C nicht vorzustellen als zusammengesetzt aus zwei Wellen, sondern aus zwei Reihen von Wellen, in denen allerdings die Anfangs-

glieder die wichtigste Rolle spielen. Denn die Welle, welche von A über B nach C gelangt, wird von da weiter gehen über D nach A , B und wieder nach C , von da wieder über D , A , B nach C usw., und ganz dasselbe wird mit der anderen Welle geschehen, die über D nach C kommt; sie wird über B , A , D wieder nach C gelangen u. s. f., so daß also bei C eine unendliche Summe von Wellen zusammentrifft, von denen aber natürlich die, welche den Weg durch den ganzen Umkreis $CDABC$ oder $CBADC$ gemacht haben, immer gegen die vorigen um ein Bedeutendes geschwächt seyn werden.

Die Stärke des Tones, welcher durch diese Summe von Wellen in der von C nach dem Ohre geleiteten Kautschuckröhre erregt wird, hängt ab von dem Wechsel an Dichtigkeit der Luft im Punkt C . Setzen wir die normale Dichtigkeit gleich 1, so würde in Folge einer eintzigen nach C gelangenden Tonwelle die Dichtigkeit dort seyn

$$1 + a \sin \left(\frac{t}{T} 2\pi \right),$$

wo T die Schwingungsdauer des Tones,

t die variable Zeit,

a eine GröÙe bedeutet, welche wir als Amplitude der Druckänderung bezeichnen können, und deren Quadrat proportional der Tonstärke seyn muß.

War dies die Wirkung der ersten über B nach C kommenden Welle, so würde die zweite von da kommende Welle, die den Umkreis der Röhre durchlaufen hat, der Luft bei C die Dichtigkeit geben:

$$1 + a_1 \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{s}{l} \right) 2\pi \right],$$

wo s die Länge des Umfangs bedeutet.

Ebenso würde die nächste Welle die Wirkung hervorbringen:

$$1 + a_2 \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{2s}{l} \right) 2\pi \right] \text{ usw.}$$

Ist der andere Röhrenzweig ADC um das Stück d län-

ger, so werden die von D herkommenden Wellen der Luft in C die Dichtigkeit geben:

$$1 + b \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) 2\pi \right],$$

$$1 + b_1 \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d+s}{\lambda} \right) 2\pi \right] \text{ usw.}$$

Hier ist anzunehmen, daß die Amplituden

$$a, a_1, a_2 \dots$$

und ebenso

$$b, b_1, b_2 \dots$$

geometrische Reihen bilden. Wir setzen daher:

$$a_1 = a \cdot \rho$$

$$a_2 = a \cdot \rho^2 \text{ usw.}$$

und es bedeutet hier ρ die Schwächung, die die Amplitude bei einem Umlauf erfährt. Es ist nun wenigstens nahezu anzunehmen, daß diese Schwächung bei dem Umlauf im einen Sinn dieselbe ist, wie bei dem im anderen Sinn, daß also auch:

$$b_1 = b \cdot \rho$$

$$b_2 = b \cdot \rho^2 \text{ usw.}$$

Als resultierende Dichtigkeit in Folge aller der in C zusammentreffenden Wellen, erhält man also:

$$\begin{aligned} D = & 1 + a \sin \left[\frac{t}{T} 2\pi \right] + a \rho \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{s}{\lambda} \right) 2\pi \right] \\ & + a \rho^2 \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{2s}{\lambda} \right) 2\pi \right] + \dots \\ & + b \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) 2\pi \right] + b \rho \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d+s}{\lambda} \right) 2\pi \right] \\ & + b \rho^2 \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d+2s}{\lambda} \right) 2\pi \right] + \dots \end{aligned}$$

Die beiden hier vorkommenden Reihen sind analog denen, welche man bei der Behandlung der Newton'schen Ringe erhält und werden ebenso summiert. Man findet dann:

$$(1) \quad D = 1 + A \sin \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right) 2\pi \right],$$

wo A und l durch die beiden Gleichungen bestimmt sind:

$$A \cos\left(\frac{l}{\lambda} 2\pi\right) = \frac{a + b \cos\left(\frac{d}{\lambda} 2\pi\right) - \varrho \left[a \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + b \cos\left(\frac{s-d}{\lambda} 2\pi\right) \right]}{1 - 2\varrho \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + \varrho^2}$$

$$A \sin\left(\frac{l}{\lambda} 2\pi\right) = \frac{b \sin\left(\frac{d}{\lambda} 2\pi\right) + \varrho \left[a \sin\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + b \sin\left(\frac{s-d}{\lambda} 2\pi\right) \right]}{1 - 2\varrho \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + \varrho^2}.$$

Die Gleichung (1) sagt aus, daß die Wirkung sämtlicher in *C* zusammentreffender Wellen gleich zu setzen ist der einer einzigen, welche um das Stück *l* gegen die erste über *B* kommende verzögert ist und deren Stärke proportional ist A^2 . Aus den beiden Gleichungen für *A* und *l* ergibt sich aber:

$$(2) \quad A^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cos\left(\frac{d}{\lambda} 2\pi\right)}{1 - 2\varrho \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + \varrho^2}.$$

Diese Gleichung zeigt, daß die Tonstärke im Punkt *C* nicht nur von *d*, dem Längenunterschied der beiden Röhrenzweige, abhängig ist, sondern auch von *s*, dem Gesamtumfang (*ABCD A*) der beiden Zweige, sobald man annimmt, daß:

$$\varrho > 0$$

d. h., daß die Welle bei einem Umlauf nicht bis zur Unmerklichkeit geschwächt wird.

Läßt man diese Annahme gelten, so ergibt sich als Bedingung für die auffallendste Schwächung des Tones durch die Interferenzröhre nicht nur

$$d = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

sondern auch:

$$s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

sowohl der Unterschied der beiden Röhrenzweige als auch ihre Summe müssen gleich einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge des Tones seyn. Das erstere Resultat war auch ohne Rechnung klar; auf das zweite ist

schon in der Quincke'schen Arbeit hingewiesen bei Angabe der Dimensionen des einen Apparates zur objectiven Darstellung der Interferenzerscheinungen mit Hülfe der Kundt'schen Staubfiguren¹⁾, wo der eine Röhrenschkel die Länge $4 \frac{\lambda}{2}$, der andern $9 \frac{\lambda}{2}$ hat, die Summe also $13 \frac{\lambda}{2}$ beträgt.

Der Werth des Bruches ρ wird von der Länge des Umfangs s auch abhängig seyn, und zwar muß er um so größer seyn, je kleiner s ist, d. h. man wird den bedeutendsten Effect erlangen, wenn die Länge des einen Zweiges $\frac{\lambda}{2}$, die des anderen $2 \frac{\lambda}{2}$ beträgt.

So lange nun aber der Unterschied:

$$d = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

also der Zähler jenes Ausdrucks für A^2 gleich $(a - b)^2$, d. i. nahezu gleich Null ist, so lange wird die Schwächung des Tones, auch abgesehen von der Länge s , eine sehr bedeutende seyn, und es wird daher ein Einfluß dieser Länge kaum zu bemerken seyn.

Hat aber jener Unterschied d einen anderen Werth, oder ist er gar gleich Null, so wird dieser Einfluß sich geltend machen, falls der Bruch ρ nicht verschwindend klein ist.

Ich habe hierüber eine Anzahl von Versuchen angestellt, leider meistentheils ehe die obige Berechnung für A^2 gemacht war — nur der Versuch No. 6 (vergl. unten) ist nach der Berechnung angestellt —; haben die Beobachtungen in Folge dessen auch den Vorzug vollkommener Unbefangenheit, so wäre es doch wünschenswerth, die Experimente mit Bezug auf jene Formel für A^2 einzurichten und so vielleicht zu Schlüssen über den Werth von ρ zu gelangen.

Eine Schwierigkeit liegt immer darin, daß man nichts über die Amplitude des Tones weiß, der entsteht, wenn

1) Diese Ann. Bd. 128, S. 189.

der Zweig ADC (s. Fig. 1) abgeschlossen ist. Man hat anzunehmen, daß dieselbe bedeutend größer ist, als a , aber wie groß sie ist, wissen wir nicht. Könnte man diese Frage auf irgend eine Weise streng entscheiden, und fände man für den Werth der Amplitude 2β , so daß also die Intensität des Tones durch:

$$4\beta^2$$

ausgedrückt werden könnte, so brauchte man nur jenen Ausdruck von A^2 immer mit diesem von $4\beta^2$ zu vergleichen und gleichzeitig die Beobachtungen mit offenem und geschlossenem Röhrenschenkel ADC anzustellen, um so über den Werth von ρ einen Schluß ziehen zu können.

Daß ρ nicht bloß von der Länge, sondern auch von der inneren Beschaffenheit der Interferenzröhre abhängt, ist in hohem Grade einleuchtend; z. B. wird ρ jedenfalls bedeutend kleiner seyn in Kautschuck-, als in Glasröhren.

Meine Versuche über die vorliegende Frage stimmen mit dem theoretischen Resultat überein. Einige derselben seyen hier mitgetheilt.

Erster Versuch:

Für den Ton c_2 einer Stimmgabel hatte ich die Dimensionen einer Interferenzröhre aus Glas so gewählt, daß:

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

$$s = 3 \frac{\lambda}{2}$$

war. In diesem Falle wird:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2}{(1 + \rho)^2}.$$

Der Ton war in diesem Falle bei offener Interferenzröhre merklich schwächer, als bei geschlossener.

Dieses könnte indessen auch davon herrühren, daß der Zähler des Bruches

$$a^2 + b^2$$

ziemlich klein ist und vermuthlich kleiner, als jener Werth

$4\beta^2$, welcher die Intensität bei geschlossener Röhre bezeichnet.

Zweiter Versuch:

Beide Schenkel der obigen Röhre waren um ein gleiches Stück verlängert, so daß

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

blieb aber s nicht genau

$$5 \frac{\lambda}{2}$$

wurde. In diesem Falle wird:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2}{(1 + \varrho)^2 - 2\delta \cdot \varrho},$$

wo δ den Unterschied zwischen $\cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right)$ und -1 bedeutet.

Hier ist der Nenner kleiner, als bei dem vorigen Versuch, zumal auch ϱ hier in Folge der größeren Länge der Röhre kleiner seyn muß, als dort. A^2 ist also größer, als vorhin. Und in der That war die Schwächung des Tones in diesem Falle nur unbedeutend, jedenfalls geringer, als zuvor.

Dritter Versuch:

Die Länge des Rohres war wieder verändert, und zwar so, daß:

$$d = \frac{\lambda}{6}$$

$$s = 8 \frac{\lambda}{2}$$

war. Dann wird:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2 + ab}{(1 + \varrho)^2}.$$

Auch in diesem Falle ist trotz des bedeutend größeren Zählers eine geringe Schwächung des Tones zu bemerken.

Vierter Versuch:

Es war, wie zuvor:

$$d = \frac{\lambda}{6},$$

aber:

$$s = \frac{4}{3} \lambda,$$

so wird:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2 + ab}{1 + \varrho + \varrho^2}.$$

Hier ist A^2 gröfser, als zuvor, weil der Nenner um ϱ kleiner geworden ist. In diesem Falle war auch keine Schwächung des Tones bemerkbar.

Eine ziemlich große Anzahl von anderen derartigen Versuchen stimmt mit dem berechneten Werth von A^2 ebenfalls überein. Die Schwächung des Tones, die bei ihnen zu bemerken war, liefs sich aber aus dem Zähler jenes Bruches allein erklären, und deshalb können sie hier weiter nicht in Betracht kommen.

Einige wenige Beobachtungen habe ich indessen auch angestellt für den Fall, dafs:

$$d = 0$$

war, dafs also die beiden ersten im Punkt C zusammen-treffenden Wellen gar keinen Gangunterschied hatten. In diesem Falle wird:

$$a = b$$

seyn, und daher:

$$A^2 = \frac{4a^2}{1 - 2\varrho \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + \varrho^2}.$$

Fünfter Versuch:

1. Stimmgabel c_2 .

$$d = 0$$

$$s = 3 \frac{\lambda}{2} \text{ (etwas kleiner).}$$

Sieht man von dieser letzten unbedeutenden Ungenauigkeit ab, so wird:

$$A^2 = \frac{4a^2}{(1 + \varrho)^2}.$$

2. Stimmgabel g_1 .

Für diese ist bei demselben Apparat, wie zuvor:

$$d = 0$$

$$s = 7 \frac{\lambda}{6},$$

daher:

$$A^2 = \frac{4a^2}{1 + \varrho + \varrho^2}.$$

Der Ausdruck A^2 ist also für den Ton c_2 kleiner, als für g_1 lediglich in Folge des Nenners. In der That war bei c_2 eine Schwächung des Tones zu bemerken, bei g_1 dagegen nicht.

Sechster Versuch:

Ich benutzte eine Interferenzröhre aus Kautschuck, bei der nur die Zweigstellen aus Glas waren; es ist also hier anzunehmen, daß ϱ ganz besonders klein ist.

Für die Stimmgabel c_2 war in zwei Fällen

$$d = 0$$

Dagegen:

$$1. \quad s = \frac{\lambda}{2}$$

$$2. \quad s = \lambda.$$

Diesen beiden Fällen entspricht

$$1. \quad A^2 = \frac{4a^2}{(1 + \varrho)^2}$$

$$2. \quad A^2 = \frac{4a^2}{(1 - \varrho)^2},$$

d. h. das Maximum und Minimum des Nenners. In der That wurde im ersten Fall der Ton durch die Röhre geschwächt, im zweiten dagegen nicht.

Ich darf indessen hierbei nicht unerwähnt lassen, daß bei einer Wiederholung dieses Versuches mit genau demselben Apparat die Beobachtung viel undeutlicher und weniger sicher ausfiel. Ich glaube aber den Grund hiervon auf eine Ueberreizung meiner Nerven schieben zu

dürfen, wie sie mitunter eintrat, wenn ich eine Anzahl akustischer Beobachtungen gemacht hatte.

Leider mußte ich aus diesem Grunde davon abstehen, die Beobachtungen über die hier berührte Frage zu vervollständigen. Ich bin weit entfernt, zu glauben, die mitgetheilten Versuche könnten endgültig entscheiden über die Richtigkeit der Voraussetzungen, welche in der oben angestellten Rechnung zu Grunde gelegt sind. Dazu müßten sie noch sehr beträchtlich erweitert und vervollständigt werden. Da ich aber nicht weiß, ob ich derartige Beobachtungen mit dem Ohr künftig nicht ganz werde aufgeben müssen, so wollte ich an dieser Stelle die Resultate mittheilen, welche ich gefunden, obwohl sie noch der Ergänzung bedürften. —

Bei den mitgetheilten Versuchen war das Zuleitungsrohr zur Stelle *A* (*FA*, s. Fig. 1, Taf. I) ziemlich kurz, so daß es kaum einen Einfluß auf die Schallbewegung in der Röhre hat ausüben können. Indem man die Länge dieser Röhre variirt, läßt sich constatiren, daß dieselbe nicht gleichgültig ist.

Ich fand nämlich bei einer Reihe von Versuchen mit vier Stimmgabeln der Höhe c_2 , g_1 , e_1 , c_1 und mit einer kreisförmig gebogenen Interferenzröhre aus Glas, deren beide Zweige etwa 173^{mm} lang waren (also $d=0$, $s=346^{\text{mm}}$), daß für alle vier Gabeln eine je nach der Tonhöhe mehr oder weniger bemerkbare Interferenz erzeugt wurde, wenn die Länge des Zuleitungsrohres *FA* ein *ungerades* Vielfaches der Viertelwellenlänge des angewandten Tones war, daß dagegen die Interferenz nicht zu Stande kam, ja daß sogar der Ton beim Oeffnen beider Schenkel verstärkt und beim Schließen des einen geschwächt wurde, wenn jene Länge *FA* ein *gerades* Vielfaches der Viertelwellenlänge betrug.

Der Grund dieser Erscheinung liegt, wie ich glaube, darin, daß das Rohr *FA* in dem letzteren Falle den Ton durch Resonanz verstärkt. Sind nämlich beide Zweige geöffnet, so kann man *FA* als eine beiderseits offene

Röhre ansehen, deren Eigentöne ja so beschaffen sind, daß die Länge der Röhre die halbe Wellenlänge oder ein Vielfaches derselben ist. Diese Röhre wird also den Ton der Stimmgabel verstärken, wenn ihre Länge gleich $\frac{\lambda}{2}$ oder einem Vielfachen davon ist, und wenn beide Schenkel offen sind. Wird nun aber der eine Röhrenzweig geschlossen, so kann man die Stelle *A* nicht mehr, wie zuvor, als eine offene betrachten, die Röhre *FA* wird also jetzt auch nicht mehr zur Resonanz dienen, und deshalb wird der Ton gegen vorher etwas geschwächt erscheinen. Am ungünstigsten für jene Resonanz der Röhre *FA* muß der Fall seyn, wo sie gleich $\frac{\lambda}{4}$ oder einem ungeraden Vielfachen davon ist. Daher wird in diesem Falle auch die Wirkung der eigentlichen Zweigröhren *ABC* und *ADC* am meisten zur Geltung kommen.

Einige Versuche, die ich anstellte, indem ich bei *F* das Mundstück einer gewöhnlichen Pfeife ansetzte, deuten darauf hin, daß diese Erklärung richtig ist. Denn unter verschiedenen Verhältnissen entstand dabei ein Ton, dessen halbe Wellenlänge gleich *FA* war. Diese Versuche sind indessen zu unvollständig, um eine eingehende Betrachtung daran zu knüpfen. Sie waren in Folge der schrillen Pfeifentöne sehr unangenehm, fast schmerzhaft und konnten deshalb nur in ziemlich geringer Zahl angestellt werden.

Da nun alle übrigen Dimensionen der Quincke'schen Interferenzapparate nicht gleichgültig zu seyn scheinen, so tritt uns endlich noch die Frage entgegen, ob nicht auch die Länge der Kautschuckröhre einen Einfluß hat, welche von der Stelle *C* aus zu dem Ohre führt. Ich habe dieselbe bei einer Reihe von Beobachtungen vielfach variiert, habe aber dabei keine Aenderung wahrnehmen können, so daß also diese Länge unwesentlich zu seyn scheint, daß man demnach berechtigt ist zu der Vorstellung, von der wir bei den obigen Betrachtungen ausgingen, daß näm-

lich bei der Stelle *C* in Folge aller der anderen Umstände ein Wechsel der Dichtigkeit stattfindet, welcher die Bewegung in der dem Ohre zugeleiteten Röhre verursacht, von dessen Stärke also auch die Stärke des Tones abhängt, welchen der Beobachter vernimmt.

II. *Untersuchung über die elektromotorischen und thermo-elektrischen Kräfte einiger Metalllegierungen beim Contact mit Kupfer;*

von A. F. Sundell,

Docent an der Universität zu Helsingfors.

Die bemerkenswerthen thermo-elektrischen Eigenschaften der Metalllegierungen, welche durch die Untersuchungen Seebeck's, Rollmann's und anderer Physiker entdeckt worden sind, ließen vermuthen, daß auch in Bezug auf das Vermögen dieser Körper, in Berührung mit einander oder mit ungemischten Metallen elektricitätserregend zu wirken, interessante Erscheinungen vorkommen müßten. Nach dem Wunsche des Hrn. Prof. Edlund, der die elektromotorischen Kräfte einer größeren Zahl Metalle beim Contact mit Kupfer nach einer neuen Methode bestimmt und diese Kräfte mit den thermo-elektrischen verglichen hat, wurde daher von mir im Anfang d. J. 1872 eine ähnliche Untersuchung verschiedener Metalllegierungen unternommen. Der vorliegende Aufsatz enthält die Resultate dieser Untersuchung, die im physikalischen Laboratorium der Königl. schwedischen Akademie der Wissenschaften zu Stockholm ausgeführt wurde.

- 1) *Kongl. Svenska Vet.-Akademiens Handlingar* Bd. 9 (1871) No. 14; *Pogg. Ann.* Bd. 143, S. 404 und 534. Eine vorläufige Untersuchung findet man in „*Oefversigt af K. Vet.-Akad. Förhandlingar* 1870, S. 3; *Pogg. Ann.* Bd. 140, S. 435.

1. Hr. Edlund's Methode gründet sich auf den aus der mechanischen Wärmetheorie hergeleiteten Satz, daß ein galvanischer Strom, der durch einen Elektromotor geht, in diesem eine seiner elektromotorischen Kraft proportionale Absorption oder Production von Wärme hervorruft, je nachdem der Strom dem vom Elektromotor selbst erzeugten Strome gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist ¹⁾. Durch Messung der absorbirten oder producirtten Wärmemenge erhält man daher die relative GröÙe der elektromotorischen Kraft. Die Erscheinung zeigt auch, wie man leicht findet, die Richtung des vom Elektromotor erregten Stromes an.

Das von Hr. Edlund für das Messen der betreffenden Wärmemengen construirte Luftthermometer ist ausführlich in seiner Abhandlung beschrieben; es genügt somit hier nur die Haupttheile dieses Apparates zu erwähnen. Zwei vollkommen gleiche Cylinder von dünnem Kupferblech communiciren durch eine horizontale Glasröhre von 2,5 Millimeter innerem Durchmesser. In beide Cylinder wird durch offene, in den Mittelpunkten der Böden angebrachte Röhren dieselbe Combination zweier Metalle in Draht- oder Stabform in solcher Weise eingesetzt, daß die Contactstelle sich in der Mitte des Cylinders befindet. Die Röhren sind inwendig zur Hälfte ihrer Länge mit Holz bekleidet, um Contact zwischen dem Cylinder und dem Drahte zu verhüten. Durch Eingießung einer geschmolzenen Mischung von gleichen Gewichtstheilen Wachs und Harz in die Röhren wird darnach die Communication zwischen der äußeren Luft und der des Cylinders vollkommen aufgehoben. Die beiden Metalldrähte werden in die Leitung eines galvanischen Stromes in solcher Weise eingeschaltet, daß, wenn der Strom in einem Drahte vom Metall *A* nach dem Metall *B* geht, der zweite Draht vom Strome in der entgegengesetzten Richtung von *B* nach *A* durchlaufen wird. Daher entsteht an der einen

1) Dieser Satz wurde zuerst von Hr. Edlund aufgestellt (*Oefv. af K. Vet.-Akad. Förh.* 1869, S. 457; *Pogg. Ann.* Bd. 137, S. 474).

Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

Contactstelle eine Wärmeproduction, an der anderen eine Wärmeabsorption. Der hierdurch hervorgerufene geringe Unterschied zwischen den Temperaturen der Luft in den Cylindern verursacht die Verschiebung einer in der Glasröhre befindlichen, einige Centimeter langen Flüssigkeitssäule (eine Mischung von Alkohol und Wasser vom spec. Gew. 0,9), die als ein Index fungirt. Wird der Strom umgekehrt, entsteht eine Abkühlung im Cylinder, wo vorher eine Erwärmung vorhanden war, und umgekehrt, wodurch der Index eine Bewegung nach der entgegengesetzten Seite erhält. Die Verschiebung nach der einen oder anderen Seite hört auf, sobald Gleichgewicht zwischen der von jedem Cylinder durch Strahlung und Leitung an die äußere Luft abgegebenen und der durch den Strom in den Drähten entwickelten Wärmemenge hergestellt ist. Die Lagen, in welchen der Index still steht, werden an einer an der Glasröhre befestigten Millimeterscale abgelesen. Die Größe des *Ausschlages* wird durch den Unterschied der abgelesenen Zahlen angegeben. Eine Verschiebung der Flüssigkeitssäule von einem Scalentheile entspricht einer Temperaturdifferenz $0^{\circ},002$ Cels.

Jede Combination wurde bei drei verschiedenen Stromstärken untersucht. Aus den Ausschlägen wurde die Quantität α , welche der bei Einheit der Stromstärke ($\text{tg } 45^{\circ}$) absorbirten oder producirten Wärmemenge proportional ist, berechnet nach der Gleichung:

$$\alpha s = (V \beta s^2 + 1) t \quad (1),$$

in welcher β eine dem galvanischen Widerstande des Drahtes im Cylinder proportionale Constante, s die Stromstärke und t der Ausschlag ist. Die Constante β erhielt man aus den Ausschlägen t und t_1 bei den Stromstärken s und s_1 durch die Formel:

$$\beta = \frac{(t_1 s + t s_1) (t_1 s - t s_1)}{s^2 s_1^2 (t + t_1) (t - t_1)} \quad (2).$$

Die Combination von je zweien der drei Stromstärken gab einen Werth von β ; das arithmetische Mittel der drei Werthe wurde bei der Berechnung von α in die Gleichung (1) eingesetzt.

Hr. Edlund benutzte bei fast allen seinen Versuchen zwei Kupfercylinder, die an der Außenseite versilbert waren. Diese Cylinder erwiesen sich jetzt nicht mehr ganz luftdicht, weshalb in der vorliegenden Untersuchung zwei andere, unversilberte, auch von Hrn. Edlund bei einigen Versuchen angewandte Kupfercylinder benutzt worden sind.

Wartet man mit der Ablesung der Lage der Flüssigkeitssäule ab, bis die Verschiebung aufhört, wird die Arbeit sehr langwierig. Diese Methode ist nicht einmal immer anwendbar, weil der Index meistens eine eigene, von der zu messenden Temperaturvariation unabhängige Bewegung hat, deren Grund weiter unten angegeben werden wird. Hr. Edlund stellte daher seine Versuche nach folgender Methode an. Die Stellung der Flüssigkeitssäule wurde je nach drei Viertelstunden abgelesen, worauf der Strom umgekehrt wurde. Der Einfluß der eigenen Bewegung, die als gleichförmig oder gleichförmig beschleunigt resp. verzögert angenommen werden konnte, wurde auf folgende Weise aufgehoben. Man erhielt den richtigen, der an der Berührungsstelle entwickelten oder verschwundenen Wärmemenge entsprechenden Ausschlag aus drei unmittelbar nach einander beobachteten Ausschlägen in der Weise, daß man das arithmetische Mittel aus dem ersten und dritten und danach das Mittel dieses Mittelwerthes und des zweiten Ausschlages nahm. Um Zeit zu ersparen machte Hr. Edlund bei einigen Versuchen die Ablesungen jede Viertelstunde. Obgleich die Temperatur der Cylinder in so kurzer Zeit nicht zum Gleichgewicht gelangen konnte, sind doch die so erhaltenen Ausschläge brauchbar, weil die aus ihnen berechneten Werthe der Quantität α , wie Hr. Edlund gezeigt hat, mit denen proportional sind, welche die Ablesungen nach 45 Minuten liefern. Durch besondere Versuche, die seiner Zeit angeführt werden sollen, wurde festgestellt, daß diese Proportionalität stattfand auch wenn die unversilberten Cylinder angewandt wurden. In der vorliegenden Untersu-

chung wurde daher überall, wo anders nicht bemerkt wird, die Ablesungen jede Viertelstunde vorgenommen.

Als wesentliche Theile des Apparates müssen genannt werden die von Metallblech gefertigten, mit Wasser gefüllten Doppelcylinder, die *Mäntel*, welche die Kupfercylinder gegen die Temperaturvariationen im Beobachtungszimmer schützten. Die Mäntel, die Hr. Edlund anwandte, waren aus Zinkblech gefertigt. Während der Untersuchung waren durch die oxydirende Einwirkung des Wassers die innern Wände der Mäntel mit einer dicken Schicht von Zinkoxydhydrat bekleidet worden, die den Uebergang der im Luftthermometer entwickelten Wärme in das Wasser erschwerte. Dadurch entstand eine Temperaturerhöhung in der ringförmigen Luftschicht zwischen einem Cylinder und seinem Mantel; und weil diese Temperaturerhöhung nicht gleich groß für beide Cylinder war, so wurde die Flüssigkeitssäule in die Glasröhre in die oben erwähnte continuirliche Bewegung nach der einen Seite versetzt. Um diese zu entfernen wurde ein Mittel versucht, das in Hrn. Edlund's Abhandlung angedeutet ist. Neue Mäntel wurden herbeigeschafft, von denselben Dimensionen wie die alten, aber aus Messingblech, dessen innere, dem Wasser zugewandte Seite galvanisch versilbert war ¹⁾. Diese Mäntel wurden mit destillirtem Wasser gefüllt. Die continuirliche Bewegung war bei dieser Einrichtung des Apparates beinahe gänzlich verschwunden. Nur gegen das Ende der Untersuchung zeigte sie sich wieder in etwas höherem Grade. Der Grund hierzu lag jedoch nicht in den Mänteln, denn die betreffende Verschiebung verschwand wieder, wenn ein Versuch mit den versilberten Cylindern gemacht wurde. Wahrscheinlich hatte der eine der unversilberten Cylinder eine Veränderung erlitten, so daß er die Wärme mit größerer oder kleinerer Geschwindigkeit als der andern abgab. Die im Folgenden angeführten Ausschläge sind der continuirlichen Verschiebung we-

1) Der ganze Apparat wird in dieser verbesserten Gestalt vom Mechaniker Hrn. M. Sörensen in Stockholm zu dem Preise von 110 Thlr. preuß. Cour. geliefert.

gen überall nach der oben angegebenen Methode aus drei successiv beobachteten Ausschlägen berechnet.

2. Der galvanische Strom wurde durch eine Säule von 2 bis 4 Bunsen's Elementen erzeugt, in deren Leitung nebst den Drähten in den Cylindern ein Rheostat, eine Tangentenbussole und ein Commutator eingeschaltet wurden. Die Metalllegirungen, mit Ausnahme des Neusilbers, wurden in einer Form von Gyps in cylindrische Stäbe von ungefähr 16 Centimeter Länge und 2 Millimeter Dicke gegossen. Diese Stäbe wurden mit Zinn an ein Mm. dicke Kupferdrähte gelöthet, welche aus chemisch reinem, galvanisch niedergeschlagenem Kupfer gezogen waren. In den Legirungen wurden käufliche (unreine) Metalle angewandt. Während der Untersuchung wurde die Beobachtung gemacht, daß sowohl die elektromotorische, als auch die thermo-elektrische Kraft einiger Legirungen mit der Zeit abnahm. Diese Verminderung, die gleich nach dem Gusse besonders merklich war, beruhte ohne Zweifel auf physikalischen (vielleicht auch auf chemischen) Molecularveränderungen der Legirungen. Weil gewöhnlich die elektromotorische Kraft gleich nach dem Gusse, die thermo-elektrische aber erst einige Tage nachher bestimmt wurde, konnte man nicht sicher seyn, daß die beiden Bestimmungen demselben molecularen Zustande der Legirung entsprachen. Demzufolge wurde es nothwendig, die Versuche mit den meisten Legirungen noch einmal zu machen. Diese spätere Untersuchung wurde etwa sechs Wochen nach der ersten ausgeführt, wobei dieselben Drahtpaare wie bei den ersten Versuchen zur Anwendung kamen. Da es angenommen werden konnte, daß die molecularen Veränderungen nach dieser Zeit zum größten Theil aufgehört hätten und da überdies die Bestimmung der thermo-elektrischen Kraft unmittelbar nach der Ermittlung der elektromotorischen Kraft vorgenommen wurde, so entsprechen die auf diese Weise erhaltenen Werthe der beiden Kräfte demselben molecularen Zustande und sind mit einander vergleichbar.

3. Die Bestimmung der *thermo-elektrischen* Kraft ge-

schah auf folgende Weise. Der Kupferdraht, der an die Legirung angelöthet war, wurde nahe bei der Löthstelle zwei Mal rechtwinklig gebogen und somit der Legirung in einem Abstände von etwa zwei Centimeter parallel gestellt. Die Löthstelle wurde in ein in kaltes Wasser eingesenktes Proberöhrchen eingesetzt, wodurch diese Contactstelle 7 bis 10° C. unter die Temperatur des Zimmers (15 bis 18° C.) abgekühlt wurde. Die freien Enden der Drähte wurden mittelst Klemmschrauben mit den Enden des Galvanometerdrahtes verbunden. Diese Klemmschrauben waren von einer Holzdose umgeben, deren Böden für den Durchgang der Drähte durchlöchert waren. Der Temperaturunterschied der Contactstellen wurde durch zwei vollkommen gleiche, sehr empfindliche Thermometer ermittelt. Die Kugel des Einen wurde nahe bei der Löthstelle im Proberöhrchen, die des Anderen in der Dose bei den Klemmschrauben angebracht, worauf die Oeffnung des Proberöhrchens und die Löcher der Dose mit Baumwolle zugestopft wurden, um Luftströme zu verhüten. Nachdem die Contactstellen die Temperatur der sie umgebenden Luft angenommen hatten, wurden gleichzeitig die beiden Thermometer und der Ausschlag des Galvanometers einige Male mit kurzen Zwischenzeiten abgelesen. Das Galvanometer war mit gewöhnlicher Spiegelablesung ausgestattet. Die mittelst eines Magnetinductors gemessene Leitungsfähigkeit konnte durch einen in die Leitung eingeschalteten Rheostaten modificirt werden.

4. Wir gehen jetzt zur Mittheilung der Beobachtungen. Die bei der *späteren* Bestimmung der elektromotorischen und thermo-elektrischen Kräfte gemachten Versuche werden hierbei vollständig angeführt. Von den zuerst angestellten Versuchen werden nur die Resultate mitgetheilt, um den Einfluß der molecularen Veränderungen hervorzuheben. Bei der Benennung der Combinationen werden wir immer den Namen desjenigen Körpers zuerst stellen, nach welchem der positive galvanische Strom an der Löthstelle gehen muß, um eine Erkältung hervorzubringen. Die elektromotorische Kraft der Combination erzeugt somit

einen Strom, der an der Contactstelle von dem letztgenannten Körper nach dem erstgenannten geht. Dieselbe Richtung hat sich auch immer für den thermo-elektrischen Strom an der wärmeren Berührungsstelle ergeben. Wir können daher den erstgenannten Körper als elektropositiven, den letztgenannten als elektronegativen Bestandtheil der Combination betrachten.

Eisen - Kupfer.

Um die elektromotorische Kraft der Legirungen mit der der ungemischten Metalle vergleichen zu können, wurden zuerst die Combinationen Eisen-Kupfer und Kupfer-Wismuth, und zwar die schon von Hrn. Edlund benutzten Drähte dieser Combinationen untersucht. Die Bestimmung der *elektromotorischen* Kraft der Combination *Eisen-Kupfer* gab folgendes Resultat.

Versuch 1. Die Stromstärke $s = \text{tg } 29^{\circ} 6',5$.

Ausschläge.
33,65
33,72
33,22
32,49
Mittel <u>33,27.</u>

Versuch 2. $s = \text{tg } 19^{\circ} 30',5$.

Ausschläge.
23,57
23,50
23,50
23,70
Mittel <u>23,57.</u>

Versuch 3. $s = \text{tg } 8^{\circ} 35'$

Ausschläge.
11,37
12,22
12,20
Mittel <u>11,93.</u>

Der Mittelwerth von β wird $= 2,911$. Damit erhält man für α folgende Werthe:

aus dem Vers. 1	$\alpha = 82,42$
2	$\alpha = 77,74$
3	$\alpha = 81,62$
Mittel	<u>$\alpha = 80,59.$</u>

Am Ende der ganzen Untersuchung wurde die Combination Eisen-Kupfer zur Ermittlung etwaiger Veränderungen des Apparates von Neuem geprüft. Dabei wurde erhalten $\beta = 2,976$ und

$$\begin{aligned}\alpha &= 86,87 \text{ bei } s = \text{tg } 31^{\circ},1' \\ \alpha &= 81,27 \quad s = \text{tg } 20^{\circ},18' \\ \alpha &= 84,24 \quad s = \text{tg } 10^{\circ},13'\end{aligned}$$

$$\text{Mittel } \alpha = 84,13.$$

Der Mittelwerth der beiden Bestimmungen wird $\alpha = 82,36$. Hr. Edlund erhielt $\alpha = 130,99$. Das Verhältniß dieser Werthe ist $= 1,59$.

Die elektromotorische Kraft dieser Combination wurde auch aus Ablesungen mit der Zwischenzeit von 45 Min. bestimmt.

Als Resultat dieser Versuche erhielt man: $\beta = 2,156$ und

$$\begin{aligned}\alpha &= 106,4 \text{ bei } s = \text{tg } 30^{\circ},21' \\ \alpha &= 100,5 \quad s = \text{tg } 19^{\circ},55' \\ \alpha &= 104,6 \quad s = \text{tg } 10^{\circ},28'\end{aligned}$$

$$\text{Mittel } \alpha = 103,83.$$

Das Verhältniß der beiden, nach den zwei verschiedenen Methoden erhaltenen Werthe von α ist $= 1,26$.

Die Bestimmung der *thermo-elektrischen* Kraft auf oben angegebene Weise ergab folgendes Resultat.

Versuch 4.

Temperaturdifferenzen der Contactsellen	Ausschläge des thermoel. Stromes.	Leitungsfähigkeit (Ausschläge mit dem Magnetinductor)
10°,2	111,2	198,0
10°,1	109,4	198,0
9°,9	108,4	197,6
9°,8	107,4	
Mittel 10°,0	Mittel 109,1	Mittel 197,9.

Versuch 5.

8°,9	94,0	198,4
8°,7	91,0	199,0
8°,6	88,8	197,6
8°,4	86,6	
Mittel 8°,64	Mittel 90,1	Mittel 198,3.

Wir werden im Folgenden überall die auf den Temperaturunterschied 10°C. und die Leitungsfähigkeit 160 reducirten Ausschläge als relative Maaße der thermo-elektrischen Kräfte annehmen. Die GröÙe dieser Kraft der Combination Eisen-Kupfer wird somit:

für das Drahtpaar No. 1 = 88,20

No. 2 = 84,04

Mittel = 86,12.

Der Quotient dieses Werthes in den von Hrn. Edlund erhaltenen 146,18 ist = 1,70.

Die oben erhaltenen Werthe der thermo-elektrischen und elektromotorischen Kraft haben das Verhältniß $\frac{86,12}{82,36} = 1,05$. Wird diese Zahl mit dem Reductionsfactor $\frac{1,70}{1,59} = 1,07$ multiplicirt, erhält man die Zahl 1,12, die der von Hrn. Edlund bestimmten Verhältnißzahl der beiden Kräfte vollkommen gleich ist.

Kupfer-Wismuth.

Die elektromotorische Kraft.

Versuch 6.	Versuch 7.	Versuch 8.
$s = \text{tg } 27^{\circ} 35'.$	$s = \text{tg } 12^{\circ} 55'.$	$s = \text{tg } 6^{\circ} 45'.$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
173,25	85,70	47,85
172,70	85,50	48,00
172,70	85,10	48,05
Mittel 172,88.	Mittel 85,43.	Mittel 47,97.

Diese Versuche geben $\beta = 2,794$ und

$\alpha = 439,33$ aus dem Vers. 6

$\alpha = 398,95$ 7

$\alpha = 413,14$ 8

Mittel $\alpha = 417,14.$

Hr. Edlund hat $\alpha = 783,10$ gefunden; das Verhältniß $\frac{783,10}{417,14} = 1,88$ ist größer als das der Combination Eisen-Kupfer entsprechende 1,59. Da man annehmen darf, daß der Eisen-Kupferdraht sich in einem ziemlich

constanten molecularen Zustande befindet, wird hierdurch angedeutet, daß die krystallinischen Wismuthstäbe irgend eine moleculare Veränderung erlitten hatten, seitdem sie von Hrn Edlund untersucht worden waren. Diese Veränderung hatte eine *Verminderung* der elektromotorischen Kraft herbeigeführt.

Die *thermo-elektrischen* Versuche gaben folgendes Resultat.

Versuch 9. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge	Leitungsfähigkeit
7°,8	231	111,4
7°,6	228	112,0
Mittel 7°,7	Mittel 229,5	Mittel 111,7.

Versuch 10. No. 2.

6°,6	226,2	111
5°,5	222,0	111
6°,4	219,0	
Mittel 6°,5	Mittel 222,4	Mittel 111.

Die reducirten Ausschläge werden:

für No. 1 = 426,93

No. 2 = 493,19

Mittel = 460,06.

Hr. Edlund erhielt für die thermo-elektrische Kraft den Werth 835,10, dessen Verhältniß zu 460,06 gleich 1,82. Für die Combination Eisen-Kupfer war dieses Verhältniß nur 1,70. Die thermo-elektrische Kraft der Combination Kupfer-Wismuth hatte sich also wie ihre elektromotorische Kraft *vermindert*.

Legirung No. 1. — Kupfer.

Die Legirung bestand aus 8 *Theilen* Wismuth und 1 *Theil* Zinn. Die Versuche zur Bestimmung der *elektromotorischen* Kraft ergaben:

Versuch 11.	Versuch 12.	Versuch 13.
$s = \text{tg } 18^{\circ},24.$	$s = \text{tg } 12^{\circ},33'.$	$s = \text{tg } 7^{\circ},32'$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
60,85	41,65	29,35
60,45	44,85	29,35
58,60	43,00	29,75
59,05		29,30
Mittel 59,74.	Mittel 43,17.	Mittel 29,44.

Daraus erhält man $\beta = 7,178$ und

$\alpha = 240,56$	aus dem Vers. 11
$\alpha = 225,79$	12
$\alpha = 236,18$	13
Mittel $\alpha = 234,18.$	

Bei der ersten Bestimmung wurde $\beta = 6,336$ und

$\alpha = 255,46$	bei $s = \text{tg } 18^{\circ} 22'$
$\alpha = 235,28$	$s = \text{tg } 12^{\circ} 0,5'$
$\alpha = 249,89$	$s = \text{tg } 5^{\circ} 32'$
Mittel $\alpha = 246,88.$	

Die elektromotorische Kraft der Legirung scheint somit sich mit der Zeit zu *vermindern*.

Die *thermo-elektrischen* Versuche gaben folgendes Resultat.

Versuch 14. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
10',0	143,6	93,4
9",9	141,4	93,2
9",7	140,0	93,2
9",6	138,2	
Mittel 9",8	Mittel 140,8	Mittel 93,3

Versuch 15. No. 2.

10",8	142,8	93,2
10",7	141,6	94,0
10",6	141,0	93,8
10",5	139,4	
Mittel 10",65	Mittel 141,2	Mittel 93,7.

Die reducirten Ausschläge werden:

für No. 1 = 246,38

2 = 226,39

Mittel = 236,39.

Aus den ersten Versuchen folgt:

No. 1. Red. Ausschlag = 252,98

No. 2. = 229,53

Mittel = 241,26.

Die thermo-elektrische Kraft erwies sich somit wie die elektromotorische Kraft bei den späteren Versuchen etwas *kleiner* als bei den zuerst gemachten.

Legirung No. 2. — Kupfer.

Die Bestandtheile dieser Legirung waren 4 *Theile Wismuth* und 1 *Theil Zinn*. Die *elektromotorische* Kraft wurde durch folgende Versuche ermittelt.

Versuch 16.	Versuch 17.	Versuch 18.
$s = \text{tg } 19^{\circ} 17'.$	$s = \text{tg } 12^{\circ} 18'.$	$s = \text{tg } 6^{\circ} 0'.$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
39,1	25,75	14,65
38,4	25,85	14,50
38,6	25,55	14,55
Mittel 38,7.	Mittel 25,72.	Mittel 14,57.

Der Werth von β wird = 4,815; damit erhält man

$\alpha = 139,45$ aus dem Vers. 16

= 130,77 17

= 142,26 18

Mittel $\alpha = 137,49.$

Auch mit der Zwischenzeit 45 Min. wurden Versuche gemacht, die folgendes Resultat lieferten: $\beta = 4,991$

und $\alpha = 178,52$ bei $s = \text{tg } 21^{\circ} 12'$

= 176,90 = $\text{tg } 15^{\circ} 8'$

= 178,62 = $\text{tg } 7^{\circ} 33'$

Mittel $\alpha = 178,01.$

Das Verhältniß der beiden Werthe von α ist $= 1,29$, das innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler dem bei der Combination Eisen-Kupfer gefundenen Werthe dieses Verhältnisses gleich ist. Die Methode mit verkürzter Zeit zwischen zwei successiven Ablesungen liefert daher ein hinreichend genaues Resultat.

Bei den *thermo-elektrischen* Versuchen wurden folgende Ausschläge erhalten.

Versuch 19. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
10°,5	188,5	213,2
10°,3	185,1	213,4
10°,2	179,7	213,4
10°,0	178,3	
Mittel 10°,23.	Mittel 182,9.	Mittel 213,3.

Versuch 20. No. 2.

11°,1	232,4	212,3
11°,0	230,6	212,8
10°,9	228,4	212,4
10°,8	225,0	
Mittel 10°,95	Mittel 229,1	Mittel 212,7.

Die reducirten Ausschläge werden:

$$\text{No. 1} = 134,11$$

$$\text{No. 2} = 157,38$$

$$\text{Mittel} = 145,75.$$

Aus der ersten gleich nach dem Gusse vorgenommenen Bestimmung der elektromotorischen Kraft erhielt man:

$$\beta = 4,008 \text{ und}$$

$$\alpha = 184,8 \text{ bei } s = \text{tg } 26^\circ 34'$$

$$= 162,7 \quad = \text{tg } 16^\circ 3'$$

$$= 176,4 \quad = \text{tg } 6^\circ 37'$$

$$\text{Mittel} = 174,63.$$

Gleich nach dem Gusse war daher die elektromotorische Kraft merkbar gröfser als bei den späteren Ver-

suchen. Etwa zehn Tage nach dem Gusse waren die reducirten Ausschläge des thermo-elektrischen Stromes:

für No. 1 = 134,91

No. 2 = 165,83

Mittel = 150,37.

Dieser Werth ist nur wenig gröfser als der bei den späteren Versuchen erhaltene. Wahrscheinlich war die moleculare Veränderung, welche die Verminderung der elektromotorischen und thermo-elektrischen Kraft herbeiführte, schon zum gröfsten Theil vor sich gegangen, als die ersten thermo-elektrischen Versuche gemacht wurden.

Legirung No. 3 — Kupfer.

Die Bestandtheile dieser Legirung waren 2 Theile Wis-
muth und 1 Theil Zinn.

Die elektromotorische Kraft.

Versuch 21. Versuch 22. Versuch 23.
 $s = \text{tg } 19^{\circ} 12'$. $s = \text{tg } 13^{\circ} 23'$. $s = \text{tg } 7^{\circ} 40'$.

Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
12,00	8,70	6,00
13,85	8,90	6,75
13,65	9,65	6,20
12,35		

Mittel 12,96. Mittel 9,08. Mittel 6,32.

Man erhält $\beta = 8,275$ und

$\alpha = 52,68$ aus dem Vers. 21

$\alpha = 46,25$ 22

$\alpha = 50,35$ 13

Mittel $\alpha = 49,76$.

Die thermo-elektrische Kraft.

Versuch 24. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
$10^{\circ},4$	65,8	196,0
$10^{\circ},3$	64,8	196,2
$10^{\circ},1$	63,8	196,0

Mittel $10^{\circ},27$. Mittel 64,8. Mittel 196,1.

Versuch 25. No. 2.

10,3	65,2	196,8
10,2	64,6	196,2
10,0	63,8	196,2

Mittel 10,17. Mittel 64,53. Mittel 196,4.

Die reducirten Ausschläge werden:

für No. 1 = 51,48

No. 2 = 51,69

Mittel = 51,59.

Die Abnahme der elektromotorischen Kraft dieser Legirung war besonders groß. Bei der ersten Bestimmung ergab sich nämlich $\alpha = 94,34$, ein Werth, der beinahe doppelt so groß als der oben gefundene ist. Auch die thermo-elektrische Kraft war anfangs viel größer; die reducirten Ausschläge wurden nämlich:

für No. 1 = 78,76

No. 2 = 75,08

Mittel = 76,92.

Um das Vorhandenseyn der betreffenden Veränderung zu bestätigen, wurden mit dieser Legirung besondere Versuche vorgenommen. Drei Stäbe wurden gleichzeitig gegossen und an Kupferdrähte gelöthet. Zwei von diesen Drahtpaaren wurden in das Luftthermometer eingesetzt. In den folgenden Tagen wurde sowohl die elektromotorische Kraft bestimmt, als auch mit dem dritten Drahtpaar gleichzeitige thermo-elektrische Versuche gemacht.

Versuch 26, am 28. Februar gleich nach dem Gusse angestellt. Bei der Stromstärke $s = \text{tg } 20^\circ$ erhielt man im Mittel den Ausschlag 34,43. Der reducirte Ausschlag des thermo-elektrischen Stromes war = 120,24.

Versuch 27. Am selben Tage etwa fünf Stunden später. Ausschlag bei $s = \text{tg } 20^\circ 10'$: 30,33. Reducirter Ausschlag des thermo-elektrischen Stromes = 113,39.

Versuch 28. Am 29. Februar. Zur Ermittlung des Werthes von β wurden Ausschläge bei zwei verschiedenen Stromstärken genommen. Man erhielt:

bei $s = \text{tg } 19^\circ 53'$ den Ausschlag 27,15

$s = \text{tg } 7^\circ 45'$ 12,80,

woraus $\beta = 5,600$ folgt. Die thermo-elektrische Kraft ergab sich bei diesem Versuche = 103,37.

Versuch 29. Am 6. März. Bei $s = \text{tg } 20^\circ 13'$ wurde der Ausschlag im Luftthermometer = 22,35. Die thermo-elektrische Kraft = 84,27.

Versuch 30. Am 19. März. Ausschlag = 19,08 bei $s = \text{tg } 19^\circ 35'$. Die thermo-elektrische Kraft = 74,61.

Die folgende Tabelle macht die stetige Verminderung der beiden Kräfte anschaulich. In der ersten Verticalcolumnne ist der Tag des Versuches angegeben. Die zweite Columnne enthält die Werthe von α , die mit dem Werth $\beta = 5,6$ aus den Versuchen 26 bis 30 berechnet sind. Die reducirten Ausschläge des thermo-elektrischen Stromes sind in der dritten Columnne angeführt. Die vierte Columnne ist durch Division der Zahlen der ersten Columnne in die der zweiten erhalten.

		Elektromotorische Kraft.	Thermo-elektrische Kraft.	Verhältniss.
Februar	28.	124,85	120,24	0,96
"	28.	109,42	113,39	1,03
"	29.	98,81	103,37	1,05
März	6.	80,51	84,27	1,05
"	7.	70,11	74,61	1,06.

Die beiden Kräfte nahmen somit in fast demselben Verhältnisse ab. Die Veränderung ging am schnellsten gleich nach dem Gusse vor sich, wo die Abnahme schon nach einigen Stunden bemerkbar war. Man könnte vermuthen, daß der galvanische Strom, der bekanntlich sowohl temporäre als auch permanente Veränderungen der Leitungsdrähte hervorruft, auch die Ursache der hier beobachteten Erscheinung sey. Daß dies nicht der Fall ist, zeigen sowohl die Versuche mit den zuerst gegossenen

Stäben, bei welchen die Veränderung statt gefunden hatte, obgleich sie mehrere Wochen ungebraucht gelegen hatten, als auch die soeben angeführten Versuche 26 bis 30, in welchen Eins der Drahtpaare dem Einflusse keines stärkeren Stromes als dem des durch die Abkühlung der Löthstelle hervorgerufenen thermo-elektrischen Stromes ausgesetzt worden war. Es muß auch bemerkt werden, daß die Abnahme der elektromotorischen Kraft nicht irgend einer Structurveränderung des Kupferdrahtes zugeschrieben werden kann, weil dieser eine längere Zeit vor den Versuchen gezogen worden war.

Legirung No. 4 — Kupfer.

Die Bestandtheile waren 12 *Theile Wismuth* und 1 *Theil Zinn*.

Die elektromotorische Kraft.

<i>Versuch 31.</i>	<i>Versuch 32.</i>	<i>Versuch 33.</i>
$s = \text{tg } 19^{\circ} 28'.$	$s = \text{tg } 12^{\circ} 54'.$	$s = \text{tg } 7^{\circ} 50'.$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
67,95	47,15	34,3
68,25	50,25	32,7
	47,00	32,6
Mittel 68,10.	Mittel 48,13.	Mittel 33,2.

Die Berechnung giebt $\beta = 6,866$ und

$$\alpha = 262,61 \text{ aus dem Vers. 31}$$

$$\alpha = 245,09 \quad 32$$

$$\alpha = 256,52 \quad 33$$

$$\text{Mittel } \alpha = 254,74.$$

Die thermo-elektrische Kraft.

Versuch 34. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
9°,8	283,0	170,0
9°,7	277,0	170,8
9°,5	273,4	170,2
Mittel 9°,67.	Mittel 277,8.	Mittel 170,3.

Versuch 35. No. 2.

7°,7	220,0	168,0
7°,6	217,4	169,4
7°,5	215,2	168,6
<hr/> Mittel 7°,6.	<hr/> Mittel 217,53.	<hr/> Mittel 168,7.

Reducirter Ausschlag

für No. 1 = 269,91

No. 2 = 271,46

Mittel = 270,69.

Bei der ersten Bestimmung ergab sich die elektromotorische Kraft = 256,69 und die thermo-elektrische = 266,89. Diese Werthe sind von den später erhaltenen nur wenig verschieden. Um zu erfahren, ob diese Legirung mit der Zeit eine ähnliche Veränderung wie die vorhergehenden erleide, wurde sie von Neuem gegossen und ihre thermo-elektrische Kraft untersucht. Gleich nach dem Gusse war der reducirte Ausschlag = 297,63, einen Tag später = 292,63 und sechs Tage nach dem Gusse = 274,12. Diese Versuche zeigen deutlich, daß die thermo-elektrische Kraft (und folglich auch die elektromotorische Kraft) dieser Legirung mit der Zeit *abnimmt*.

Kupfer-Legirung No. 5.

Die Bestandtheile waren 32 *Theile Wismuth* und 1 *Theil Antimon*.

Die elektromotorische Kraft.

Versuch 36.	Versuch 37.	Versuch 38.
$s = \text{tg } 19^\circ 20'.$	$s = \text{tg } 12^\circ 45'.$	$s = \text{tg } 7^\circ 0'.$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
86,48	57,60	36,0
88,15	57,55	35,9
	58,00	34,2
<hr/> Mittel 87,32.	<hr/> Mittel 57,72.	<hr/> Mittel 35,37

Daraus ergibt sich $\beta = 4,213$ und

$$\alpha = 306,70 \text{ bei } s = \text{tg } 19^\circ 20'$$

$$\alpha = 281,25 \quad s = \text{tg } 12^\circ 45'$$

$$\alpha = 297,08 \quad s = \text{tg } 7^\circ 0'$$

$$\text{Mittel } \alpha = 295,01.$$

Bei der ersten Bestimmung erhielt man $\beta = 6,083$ und

$$\alpha = 307,61 \text{ bei } s = \text{tg } 16^\circ 14'$$

$$\alpha = 290,19 \quad s = \text{tg } 8^\circ 35'$$

$$\alpha = 298,64 \quad s = \text{tg } 4^\circ 6'$$

$$\text{Mittel } \alpha = 298,81.$$

Die beiden Werthe von α sind nicht viel von einander verschieden.

Die thermo-elektrische Kraft.

Versuch 39. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
10°,5	217,8	163,6
10°,3	214,8	112,8
10°,2	213,8	113,4
10°,0	210,8	

$$\text{Mittel } 10^\circ,25. \quad \text{Mittel } 214,3. \quad \text{Mittel } 113,3.$$

Der reducirte Ausschlag wird $= 295,24$.

Der Versuch mit dem Drahtpaare No. 2 konnte nicht ausgeführt werden, weil dasselbe bei der Vorbereitung des Versuches an der Löthstelle beschädigt worden war. Bei der ersten Bestimmung erhielt man für beide Drähte wenig verschiedene Werthe der thermo-elektrischen Kraft, nämlich für No. 1 den Werth 313,06, für No. 2 309,62, im Mittel 311,34. Die thermo-elektrischen Kräfte der beiden Drähte können wir daher auch bei der späteren Bestimmung als gleich annehmen. Der Unterschied der beiden Zahlen 295,24 und 311,34 ist nicht von Belang.

Kupfer-Legirung No. 6.

Diese Legirung wurde durch Zusammenschmelzung von 32 Theilen Wismuth und 3 Theilen Antimon erhalten.

Die elektromotorische Kraft.

Versuch 40.	Versuch 41.	Versuch 42.
$s = \text{tg } 18^\circ 18'$	$s = \text{tg } 13^\circ 10'$	$s = \text{tg } 7^\circ 28'$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge
149,45	110,6	66,55
146,05	109,8	69,60
147,40	109,3	
Mittel 147,63.	Mittel 109,9.	Mittel 68,08.

Nach diesen Versuchen ist $\beta = 4,306$ und

$\alpha = 541,40$ bei $s = \text{tg } 18^\circ 18'$	
$= 522,21$	$= \text{tg } 13^\circ 10'$
$= 538,32$	$= \text{tg } 7^\circ 28'$
Mittel $\alpha = 533,98$.	

Die thermo-elektrische Kraft.

Versuch 43. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
$7^\circ,0$	231	79,8
$6^\circ,7$	225	80,0
$6^\circ,4$	221	80,2
Mittel $6^\circ,7$.	Mittel 225,67.	Mittel 80,0.

Versuch 44. No. 2.

$7^\circ,0$	246,0	82,2
$6^\circ,9$	243,2	82,0
$6^\circ,8$	240,0	81,6
Mittel $6^\circ,9$.	Mittel 243,07.	Mittel 81,9.

Reducirter Ausschlag

für No. 1 = 673,64
No. 2 = 688,23
Mittel = 680,94.

Elf Tage vorher wurde die thermo-elektrische Kraft zu 680,93 und die elektromotorische zu 521,23 bestimmt. Diese Legirung scheint somit, ebenso wenig wie die vorhergehende Wismuth-Antimon-Legirung, in Bezug auf ihre elektromotorischen Eigenschaften veränderlich zu seyn. Ein besonderer thermo-elektrischer Versuch bestätigt dies. Gleich nach dem Gusse erhielt man den reducirten Ausschlag 613,87 und fünf Tage später den Ausschlag 624,13. Der Unterschied dieser Ausschläge beträgt nicht volle 2 Proc., so daß sie nicht als wesentlich verschieden angesehen werden können.

Kupfer-Neusilber.

Der Kupferdraht wurde an einen Neusilberdraht von derselben Dicke (1 Mm.) gelöthet. Diese Combination wurde nur ein Mal untersucht.

Die elektromotorische Kraft.

Versuch 45.	Versuch 46.	Versuch 47.
$s = \text{tg } 23^{\circ} 30'.$	$s = \text{tg } 15^{\circ} 16'.$	$s = \text{tg } 7^{\circ} 10'.$
Ausschläge.	Ausschläge.	Ausschläge.
32,60	21,75	12,05
32,70	21,95	12,05
32,35		12,15
Mittel 32,55.	Mittel 21,85.	Mittel 12,08.
Die Constante β wird = 4,556 und		
	$\alpha = 102,13$ aus dem Vers. 45	
	= 92,65	46
	= 99,47	47
	Mittel $\alpha = 98,08.$	

Die thermo-elektrische Kraft.

Versuch 48. No. 1.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
11°,9	158,8	210,2
11°,4	151,8	210,0
11°,3	150,8	209,8
11°,1	149,6	
Mittel 10°,43.	Mittel 152,75	Mittel 210,0.

Versuch 49. No. 2.

Temperaturdiff.	Ausschläge.	Leitungsfähigkeit.
11°,0	153,2	209,2
10°,6	145,4	210,6
10°,3	138,2	
Mittel 10°,63.	Mittel 145,6	Mittel 209,9.

Reducirter Ausschlag

für No. 1 = 101,82

No. 2 = 104,41

Mittel = 103,12.

5. *Die Resultate der Untersuchung.* Ordnet man die untersuchten Körper nach der Größe der elektromotorischen und thermo-elektrischen Kräfte auf die Weise, daß ein vorhergehender elektropositiv gegen einen nachfolgenden ist, so erhält man folgende Reihen, in welchen die Zahlen die relativen Werthe dieser Kräfte beim Contact mit Kupfer angeben. Bei der Aufstellung dieser Reihen sind nur die bei der *späteren* Bestimmung erhaltenen Werthe berücksichtigt.

	Elektromotorische		Thermo-elektrische	
	Kraft		Kraft	
12 Wismuth- 1 Zinn	254,74		270,69	
8 " 1 "	234,18		236,39	
4 " 1 "	137,49		145,75	
Eisen	82,36		86,12	
2 Wismuth- 1 Zinn	49,76		81,59	
Kupfer	0		0	
Neusilber	98,08		103,12	
32 Wismuth- 1 Antimon	295,01		295,24	
Wismuth	417,14		460,06	
32 Wismuth- 3 Antimon	533,98		680,94.	

Eine Metalllegirung nimmt somit, gleich den reinen Metallen, dieselbe Stellung in der elektromotorischen wie in der thermo-elektrischen Reihe ein. Weil der thermo-elektrische Strom an der wärmeren Berührungsstelle dieselbe Richtung hat wie der durch die dort wirksame elektromo-

torische Kraft erzeugte galvanische Strom, so *wird diese Kraft durch die Erwärmung vermehrt*. Diese Resultate gelten nur für Wärmegrade unter $+30^{\circ}$ C., über welche hinaus die Temperatur der Drähte während der Versuche nicht gestiegen ist.

Dividirt man die Zahlen der elektromotorischen Reihe in die entsprechenden der thermo-elektrischen Reihe, so erhält man folgende Quotienten.

12 Wismuth- 1 Zinn-Kupfer	1,10
8 Wismuth- 1 Zinn-Kupfer	1,09
4 Wismuth- 1 Zinn-Kupfer	1,06
Eisen	1,05
2 Wismuth- 1 Zinn-Kupfer	1,04
Kupfer-Neusilber	1,05
„ - 32 Wismuth- 1 Antimon	1,00
„ - Wismuth	1,10
„ - 32 Wismuth- 3 Antimon	1,29.

Mit Ausnahme des letzten können diese Quotienten als gleich betrachtet werden. Der Mittelwerth ist nämlich, wenn die letzte Zahl ausgeschlossen wird, $= 1,06$ und die Abweichungen vom Mittel, die höchstens 6 Proc. betragen, können den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden. Bezüglich den letzten Quotienten hat man Grund, ihn als mit den übrigen nicht ganz vergleichbar anzusehen. Die Combination Kupfer- 32 Wismuth, 3 Antimon erzeugt nämlich, seiner großen elektromotorischen Kraft zufolge, beim Umkehren des Stromes bedeutende Temperaturvariationen in den Cylindern des Luftthermometers; es ist daher möglich, daß die Gleichungen, die bei der Berechnung von α angewandt werden und die unter der Voraussetzung abgeleitet worden seyen, daß die Temperaturvariationen in den Cylindern mäßig sind, für diese Combination einen Werth von α liefern, der mit den für die übrigen Combinationen gefundenen Werthen dieser Quantität nicht vergleichbar ist. Diese Vermuthung wird dadurch bestätigt, daß die Quotienten mit der elektromotorischen Kraft zu

wachsen scheinen. Wir glauben uns daher zu der Annahme berechtigt, daß *das Verhältniß zwischen der thermo-elektrischen und elektromotorischen Kraft der untersuchten Legirungen constant und gleich dem Verhältnisse für die Combination Eisen-Kupfer und Kupfer-Wismuth ist.*

Zuletzt erwähnen wir noch als ein Resultat dieser Untersuchung die bemerkenswerthe stetige Abnahme der elektromotorischen und thermo-elektrischen Kraft, die bei den Wismuth-Zinn-Legirungen beobachtet wurde. Von den reinen Metallen scheint auch das Wismuth eine solche Veränderung zu erleiden. Wenn man die bekannte Thatsache in Betracht zieht, daß das thermo-elektrische Verhalten der festen Leiter gegen moleculare Veränderungen, z. B. gegen kleine Verunreinigungen oder eine durch mechanische Behandlung, wie Spannung, Drehung, Druck etc. ¹⁾ hervorgerufene relative Verschiebung der Molecüle, äußerst empfindlich ist, so scheint es sehr wahrscheinlich, daß die betreffende Erscheinung mit irgend einer Molecularveränderung zusammenhängt. Durch die schnelle Erstarrung in der Gußform wird die freie Krystallisation der Legirung gehindert und es entsteht ein Spannungszustand, aus welchem die Molecüle sich frei zu machen streben. Gleichzeitig können chemische Veränderungen vor sich gehen; entweder treten die Bestandtheile der Legirung zum Theil in chemische Verbindung mit einander oder es können auch beim Gusse entstandene Verbindungen wieder zerfallen.

Äehnliche Molecularveränderungen sind schon früher bei einigen Körpern beobachtet. Es ist z. B. bekannt, daß der Gefrierpunkt eines gewöhnlichen Thermometers zufolge einer Volumenabnahme der Kugel mit der Zeit etwas steigt. Eine ähnliche Erscheinung wurde von Hrn.

1) Thomson, *Phil. Trans.* 1856, *T. III*, p. 711; Magnus, *Pogg. Ann.* Bd. 83, S. 469; Matthiessen fand die thermo-elektrischen Kraft bei Wismuth und Antimon bedeutend ungleich, je nachdem diese Metalle gegossen oder als gepresste Drähte untersucht wurden (*Pogg. Ann.* Bd. 103, S. 412).

Edlund beobachtet, als er drei geaichte Reichsmaafse der schwedischen *Kanne* im Jahre 1857 von Neuem justirte. Das Volumen dieser Maafse, die aus Glas angefertigt waren, war von F. Rudberg im Jahre 1833 auf das Genaueste zu 100 Cub. dec. Zollen bestimmt worden. Hr. Edlund fand jedoch das Volumen aller drei Gefäße merkbar kleiner. Dadurch ist eine fortdauernde Structurveränderung des Glases erwiesen, die in 24 Jahren eine merkbare Volumverminderung dieser Maafse herbeigeführt hatte. Zuletzt erwähnen wir der Umwandlung der auf künstlichem Wege hergestellten monoklinischen Schwefelkrystalle in ein Aggregat von kleinen rhombischen Krystallen, den Uebergang der arsenigen Säure aus der amorphen in die krystallinische Form und andere in der Chemie bekannte Erscheinungen dieser Art.

Es ist wahrscheinlich, daß auch die Wismuth-Antimonlegirungen einer ähnlichen Veränderung wie die Wismuth-Zinnlegirungen unterworfen sind, obgleich der Einfluß dieser Veränderung auf die elektromotorische Kraft zu klein seyn mag, um sich während der verhältnißmäßig kurzen Dauer dieser Untersuchung zu zeigen. Ob sich alle festen Leiter, die mechanischer Behandlung unterworfen werden, in solcher Weise verändern, und in wie fern diese Veränderung von Modificationen den anderen physikalischen Eigenschaften, wie der Dichte, der Leitungsfähigkeit für Wärme und Elektrizität etc. begleitet ist, mögen künftige Untersuchungen an den Tag legen.

Nachtrag. Ich erlaube mir hier zu erwähnen, daß der General Freiherr v. Wrede in Stockholm ganz neulich sehr merkwürdige Veränderungen der Länge eines 1 Decimeter langen Stabes von der Legirung 2 Theile Wismuth-1 Theil Zinn, so wie Variationen der Wärmeausdehnung desselben, entdeckt hat ¹⁾. Bezüglich etwaiger Variationen des galvanischen Leitungswiderstandes einiger Metallegirun-

1) *Kongl. Svenska Vet.-Akad. Handl.* 1872.

gen habe ich am Ende des letzten Sommersemesters (1872) in Bonn einige Versuche gemacht. Durch die Güte des Hrn. Geh. Rathes Clausius hatte ich Gelegenheit bei diesen Versuchen ein vortreffliches Universalgalvanometer von Siemens zu benutzen. Die Resultate dieser Versuche waren: der Widerstand der Legirung 2 Theile Wismuth- 1 Theil Zinn verminderte sich in 21 Tagen um 0,064 seiner ursprünglichen Gröfse, der der Legirung 1 Theil Wismuth- 1 Theil Zinn um 0,07 in 9 Tagen und der der Legirung 1 Theil Wismuth- 2 Theile Zinn um 0,06 in 4 Tagen. Die Geschwindigkeit der Veränderung hatte ihren grössten Werth gleich nach dem Gusse. Die Legirungen 12 Theile Wismuth- 1 Theil Zinn, 1 Theil Wismuth- 5 Theile Blei und 10 Theile Wismuth- 1 Theil Antimon erwiesen sich in Bezug auf Leitungswiderstände ziemlich constant, da die Variationen nicht über 1 Procent betrugen.

III. *Ueber das elektro-chemische Aequivalent des Silbers; von F. Kohlrausch.*

(Der K. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen im Auszuge mitgetheilt am 1. Febr. 1873.)

Meine Absicht bei dieser Arbeit ging dahin, das Verhältniß der magnetischen zur chemischen Strom-Einheit so genau zu bestimmen, wie es mit aller Sorgfalt und den besten gegenwärtigen Hilfsmitteln möglich seyn würde. Wie dieß Unternehmen an sich durch die Bedeutung der fraglichen Naturconstante hinreichend gerechtfertigt ist ¹⁾,

- 1) Ich verhehle übrigens nicht, daß neben dem wissenschaftlichen Interesse noch ein praktisches Ziel vorlag. Im Göttinger physikalischen Practicum liefs ich als Uebungsgegenstand wiederholt die Aufgabe ausführen, mittels der Messung eines und desselben Stromes durch

so wird es auch keineswegs durch die in den Jahren 1840 bis 1845 angestellten Bestimmungen von Weber, Bunsen, Casselmann und Joule überflüssig gemacht, auf denen der gewöhnlich angenommene Werth 0,00933 für das elektrochemische Aequivalent des Wassers beruht. Einige Bemerkungen über diese Messungen wird man am Schlusse dieses Aufsatzes finden.

Die verschiedenen von mir erhaltenen Resultate stimmen ausgezeichnet überein, so daß ich die Untersuchung in der Meinung abschloß, meinen Zweck völlig erreicht zu haben. Hinterdrein fand sich freilich, daß ein unerwartet großer Localeinfluß des Dämpfers an der Tangentenbussole vorhanden gewesen war, indem die Nadel bei der Entfernung des letzteren ihre Stellung um 7 Scalentheile (oder 0,6 Proc. des Gesamtausschlages bei der Strommessung) änderte. Besteht ein solcher Einfluß nur aus einer von der Nadelstellung unabhängigen Verschiebung, also gewissermaßen aus einer Declinationsänderung innerhalb des Dämpfers, so ist er ganz gleichgültig. Auch wenn eine constante nördliche Componente gleich derjenigen, welche seitlich den Ausschlag von 7 Scalentheilen bewirkte, vorhanden gewesen wäre, so würde sie nur 0,1 Proc. Fehler verursachen. Die Gefahr liegt nur in einer Veränderlichkeit des Einflusses auf verschiedene Stellungen der Nadel. Im ersten Unmuth über die theilweise vergeblich aufgewandte große Mühe versäumte ich den Einfluß quantitativ so zu bestimmen, daß eine Elimination ermöglicht würde ¹⁾.

ein Voltameter und eine Tangentenbussole von gegebenen Dimensionen die *Intensität des Erdmagnetismus* zu bestimmen. Dabei drängte sich natürlich bald der Gedanke auf, daß dieses Verfahren überhaupt wesentlich einfacher und genauer ist, als die sonst gebräuchlichen, sobald das „elektrochemische Aequivalent“ einmal genau bestimmt seyn wird. Unter den bisherigen Umständen freilich ist dies eben noch nicht der Fall, wie auch Hr. Schneebeli zugiebt, welcher dem Verfahren seitdem einen besonderen Aufsatz gewidmet hat. (Diese Ann. Bd. CXLIV, S. 640.)

- 1) Der Dämpfer sollte zur Bequemlichkeit sehr kräftig seyn und wurde deßwegen aus mehreren Kupferplatten zusammengesetzt, deren ver-

Trotzdem wird man das Resultat für reichlich - so zuverlässig halten dürfen, wie die genannten früheren, welche aus der ersten Zeit absoluter galvanischer Messungen stammen und von denen es nicht unerheblich abweicht. Eine nähere Betrachtung der letzteren wird dann noch zeigen, daß sie in der That in dem gefundenen Sinne abgeändert werden müssen.

Die Arbeit wurde i. J. 1869 im magnetischen Observatorium zu Göttingen ausgeführt.

In Betreff der angewandten *Tangentenbussole* verweise ich auf Bd. 138 S. 7 dieser Annalen. Aus dem dort Mitgetheilten geht mit Rücksicht auf das jetzige Torsionsverhältniß 0,0019 der Nadel hervor, daß ein Ablenkungswinkel φ die Stromstärke bedeutet:

$$i = 31,959 \cdot T \cdot \operatorname{tg} \psi.$$

Ueber die magnetische *Horizontal-Intensität* T ist das Nöthige in einer kürzlich von mir veröffentlichten „Zurückführung der Siemens'schen Widerstandseinheit auf absolutes Maafs zu finden. (Ann. Ergänz.-Bd. VI, S. 20 ff.) Denn da bei dieser wie bei jener Arbeit ein großer Theil der Mühe auf die erdmagnetische Intensitätsbestimmung verwendet werden mußte, so wurden die schliesslich maafs-

schwindenden Eisengehalt ich hatte constatiren lassen. Aus Irrthum waren von dem Mechaniker zur Verschraubung Messing-Muttern angewandt worden, und diesen glaube ich die Störung zuschreiben zu müssen, da ich wiederholt an Messingtheilen von Dämpfern und Multiplicatoren einen sehr merklichen Magnetismus bemerkt habe. *An Instrumenten für feine absolute magnetische Messungen scheint daher das Messing nur mit Vorsicht angewandt werden zu dürfen.* Das Kupfer birgt, wie mir scheint, eine geringere Gefahr. Um übrigens auch dieser zu entgehen, habe ich Kupferdämpfer in der Gestalt von Rahmen oder auch von dicken Platten, die neben die Nadel gestellt werden, *elektrolytisch* niedergeschlagen. Dieses Kupfer zeigte eine sehr starke Dämpfung, besitzt also ein gutes Leitungsvermögen. Im Gegensatz zum käuflichen Kupfer zeigte es sich nun freilich *diamagnetisch*, indem eine dicke Platte einen Magnetpol wahrnehmbar abstieß. Indessen ist dieser unvermeidliche Localeinfluss jedenfalls nur in besonderen Fällen merklich, die sich leicht umgehen lassen.

Die beabsichtigte Wiederaufnahme der Arbeit mit diesen Dämpfern wurde durch äussere Umstände verhindert.

gebenden Beobachtungen beider Gegenstände in denselben Tagen vorgenommen. Nach dem angeführten Aufsatz entsprach der Stellung δ des Bifilarmagnetometers die Intensität

$$T = 1,8385 (1 + 0,000105 \cdot \delta).$$

Die Variationen während der Messung, welche Hr. Riecke zu beobachten die Gefälligkeit hatte, wurden zu einem mittleren Stande zusammengefaßt, der unten mit δ bezeichnet wird.

Während des halb- bis dreiviertelstündigen Stromdurchganges geschah die Scalenablesung an der Tangentenbussole durchschnittlich von 20 zu 20^{sec}. Um Declinationsvariationen zu eliminiren, wurde der Strom von 5 zu 5^{min} ohne merklichen Zeitverlust commutirt (natürlich nur in der Tangentenbussole). Die starke Dämpfung erlaubte die Wiederaufnahme der Ablesungen nach höchstens 30^{sec}. Da die Stromstärke sich überhaupt nur um wenige Procente änderte, so kann der Mittelwerth der halben Gesamtausschläge für die einseitige dauernde Ablenkung ψ der Nadel substituiert werden.

Als Elektrolyt diente eine etwa 15 procentige Lösung von *salpetersaurem Silber* in einem großen Silbertiegel als negativer, und mit einem eingesenkten, mit dünnem Zeug umwickelten Silberstift als positiver Elektrode¹⁾. Ueber die Vorzüge des Silbers zu voltametrischen Bestimmungen braucht nichts gesagt zu werden. Doch war ich bedenklich, ob nicht hygroskopische Einflüsse an der fein vertheilten krystallinischen Silberoberfläche besondere Vorsichtsmaßregeln nothwendig machen. In der That zeigte sich eine anfängliche Zunahme des Gewichts, wenn man nach dem Auswaschen warm getrocknet hatte und nun den erkalteten Tiegel auf die Waage setzte; und zwar belief dieselbe sich auf etwa 3 Mgr. bei der etwa 60 □ Cm. großen Fläche. Wenn dagegen beiläufig 20 Minuten nach dem Austrocknen verstrichen sind, so ist das Gewicht ganz constant. Wiederholte Versuche mit jedesmaligem Spülen und war-

1) Nach der Einrichtung von Poggendorff, vergl. u. A. Wiermann, *Galvanismus* 2. Aufl. I., S. 479.

mem Austrocknen gaben in dieser Weise Gewichte des Tiegels, die nur um höchstens $\frac{1}{4}$ Mgr. differirten. Da dieser Differenz in einem Knallgas-Voltameter etwa $\frac{1}{25}$ Cubikcent. Gas entsprechen, so dürfte das Silber, selbst was die Genauigkeit der directen Messung anlangt, dem Knallgas vorzuziehen seyn.

Das chemische Aequivalentgewicht des Silbers beträgt nach den sorgfältigsten Bestimmungen von Stas 107,93. Zum Ueberflufs habe ich obiges Silbervoltameter wiederholt mit einem kleinen Bunsen'schen Wasser-Gewichtsvoltameter verglichen und vergleichen lassen. Zwei selbst ausgeführte Bestimmungen gaben bei jedesmaliger Stromdauer von etwa einer Stunde

Silber	Wasser	Chem. Aeq.-Gew. des Silbers.
510,37 Mgr.	42,73 Mgr.	107,50
2226,63 „	184,76 „	108,46

Die Abweichungen von Stas's Werthen entsprechen nur 0,2 resp. 0,8 Mgr. Fehler in der Wägung des Wasservoltameters. Gleicherweise gingen die Differenzen der anderen Beobachter nie über die möglichen Wägungsfehler hinaus.

Zur Bestimmung des elektrochemischen Aequivalentes wurden nun drei Beobachtungsreihen in der beschriebenen Weise (vor. S.) ausgeführt. Sie ergaben zunächst Folgendes

	I.	II.	III.
Zeitdauer des Stromes ¹⁾	$t = 1979,7$	2399,6	2699,5 Sec.
Mittl. Scalen-Ablenkung	$a = 636,99$	526,42	521,59 mm.
Niedergeschlagenes Silber	$M = 1135,52$	1189,05	1269,29 mgr.
Mittl. Stand d. Bifilar-Magn.	$\delta = +19,5$	+7,8	+5,9 Sc. Th.
Hor.-Int. des Erdmagnetismus	$T = 1,8422$	1,8400	1,8396.

Nun betrug der Abstand des Spiegels von der Scale 3687,1^{mm}. Setzen wir also $\frac{a}{3687,1} = \operatorname{tg} 2\psi$, so erhalten wir die magnetische Stromstärke i durch Einführung von ψ

1) Die Zeiten sind 33, 40 und 45 Min., nach einer Uhr gemessen, deren Secunden um 0,00017 zu klein waren.

in die Formel S. 172. Andererseits ist $m = \frac{M}{t}$ die in einer Secunde ausgeschiedene Silbermenge. $\frac{m}{i}$ also giebt schliesslich das von dem Strome 1 in 1^{sec} niedergeschlagene Silber, d. h. denjenigen Werth, welchen man nach dem von Weber eingeführten Sprachgebrauch das elektrochemische Aequivalent des Silbers nennen würde.

So bekommt man

	i	m	$\frac{m}{i}$
I.	5,0482	0,57359	0,11362
II.	4,1767	0,47469	0,11365
III.	4,1377	0,47017	0,11363

Diese Zahlen weichen von ihrem Mittelwerth höchstens um $\frac{1}{80}$ Procent ab, woraus zu folgen scheint, daß in der That die voltametrische Strommessung ein äußerst genaues Mittel zur erdmagnetischen Intensitätsbestimmung abgeben würde; denn um auf magnetischem Wege die mögliche Fehlergränze auf 0,1 Procent zu bringen, werden bereits Hilfsmittel verlangt, welche nur in ganz vereinzeltten Fällen zu Gebote stehen dürften. Die aufzuwendende Mühe und Zeit ist aber dann unvergleichlich viel gröfser.

Durch Multiplication von 0,11363 mit $\frac{9}{107,93}$ erhält man endlich das elektrochemische Aequivalent des Wassers gleich

$$0,009476 \text{ } ^1).$$

Diese Zahl ist um etwa $1\frac{1}{2}$ Procent gröfser, als die gewöhnlich angenommene 0,0933; indessen ergibt eine genauere Durchsicht derjenigen Beobachtungen, aus welchen

- 1) Bezeichnet man als Einheit der Elektricitätsmenge diejenige Menge, welche bei dem Strom Eins in 1 Sec. den Querschnitt der Kette durchströmt, so ist hiernach die Elektricitätsmenge $\frac{9}{0,009476} = 950$ nöthig, um 1 Mgr. Wasserstoff abzuscheiden. 950 würde man die chemische Aequivalentmenge der Elektricität nennen können.

letzterer Werth abgeleitet worden ist, daß er ohne Zweifel vergrößert werden muß.

Das Hauptgewicht ist wohl auf die bekannten sorgfältigen und vielfach variirten Bestimmungen Casselmann's¹⁾ zu legen, die mit einem Gewichts-Wasservoltameter (also unbeeinflusst von der damaligen unvollkommenen Kenntniß der Gasdichten) und mit einer Tangentenbussole angestellt worden sind, deren Durchmesser hinreichend groß war, um die Stromstärke wirklich der Tangente des Ablenkungswinkels proportional setzen zu können. Aus der guten Uebereinstimmung der mit verschiedenen Stromstärken erhaltenen Resultate scheint ferner zu folgen, daß keine merkliche Wiedervereinigung oder Absorption von Gas in der elektrolysirten Flüssigkeit stattfand. Casselmann's einzelne Resultate liegen zwischen 0,009295 und 0,009434 und geben als Mittel 0,009371. Ein etwaiger Fehler in der zu Grunde gelegten erdmagnetischen Horizontalintensität giebt sich natürlich in diesen Differenzen nicht zu erkennen, und gerade in diesem Punkte scheinen einige Bedenken zu liegen.

Casselmann bestimmte die Intensität an seinem Beobachtungsorte mit einem Weber'schen sogenannten Reismagnetometer und fand $T=1,83$. Ferner wurde die Schwingungsdauer eines und desselben Magnetstabes an diesem Orte sowie in Göttingen beobachtet, woraus $T=1,8274$ folgte. An letzterer Zahl ist zunächst eine 0,21 Procent betragende Correction anzubringen, welche Weber aus dem früher nicht berücksichtigten Magnetismus der Lage im Göttinger Magnetometer entwickelt hat²⁾. Anstatt 1,8274 ist also zu setzen 1,8236, wodurch das Resultat Casselmann's 0,009371 sich in 0,009391 verwandelt.

- 1) Casselmann, die galvanische Kohlenzinkkette. Dissertation. Marburg 1843. S. 63.
- 2) Abh. d. Gött. Ges. d. Wiss. VI, S. 25 bis 29. 1855. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, daß aus Versehen an den dortigen Zahlen die Correction in doppeltem Betrage angebracht ist, wie man aus den Formeln leicht findet.

Nun bemerkt Casselmann noch. (S. 25), daß er im Freien (im Gegensatz zu dem eisenhaltigen Beobachtungslocal) die Intensität 1,88 gefunden habe, ein Werth, welcher ohne Zweifel für Marburg im Jahre 1843 beträchtlich zu groß ist. Der Gaußs-Weber'sche Atlas des Erdmagnetismus freilich liefert sogar eine noch etwas größere Zahl; aber da die Ausgleichungsrechnung, die diesem Werke zu Grunde liegt, sich über die ganze Erdoberfläche erstreckt, so enthalten einzelne Gegenden nicht unbeträchtliche Differenzen gegen die Wirklichkeit (an denen nur zu bewundern ist, daß sie bei dem höchst mangelhaften, Gaußs zu Gebote stehenden Material nicht noch größer ausgefallen sind). In unseren Gegenden giebt der Atlas für den Anfang der vierziger Jahre die Horizontalintensität um etwa 5 Procent zu groß an. Nach den speciell für Deutschland entworfenen Lamont'schen Karten¹⁾, welche nirgends einen Fehler von 1 Procent enthalten dürften, ist die Intensität in Marburg um 0,02 größer als in Göttingen (womit der Atlas des Erdmagnetismus hinreichend übereinstimmt); also für 1843 etwa $T = 1,81$. Da nun Casselmann's Instrument für den Ort der galvanischen Messungen sogar einen bedeutend kleineren Werth ergab als im Freien, so ist man fast versucht, auch obige Zahl 1,8236 noch für zu groß zu halten. 1,81 würde Casselmann's Resultat dem meinigen gleich machen.

Ganz ohne Frage ist ferner der von Bunsen²⁾ gefundene Werth 0,009266 durch die Berechnungsweise viel zu klein geworden, wie übrigens Casselmann³⁾ und J. Müller⁴⁾ schon bemerkt haben. Denn dieser Zahl liegt $T = 1,88$ zu Grunde. Durch Anwendung von 1,81 bekommt man 0,00962.

1) Lamont. Magnetische Karten von Deutschland und Baiern. München 1854.

2) *Ann. d. chim.* (3), VIII, 33. 1843.

3) Die Zinkkohlenkette, S. 75.

4) Müller, Lehrb. d. Physik, 3. Aufl. II. S. 206.

Die Versuche Joule's, im Jahre 1845 angestellt aber nicht veröffentlicht, sind erst 1851 von W. Thomson berechnet worden. Sie scheinen gar nicht für eine Messung des elektrochemischen Aequivalents bestimmt gewesen zu seyn, denn der Durchmesser der Tangentenbussole wird nur in runder Ziffer zu 1 Fuß (Englisch) angegeben und in die Rechnung eingeführt, und den Werth der Horizontalintensität 1,6332 für Manchester 1846 hat Thomson sich erst hinterdrein von Sabine mittheilen lassen. Ein sehr großes Vertrauen flößt das Resultat also nicht ein.

Was endlich die erste Messung des elektrochemischen Aequivalentes ¹⁾ betrifft, so hat Weber durch diese allerdings einen klassischen Beweis geliefert, daß man große Schwierigkeiten überwinden kann, allein unter den gegebenen Umständen hielt Weber selbst, wenn auch die Ordnung der fraglichen Größe, so doch keineswegs ihren genauen Werth durch seine Messung für festgestellt. Diese Messung wurde nämlich in der Kuppel der Göttinger Sternwarte ausgeführt, welche in ihrem Drehungsmechanismus eine sehr bedeutende Eisenmasse enthält, deren Localeinfluß auf die Horizontal-Intensität 5 Procent betrug. Bei der Nähe des Eisens kann hieraus leicht ein Fehler entspringen.

Von dieser Unsicherheit übrigens abgesehen, muß dieselbe Correction von + 0,21 Procent (S. 176) auch an Weber's Zahl 0,009376 angebracht werden, wodurch sie sich in 0,009396 verwandelt.

Ich würde nach den vorigen Bemerkungen kein Bedenken tragen, mein Resultat, welches eben 30 Jahre später als die anderen mit bei weitem besseren Hülfsmitteln gewonnen worden ist, diesen gegenüber als das richtige zu erklären, wenn nicht die kleine Unsicherheit wegen des Localeinflusses von dem Dämpfer vorhanden wäre. In Anbetracht dessen scheint mir der Mittelwerth vorläufig das wahrscheinliche Resultat zu seyn. Den Versu-

1) Weber, Resultate des magn. Vereins 1840, S. 91.

chen Bunsen's und Joule's, insofern sie keine eigene magnetische Intensitätsbestimmung enthalten, möge das Gewicht $\frac{1}{2}$ beigelegt werden. Bunsen's, Casselmann's und Weber's Zahlen werden mit den oben als nothwendig nachgewiesenen Aenderungen eingesetzt.

So ergibt sich das elektrochemische Aequivalent des Wassers

	bisher angenommen	berichtigt
nach Weber	0,009376	0,009396
Casselmann	0,009371	0,009391
Bunsen	0,009266	0,009624
Joule	0,009222	0,009222
Kohlrausch		0,009476
Mittel	<u>0,009331.</u>	<u>0,009421.</u>

II. Ueber die Wahl der galvanischen Stromeinheit.

Das „elektrochemische Aequivalent des Wassers“ stellt die Verhältnißzahl der absoluten oder magnetischen, nach Weber benannten Stromeinheit zur chemischen dar, sobald man bei letzterer nach dem zersetzten Wassergewicht rechnet. Gebräuchlicher aber ist es, unter dem Namen Jacobi'sche Einheit denjenigen Strom Eins zu nennen, welcher in der Zeiteinheit (Minute) die Volumeneinheit (Cubikcm.) Knallgas entwickelt. Diese Einheit ist der absoluten nahe gleich, denn nach dem Voraufgegangenen ist 1 Weber = 1,0544 Jacobi¹⁾.

Beide Einheiten haben ihre Berechtigung, freilich in verschiedenem Maasse. Während die Jacobi'sche Einheit von einer einzelnen Art der chemischen Stromwirkung hergenommen ist, umfaßt die „absolute“ Einheit die magnetischen sowie die elektrodynamischen Wirkungen und steht in der innigsten Beziehung zu den Arbeitsleistungen des Stromes. Es kann demzufolge eine Verdrängung die-

1) Die Dichtigkeit des Knallgases = 0,0005361 gesetzt. Ein Spiel des Zufalls hat auch hier die galvanischen Maasse betroffen, denn sehr nahe dasselbe Verhältniß (1,049) hat die *British-Association* zur Quecksilber-Einheit.

ses Strommaasses gar nicht in Frage kommen. Seine praktische Bedeutung freilich wird sich theilweise erst künftig entwickeln können, sobald die Gesetze des Elektromagnetismus vollkommener bekannt seyn werden als jetzt; zum Theil aber ist sie schon vorhanden, denn die Strommessung wird fast immer mit der Bussole ausgeführt, und der galvanische Reductionsfactor einer Tangentenbussole auf die absolute Einheit wird so einfach gefunden, daß jeder physikalisch nicht ganz Ungebildete ihn berechnen kann. Die Genauigkeit reicht für die Praxis vollkommen aus.

Da nun einheitliche Maasse manche Vortheile bieten, und besonders da sie leichter verbreitet werden als solche, die mit einander concurriren, so entsteht die Frage, ob ein besonderes chemisches Strommaass neben dem magnetischen irgend welchen Nutzen bringt, und diese Frage dürfte aus folgenden Gründen zu verneinen seyn.

Die chemische Zersetzung, ein übersichtlicherer Vorgang als die magnetische Stromwirkung, wird freilich zur Popularisirung der Strom-Einheit immer unerläßlich bleiben, aber die Jacobi'sche Einheit betrifft doch nur eine specielle Form der Wirkung, und zwar eine solche, deren Vorzüglichkeit für diese Zwecke keineswegs unbezweifelt ist. Der galvanoplastische Techniker würde einer Definition aus dem niedergeschlagenen Kupfer den Vorzug geben; wer mit einem Bunsen'schen Gewichtsvoltameter arbeitet, rechnet nicht gern seine Wägung auf das Gasvolumen um; dem Chemiker würde die entwickelte Wasserstoffmenge bequemer seyn. Bekanntlich liefert ferner ohne besondere Vorsichtsmaassregeln jedes Wasservoltameter leicht ungenaue Resultate. Es ist für schwache Ströme überhaupt ungeeignet, und seine Anwendung wird unmöglich bei geringen elektromotorischen Kräften. Als ein besonderer Nachtheil ist ferner anzuführen, daß der Nicht-Physiker, durch dessen Bedürfnisse diese Einheit doch motivirt wird, sich gar häufig durch die Definition der Stromstärke aus dem zersetzten Wasser verleiten läßt, in den-

jenigen Stromkreis, dessen Stromstärke ihm von Werth ist, zeitweise ein Wasservoltameter zum Zwecke der Messung einzuschalten und so, in Folge der Polarisation, zu ganz falschen Zahlen zu gelangen. Ein geeignetes Kupfervoltameter bietet diese Gefahr in weit geringerem Maasse.

Aber wenn man auch von dem eben Gesagten absehen will, so bleibt doch vom Standpunkte des Praktikers aus noch ein letzter, sehr wesentlicher Einwand übrig. Ist die Knallgas-Einheit für die Praxis bestimmt, so müßte sie für *mittlere* Temperatur- und Druckverhältnisse eingerichtet seyn; aber hier hat man den physikalischen Standpunkt festgehalten und reducirt auf trocknes Gas, sowie auf 0° und 760^{mm} Quecksilberdruck. Der Laie führt natürlich die Correction nicht aus, und in Folge dessen sind die von der Physik gegebenen Zahlen für ihn um etwa 10 Procent unrichtig.

Hiermit scheint die ganze Bedeutung der Jacobi'schen Stromeinheit für die Praxis sehr gemindert zu werden, und es dürfte wenig verschlagen, ob der Fehler obige 10 oder ob er 15 Procent beträgt. Diefß zugegeben, wird aber das chemische Strommaafs in der That hinfällig, weil es dann mit dem magnetischen identisch wird. Mit anderen Worten: *anstatt auf 760^{mm} braucht man nur das Gasvolumen auf 800^{mm} 1) Quecksilberdruck zu reduciren, und man hat die Uebereinstimmung zwischen dem Jacobi'schen und dem Weber'schen Strommaafse erreicht.* Ich meine, der so einfach zu erlangende Vorthail der Maafs-Einigheit werde wohlfeil erkauft.

Endlich giebt aber auch hier wieder der Zufall noch eine Begriffsbestimmung des Weber'schen (oder, wenn man will, des so modificirten Jacobi'schen) Strommaafses, die an Kürze und Verständlichkeit für Jedermann nichts zu wünschen übrig läßt und den Praktiker in einfachster Weise zur voltametrischen Strommessung oder zur Graduirung seines Galvanometers auf chemischem Wege in

1) Genauer 801^{mm},3.

den Stand setzt: nämlich *der Strom Eins nach absolutem Maasse scheidet in $\frac{1}{2}$ Minute 1^{mgr} Kupfer ab*¹⁾.

Ueberhaupt berechnen sich für die absolute Stromeinheit folgende chemische Zersetzungsproducte in einer Minute:

- 1 Ccm Knallgas bei 0° und 801^{mm} Quecksilberdruck.
- 1,054 " " " " " 760^{mm}; oder 1 CC. in 56,9^{sec}
- 1,16 " " " unter mittleren Umständen
(bei + 17° u. 745^{mm}, über Wasser aufgefangen);
oder 1 CC. in 52^{sec}.
- 0,5653^{mgr} Wasser; oder 1^{mgr} in 106,1^{sec}.
- 1,991^{mgr} Kupfer; oder 1^{mgr} in 30,1^{sec}.
- 2,048^{mgr} Zink; oder 1^{mgr} in 29,3^{sec}.
- 6,779^{mgr} Silber; oder 1^{mgr} in 8,85^{sec}.

Eine elektromotorische Kraft drückt man bei gegebener Strom- und Widerstands-Einheit am zweckmäßigsten als das Product der Stromstärke in den Widerstand aus, in welchen die betreffende Kraft diesen Strom hervorbringt. Auch in dieser Beziehung ist die magnetische Stromeinheit bequem, denn mit der Siemens'schen Quecksilbereinheit zusammen liefert sie für das verbreitetste galvanische Element, das Bunsen'sche (oder auch das Grove'sche) die runde Zahl 2,00²⁾. Die Messung des Daniell'schen Elements durch Hrn. v. Waltenhofen³⁾, in dieselbe Einheit umgesetzt, liefert Daniell = 11,43; ich habe 11,71 gefunden, im Mittel also wäre Daniell = 11,57. Wie diese Zahlen die Producte aus zusammengehörigen Widerständen und Stromstärken sind, so kann man auch die zu Grunde liegende Einheit der elektromotorischen Kraft als das Product der Stromeinheit in die Widerstandseinheit auffassen und am kürzesten auch so bezeichnen; ein Verfahren, welches überhaupt bei ab-

1) Genau $0,009421 \cdot 30 \cdot \frac{31,7}{9} = 0,996$ Mgr.

2) Diese Ann. Bd. CXXI, S. 458.

3) Diese Ann. Bd. CXXXIII, S. 477.

geleiteten Einheiten bequem ist. Beispielsweise also kann man schreiben $1 \text{ Bunsen} = 20,0 \text{ Siemens} \times \text{Weber}$.

III. Ueber das aus galvanischen Messungen abgeleitete Arbeitsäquivalent der Wärme.

Hr. Favre hat kürzlich die elektromotorischen Kräfte der Daniell'schen und der Grove'schen Säule nach seinem bekannten Verfahren in Wärmeeinheiten gemessen; das heisst, er hat diejenige Stromwärme bestimmt, welche eins der genannten Elemente bei dem Verbrauch von 1 „Aequivalent“ Zink (der Zink-Menge, welche der Masseneinheit Wasserstoff chemisch äquivalent ist) entwickelt¹⁾. Der vorstehende Aufsatz, in Verbindung mit zwei anderen kürzlich von mir veröffentlichten Arbeiten²⁾, betrifft nun gerade das Material, aus welchem die einem gegebenen Zink-Verbrauch entsprechende Stromarbeit in mechanischem Maasse berechnet werden kann. Es scheint nicht überflüssig, das Zahlenverhältniß zwischen Arbeits- und Wärmeeinheit auf Grund dieser neueren Angaben zu berechnen, wie dies früher von Bosscha³⁾ geschehen ist, dessen Messung der absoluten elektromotorischen Kraft der Daniell'schen Säule aber auf einem wohl nicht hinreichend genau verbürgten Widerstandsetalon beruht.

Indem für das Daniell'sche Element die Messung des Hrn. von Waltenhofen mit berücksichtigt wird (vgl. vor. Seite), setze ich die elektromotorischen Kräfte

$$\text{Daniell} = 11,57; \text{ Grove} = 19,98 \text{ Siemens} \times \text{Weber}.$$

Ferner habe ich nach absolutem Maasse $1 \text{ Siem.} = 9717 \cdot 10^6 \frac{\text{Mm.}}{\text{Sec.}}$ gefunden; es werden also die absoluten elektromotorischen Kräfte, durch Multiplication der obigen Werthe mit dieser Zahl,

$$\text{Daniell} = 1124 \cdot 10^8, \text{ Grove} = 1942 \cdot 10^8.$$

Die elektromotorische Kraft eines Stromerregers, in

1) *Comptes rendus* LXIX, 1869 Juli 5.

2) Diese Ann. Bd. CXLI, S. 453; Erg.-Bd. VI, 1.

3) Diese Ann. Bd. CVIII, S. 168.

absolutem Maasse gemessen, stellt nun die mechanische Arbeit dar, welche der Stromerreger, wenn er den Strom 1 Weber erzeugt, in der Zeiteinheit (Secunde) verrichtet¹⁾. Den obigen Zahlen liegt als Arbeitseinheit diejenige Arbeit zu Grunde, welche die Kraft Eins auf einem Wege von 1^{mm} leistet, und die Krafteinheit wird durch diejenige Kraft gegeben, welche der Masse 1^{mg} in 1^{sec} die Geschwindigkeit $1 \frac{\text{Mm.}}{\text{Sec.}}$ erteilt.

Wir wollen zunächst die obigen in dieser Arbeitseinheit ausgedrückten elektromotorischen Kräfte auf das gebräuchliche Arbeitsmaass umrechnen, welches von dem Heben einer Last unter dem Einfluß der Schwere abgeleitet ist. Das Gewicht von 1^{mg} stellt in dem absoluten Maasse die Kraft $g = 9806$ dar; indem wir also obige Zahlen durch 9806000 dividiren, legen wir als Arbeitseinheit die Hebung von 1^{mg} um 1^{met} zu Grunde. So wird die elektromotorische Kraft

$$\text{Daniell} = 11470 \text{ und } \text{Grove} = 19800 \text{ Milligramm-} \\ \text{gewicht} \times \text{Meter.}$$

Mit anderen Worten, wenn ein Daniell'sches Element den Strom 1 Weber hervorbringt und wenn dieser Strom, etwa durch eine elektromagnetische Maschine ganz in mechanische Arbeit umgesetzt werden könnte, so würde hierdurch in 1^{sec} das Gewicht von 1^g um 11,47^{met} gehoben werden²⁾.

- 1) Vergl. Helmholtz, *Erhaltung der Kraft* oder, in Ermangelung dieser im Buchhandel leider vergriffenen Schrift, Fortschr. d. Phys. 1847, S. 244. — Maxwell und Jenkin, *Report. Brit. Assoc.* 1863, S. 137 ff. — W. Weber, Abh. d. Gött. Ges. d. Wiss. X, 73. (Oder auch Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Physik 2. Aufl. S. 197.)
- 2) Diese Zahl ist der elektromotorischen Kraft 11,57 Siem. \times Weber des Daniell'schen Elementes sehr nahe gleich, was von dem Zufall herrührt, daß die Arbeitseinheit Grammgewicht-Meter sich zu der absoluten Arbeitseinheit (s. oben) fast genau so verhält, wie die Siemens'sche zur absoluten Widerstands-Einheit. Ersteres Verhältniß ist $9806 \cdot 10^6$, das letztere gleich $9717 \cdot 10^6$.

Hr. Favre bezieht seine Zahlen auf die Entwicklung von 1^{me} Wasserstoff, resp. auf den Verbrauch der äquivalenten Menge Zink in der Säule. Um unsere Zahlen hiermit in Uebereinstimmung zu bringen, müssen wir sie also mit derjenigen Zeit multipliciren, in welcher der Strom 1 Weber 1^{me} Wasserstoff abscheidet, d. h. wir müssen durch das elektrochemische Aequivalent des Wasserstoffes $\frac{0,009421}{9} = 0,001047$ dividiren. Hierdurch erhalten wir die während des Verbrauches von 1 Aequivalent Zink geleistete Stromarbeit der Säulen

Daniell = 10950000, *Grove* = 18910000 Milligramm-
gewicht \times Meter.

Nach Favre's Messungen ist nun die calorische Energie, d. h. die bei dem Verbrauch von 1 Aequivalent Zink durch den Strom entwickelte Wärme

Daniell = 23993, *Grove* = 46447 Mgr.-Calorien.

Durch Division der zusammengehörigen Zahlen findet man endlich das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit gleich der Hubhöhe

456,5^{met} resp. 407,2^{met}.

Daß beide Zahlen nicht unbedeutend differiren, war zu erwarten; denn während nach den galvanisch gefundenen Werthen die elektromotorischen Kräfte das Verhältniß 1,72 haben, betrüge dasselbe nach Favre's calorischen Bestimmungen 1,93. Worin der Grund liegen kann, daß Hr. Favre ein so großes Verhältniß findet, vermag ich nicht einzusehen.

Bei einer Abweichung von 11 Procent kann es keine Bedeutung haben, daß das arithmetische Mittel 431^{met} bei der Zahlen demjenigen Werthe sehr nahe kommt, welchen man gegenwärtig aus bekannten Gründen für das Arbeitsäquivalent der Wärme annimmt. Man wird vielmehr den Messungen an der Daniell'schen Säule, wegen deren Constanz und wegen der einfacheren chemischen Vorgänge, wohl das größere Gewicht beilegen; indessen ist nicht zu

übersehen, daß die elektromotorische Kraft galvanisch auf ein compensirtes Element, dagegen calorimetrisch natürlich auf ein in Thätigkeit befindliches bezogen ist, wonach die Zahl 456,5 als etwas zu groß zu veranschlagen ist.

Bosscha berechnet auch aus älteren Versuchen von Joule, welche mir im Original nicht zugänglich sind, die calorische Energie des Daniell'schen Elementes, in obiger Weise definirt, = 23830. Aus dieser Zahl, welche mit der von Favre gefundenen nahe übereinstimmt, würde 459,6^{met} folgen.

Ohne Zweifel wird die experimentelle Auswerthung des mechanischen Wärmeäquivalentes auf galvanischem Wege verhältnißmäßig einfach, sobald, wie es nach meiner Ansicht jetzt der Fall ist, absolute Widerstände von hinreichend genau bekanntem Werthe vorliegen. Es dürfte indessen angezeigt seyn, einen ähnlichen Weg einzuschlagen wie v. Quintus Icilius¹⁾ und H. Weber²⁾, da dieser von der Veränderlichkeit der Säule unabhängig ist.

Darmstadt, im Februar 1873.

IV. *Pyrometrische Versuche;* *von A. Weinhold.*

Verfasser hat im Osterprogramm der höheren Gewerbeschule zu Chemnitz eine Arbeit über Messung hoher Temperaturen veröffentlicht; was von dieser Arbeit nicht rein technischer Natur ist, soll hier, theils im Anzug, theils ausführlicher mitgetheilt werden.

Literatur. Wedgwood' Pyrometer, *Phil. Trans.* t. 72. §. 305. — Pyrometer, auf der verschiedenen *Ausdehnung zweier starrer Körper* beruhend: Guyton-Morveau, *Ann. de chimie*, an 11, t. 45, p. 276; Daniell,

1) Diese Ann. Bd. CI, S. 69.

2) Die Bestimmung des galv. Widerstandes etc. Leipzig 1863.

Journ. of Roy. Soc., v. 11, p. 309. *Phil. Mag.* v. 10, p. 191, 268, 297, 350, *new series* v. 1, p. 197, 261; Petersen, Gehler's phys. Wörterb. Bd. 7, Abth. 2, S. 994; Gibbon, Dingler's polyt. Journ. Bd. 68, S. 436; Gauntlett, Arnengaud, *Génie industriel*, 1866, mai, p. 268; Oechsle, Dingler's polyt. Journ. Bd. 160, S. 112 und Bd. 196, S. 218; Williams, Dingler's polyt. J. Bd. 166, S. 44; Bussius, Berg- u. hüttenm. Zeitung, 1862, No. 10; Bock, Dingl. polyt. Journal Bd. 195, S. 312; Oechsle, polyt. Journal Bd. 60, S. 191, Berg- u. hüttenm. Zeitung 1870, No. 36: — Pyrometer, auf der *Ausdehnung tropfbarer Körper* beruhend: Achard, *Ann. de chimie et de physique*, 3. sér. t. 68, p. 52; Anonymus, Dingl. p. J. Bd. 32, S. 355; Person, *Compt. rend.* t. 19, p. 758. — Pyrometer, auf der *Ausdehnung gasiger Körper* beruhend: Mill, Gehler's phys. W. Bd. 7, Abth. 2, S. 997; Petersen, *ibid.* S. 998 und 1004; Pouillet, *Comptes rend.* t. 3, p. 782; Erman und Herter, diese Ann. Bd. 97, S. 489; Regnault, *Relation des exp.*, *Mém. de l'Acad.* t. 21, p. 267 und *Ann. de chim. et de phys.* 3. sér., t. 63, p. 39; Deville und Troost, *Ann. de chim. et de phys.* 3. sér., t. 68, p. 257. — Pyrometer, auf der *Druckänderung abgesperrter Luftmassen* beruhend (eigentliche Luftthermometer): Regnault, *Rel. des exp.*, *Mém. de l'Acad.* t. 21, p. 173; Magnus, diese Ann. Bd. 55, S. 9, Jolly, Wüllner, *Exp.-Phys.*, 2. Aufl. Bd. 3, S. 93; Berthelot, *Ann. de chim. et de phys.* 4. sér., t. 13, p. 144; Zabel, Dingl. p. Journ. Bd. 195, S. 236; Deville contra Becquerel, *Compt. rend.*, t. 57, p. 894, 897, 902, 925, 935, 936, 965. — *Calorimetrische* Messung hoher Temperaturen: Coulomb, diese Ann. Bd. 14, S. 530; Clement und Desormes, Dingl. p. J. Bd. 33, S. 145; Schwarz, *Bull. de la soc. de Mulhouse*, t. 1, p. 52 (2. éd. 1836, t. 1, p. 45); Gay-Lussac (?), diese Ann., Bd. 39, S. 518; Miller, Dingl. p. J. Bd. 108, S. 115 (vergl. Schubarth, Dingl. p. J. Bd. 110, S. 32); Wilson, *Civil Eng. Journ.* 1852, July, p. 210; *Phil. Mag.* 4. sér., v. 4, p. 57; Bystrom, *Mechanics*

Journ., 2. sér., v. 8, p. 15. — Legirungen verschiedener *Schmelzbarkeit* als Pyroskope: Prinsep, diese Ann. Bd. 13, S. 576 und Bd. 14, S. 529; Heeren, *Dingl. p. J.* Bd. 161, S. 105; Gebr. Appolt, *Mittheil. d. Gewerbevereins für Hannover* 1855, S. 345. — Pyroskope, auf *Wärmestrahlung* und *Wärmeleitung* beruhend: Sweeny, diese Ann., Bd. 14, S. 531; Jourdes, *Compt. r. t.* 51, p. 68; Schinz, *Dingl. p. J.* Bd. 163, S. 321 und Bd. 177, S. 85. — *Akustische* Pyrometer; Cagniard-Latour und Demonferaud, *Comptes rend.*, t. 4, p. 28; Mayer, diese Ann., Bd. 148, S. 287. — *Optisches* Pyrometer: Becquerel, *Ann. de chim. et de phys.*, 3. sér., t. 68, p. 49. — *Dissoziations*-Thermometer und -Pyrometer: Lamy, *Compt. r.*, t. 69, p. 347 und t. 70, p. 393. — *Thermo-elektrische* Pyrometer: Pouillet, *Compt. r.*, t. 3, p. 782; Solly, *Phil. Mag., new (II.) series*, v. 19, p. 391; Becquerel (s. oben beim opt. Pyr.); Regnault, *Rel. des exp., Mém. de l'Acad.* t. 21, p. 246; Schinz, *Dingl. p. J.* Bd. 177, S. 86 und Bd. 179, S. 436. — *Elektrische Widerstandspyrometer*: Quincke und Reissig, *Journ. f. Gasbeleuchtung*, 1863, S. 289; *Dingl. p. J.* Bd. 171, S. 351; Siemens, *Proceedings of Roy. Soc.*, Nr. 128.

Luftthermometer. Da zur Zeit die Aenderung des Productes aus Druck und Volumen einer Gasmasse die einzige Erscheinung ist, welche in theoretisch wohlbegründeter Beziehung zur Aenderung der Temperatur steht, so können als Normalinstrumente zu pyrometrischen Versuchen nur Luftthermometer dienen. Die vom Verf. benutzten Luftthermometer sind ausschließlich solche, bei denen das Luftvolumen annähernd constant gehalten wird, die also auf dem Princip beruhen, welches Regnault zu Temperaturmessungen in erster Linie empfiehlt und welches auch von Magnus und Jolly bei ihren Untersuchungen über die Ausdehnung der Gase und von Ersterem bei der Untersuchung über die Spannkraft des Wasserdampfes verwendet worden ist. Die Einrichtung der benutzten Ma-

nometer weicht von den bisher üblichen Formen etwas ab, am nächsten kommt sie der des Jolly'schen Luftthermometers; wie bei diesem erfolgt die Regulirung der Quecksilbersäule durch die Bewegung der einen Manometerröhre, die mit der anderen, festen Röhre durch einen Kautschukschlauch communicirt. Anstatt der von Regnault, Magnus und Jolly angewandten offenen Manometer wurden aber solche verwendet, deren bewegliche Röhre oben verschlossen und völlig luftleer ist. Um jedes Eindringen von atmosphärischer Luft in das Manometer zu verhindern, sind beide Röhren des Manometers so lang, daß das Quecksilber in ihnen immer in einer Höhe von mehr als 76^{cm} über dem unteren Ende steht, so daß der die Verbindung beider Röhren bildende Kautschukschlauch an allen Punkten von dem in ihm enthaltenen Quecksilber stärker gedrückt wird, als von der umgebenden Luft. Um während einer Temperaturänderung des Luftthermometergefäßes oder zur Zeit des Nichtgebrauchs im festen Rohre ein constantes Niveau des Quecksilbers zu erhalten, dient ein nahe am unteren Ende des festen Rohres befindlicher Glashahn, der die Communication der beiden Manometerrohre zu sperren gestattet; auch dieser Hahn liegt, um jedes Eindringen von Luft unmöglich zu machen, mehr als 76^{cm} unter dem Niveau des Quecksilbers im festen Rohre.

Fig. 3 Taf. I zeigt die Einrichtung, welche zwei der angewandten Manometer haben (ein drittes ist ganz ähnlich beschaffen, hat aber eiserne Vertikalsäule, messingnen Schlitten und ist ohne Scale, weil nur für Kathetometermessungen bestimmt). Ein guseiserner Dreifuß mit Stellschrauben trägt eine Holzsäule *AA* von rechteckigem Querschnitt; an der Rückseite der Säule ist eine eiserne Strebe *B* befestigt, um ihr gehörige Stabilität zu geben. In zwei Schwalbenschwanznuthen der Säule bewegen sich Schieber (einer davon in Fig. 3 nicht sichtbar), welche durch eine über zwei Rollen laufende Schnur verbunden sind. Der Schieber *CC*₁ besteht aus zwei Theilen, einem kürze-

ren, oberen und einem längeren, unteren Stück, beide sind durch eine Mikrometerschraube verbunden. Der untere Theil C_1 trägt mittelst zweier Messingarme die bewegliche Manometerröhre E und wird durch das Gewicht des quecksilbergefüllten Rohres und Schlauches nach unten gezogen, während der obere Theil C nach oben gezogen wird durch ein an dem auf der Rückseite von AA befindlichen Schieber befestigtes Gegengewicht, das bei mittlerer Stellung des Schlittens CC_1 diesen ohngefähr balancirt — der entgegengesetzte Zug, welchen die beiden Theile von C_1 erleiden, macht eine Feder bei der Mikrometerbewegung entbehrlich. Um den Schlitten CC_1 feststellen zu können, dient ein Bügel F , welcher am oberen Theile befestigt ist und auf der Rückseite eine Pressschraube zum Festklemmen trägt. Die Scala ist ein in Millimeter getheilter, breiter Streifen von starkem Glase, der auf der Rückseite versilbert ist; die Theilstriche sind so lang, daß beide Manometerröhren vor denselben neben einander liegen können. Diese Röhren sind an den Theilen, wo sich die Quecksilberkuppen befinden, ziemlich weit, die Mittelpunkte der Quecksilberkuppen liegen also ziemlich weit von der Scala. Um trotzdem parallaktische Ablesungsfehler zu vermeiden, wurde folgendes Verfahren eingeschlagen: Ein Gasbrenner mit breiter Flamme, der an einer Verticalsäule leicht auf- und abgeschoben werden kann, steht in einiger Entfernung vor der Spiegelscale rechts vom Beobachter und dieser bringt den Brenner und das Auge in solche Stellung, daß die Quecksilberkuppe und ihr Spiegelbild dunkel erscheinen auf dem hellen Hintergrunde des Spiegelbildes der Gasflamme, während zugleich dicht neben der Manometerröhre in gleicher Höhe mit der Quecksilberkuppe ein leuchtender Punkt erscheint, nämlich ein ganz kleines Bild der Gasflamme, die sich erst in der Sclerotica des Auges und dann in dem Scalenstreifen spiegelt. Dieses helle Bildchen ist auch bei ganz mangelhafter Accommodation des Auges gut zu sehen, so daß man es mit beachten kann, indem man Quecksilberkuppe und

Scale fixirt, während es sehr schwierig ist, dem Auge dadurch die richtige Stellung zu geben, daß man das Spiegelbild der Pupille mit dem fixirten Theilstrich zur Deckung bringt — die dunkle Pupille ist nur bei guter Accommodation und also nicht gleichzeitig mit der Scale zu erkennen und während der Accommodationsänderung erfolgt leicht eine kleine Bewegung des Kopfes.

Die beiden Manometerröhren haben in ihren oberen Theilen eine lichte Weite von 12^{mm}, unten sind sie etwa halb so weit. (Die Röhren des zu Kathetometerablesung bestimmten Manometers sind noch um den dritten Theil weiter); der leere Raum in der geschlossenen Röhre ist sehr geräumig, etwa 15 bis 20^{cm} lang, um jede Depression des Quecksilbers durch unmerkliche Spuren von Luft, die noch da seyn könnten, zu vermeiden. Die feste Manometerröhre *G* ist dicht über dem Nullstrich der Scale möglichst stark verengt, damit nur ein ganz kleines Luftvolumen über dem Quecksilber dieser Röhre bleibt; dieses Volumen wurde vor der Verbindung der beiden Manometerröhren durch den Kautschukschlauch bestimmt durch Wägung der Quecksilbermenge, die man durch den Hahn ausfließen lassen muß, um das ganz mit Quecksilber gefüllte Rohr bis an den Nullstrich zu entleeren. Der obere capillare Theil des festen Manometerrohres ist horizontal umgebogen.

Um eine Verunreinigung des Quecksilbers durch Schwefel zu vermeiden, sind beide Manometerröhren durch *schwarzen* Kautschukschlauch verbunden, der mit Wolle umklöppelt ist, um ihm gehörige Widerstandsfähigkeit gegen den Quecksilberdruck zu geben. *H* ist der zur Sperrung der Communication beider Manometerröhren dienende Hahn. An der rechten Seite der Säule *AA* ist ein Loth *JJ* angebracht, das zur Verticalstellung des Apparates dient.

Beim Gebrauch des Manometers wird der Schlitten *CC*₁ mit der beweglichen Röhre immer so gestellt, daß das Niveau in *G* unverändert bleibt. Zur Verbindung des Manometers mit dem Luftthermometergefäß und der Queck-

silberluftpumpe dient ein T-förmiges Verbindungsstück, das aus Thermometerröhren gemacht ist, die nur an den Enden soviel erweitert sind, als nöthig, um andere, dünnwandige capillare Glasröhren einkitten zu können, welche durch ihre Biegsamkeit die erforderlichen Bewegungen gestatten. (Capillare Metallröhren wurden bei der Verbindung vermieden, weil sie sich nicht mit Quecksilber auswagen lassen und weil sie zu ihrer Biegung solche Kraft erfordern, daß sie leicht aus der Siegellackkittung losgesprengt werden können). Das T-förmige Verbindungsstück wird durch einen kleinen Träger gehalten, welcher an der schmalen, rechten Seite der Holzsäule AA sitzt.

Die vorstehend angegebene Einrichtung genügt aber nur für Beobachtung von Temperaturen, welche die Gränze nicht überschreiten, bei der die Luftthermometergefäße aufhören, dicht zu seyn. Deville und Troost haben nachgewiesen, daß Platin¹⁾ und Eisen²⁾ im glühenden Zustande Gase diffundiren und sie perhorresciren zu Thermometern für hohe Temperaturen alle anderen Gefäße, als große, innen und außen glasierte Porcellanballons mit *angeschmolzenen* Capillarröhren. Ueber die Art dieses Aufschmelzens sagen sie nur, daß es erfolgt *«au chalumeau à gaz hydrogène et oxygène par un procédé que nous ne pouvons décrire ici»*³⁾; Verfasser war danach nicht in der Lage, dieses Verfahren anwenden zu können. Die von ihm benutzten Gefäße, welche durch gütige Vermittelung des Hrn. Betriebsoberinspector Crasso in der kgl. Porzellanmanufaktur zu Meissen hergestellt wurden, sind cylindrisch mit halbkugeligen Enden und etwa 16^{cm} langem Rohr; der Inhalt des etwa 75^{mm} langen und 25^{mm} dicken Gefäßes beträgt etwa 20^{cc}, der des Rohres etwa $\frac{3}{4}$ ^{cc} — das Rohrvolumen läßt sich leicht durch Quecksilber ermitteln, da das Porcellan transparent genug ist, um den Stand des Quecksilbers im Rohre erkennen zu lassen, wenn

1) *Comptes rendus*, t. 56, p. 977.

2) *Comptes rendus*, t. 57, p. 965.

3) *Ibid.* p. 899.

man nur Sorge trägt, dasselbe in einen genau passenden Einschnitt eines undurchsichtigen Schirmes so einzusetzen, daß kein Licht neben dem Porcellan vorbei in's Auge gelangen kann. Diese Gefäße halten in hohen Temperaturen nicht absolut dicht; am deutlichsten zeigte sich dies, als eines derselben bei 0° mit Wasserstoff von 273^{mm} Druck gefüllt, zum lebhaften Glühen erhitzt und wieder auf 0° gebracht wurde; bei zweimaliger Wiederholung des Verfahrens nahm der Druck bis auf 259^{mm} ab. Bei Anwendung von Luft zur Füllung der Gefäße ist jedoch die stattfindende Diffusion eine äußerst geringe und es erscheint die Anwendung derselben zulässig, sobald nur nach jeder starken Erhitzung der Druck der Luft wieder bei einer Normaltemperatur controlirt wird, die hoch genug ist, um zu verhindern, daß Spuren von Wasserdampf, die durch Eindringen von Wasserstoff gebildet seyn können, sich verdichten und sobald vor jeder neuen Beobachtung das Gefäß wieder evacuirt und frisch mit trockner Luft gefüllt wird. Dieses freilich ziemlich umständliche Verfahren wird sich schließlich auch bei Anwendung von beiderseits glasirtem Porcellan nicht umgehen lassen, wenn Reihen von Temperaturbeobachtungen gemacht werden sollen — wenn einmal *eine* Glasurschicht eine Diffusion zuläßt, so kann eine zweite Schicht dieselbe wohl sehr erheblich vermindern, schwerlich aber vollkommen verhindern, zumal es nach Deville's Beobachtung über die Auflösung von Gasen in schmelzendem Glase ¹⁾ wahrscheinlich ist, daß die Diffusion durch die Masse der Glasur und nicht oder nicht nur durch feine Risse derselben erfolgt.

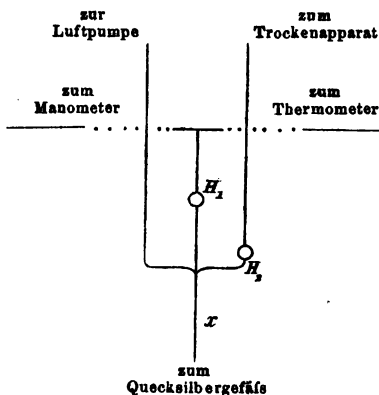
Um das Evacuiren und Neufüllen des Gefäßes nach jedem Glühen ohne zu große Mühe vornehmen zu können, mußte die Verbindung des Manometers mit der Luftpumpe und dem Apparat zum Trocknen der Luft erhalten und nur mit einer passenden Sperrvorrichtung versehen, die Einrichtung aber auch so getroffen werden, daß

1) *Comptes rendus*, t. 57.

das Volumen des Communicationsrohres nicht zu sehr vergrößert wurde, um nicht die Unsicherheit der Beobachtungen zu vermehren.

Am besten wäre es für vorliegenden Zweck, in dem T-förmigen Rohrstück, welches die Verbindung des Manometers mit dem Thermometergefäß und der Luftpumpe vermittelt, einen Glashahn ganz dicht an der Stelle anzubringen, wo sich das eine Rohr abzweigt und jenseits des Hahnes dieses Rohr in zwei Zweige zu theilen, deren einer nach der Luftpumpe führt, während der andere durch einen zweiten Hahn zu sperrende Zweig zum Zuführen neuer, getrockneter Luft dient. Die Anbringung eines Hahnes dicht an der Abzweigungsstelle ohne Erweiterung des Rohres macht aber beträchtliche Schwierigkeiten; deshalb wurde der Hahn in etwas größerer Entfernung angebracht und unterhalb des Hahnes das Rohr in drei Zweige getheilt, von denen zwei zum Evacuiren und zum Zuführen getrockneter Luft dienen, während der dritte Zweig nach einem beweglichen Quecksilbergefaß führt — durch Heben dieses Gefäßes kann man Quecksilber in die Röhren treiben und durch dieses die Bohrung des Hahnes und das über diesem befindliche Rohrstück bis an die Verzweigungsstelle des T-Rohres ausfüllen, ehe man den Hahn sperrt. Soll das Thermometer evacuirt und neu gefüllt werden, so erniedrigt man durch Senken des beweglichen Gefäßes das Quecksilberniveau in den drei Röhren soweit, daß diese wieder unter sich communiciren.

Die Anordnung der einzelnen Theile mag beistehendes Schema erläutern, in welchem H_1 und H_2 die Hähne bezeichnen. Das Quecksilbergefaß wurde am oberen Ende einer langen Holzschiene angebracht, deren unteres Ende durch ein Charnier an der in Fig. 3 Taf. I mit cc bezeichneten Kante des eisernen Fußstücks drehbar befestigt war. An der erforderlichen Stelle wurde diese Schiene mit einem Ausschnitt versehen, um für das zum Thermometergefäß führende Rohr Platz zu gewinnen; in der verticalen Lage



kann die Schiene durch einen Riegel an der Säule *AA* befestigt werden. Von dem Quecksilbergefaß geht ein Glasrohr bis ans untere Ende der Schiene und ist da durch einen kurzen Kautschukschlauch mit dem in bestehendem Schema mit *x* bezeichneten Rohr verbunden — das Senken und Heben des Quecksilbergefaßes erfolgt durch Neigen und Wiederaufrichten der Schiene ¹⁾.

Bezeichnet man durch

V das Volumen des Luftthermometergefäßes beim absoluten Nullpunkt,

α den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Luftthermometergefäßes,

v', v'', v''' ... die Volumina einzelner Theile des Rohres, welches das Gefäß mit dem Manometer verbindet und des Luftraumes im Manometer,

T die zu messende absolute Temperatur des Gefäßes,

t', t'', t''' ... die absoluten Temperaturen der Räume v', v'', v''' ... während der Messung,

$\mathfrak{L}, \mathfrak{t}', \mathfrak{t}'', \mathfrak{t}'''$... die entsprechenden Temperaturen bei einer Normalbeobachtung (d. h., wenn das Gefäß sich in Eis oder Wasserdampf befindet).

- 1) Noch bequemer würde es seyn, wenn das Quecksilbergefaß an einem vertical geführten Schlitten säße, der durch eine Kurbelwalze mit Band in derselben Weise auf- und abbewegt werden könnte, wie das bewegliche Gefäß einer Quecksilberluftpumpe.

P den Druck bei der Messung und
 \mathfrak{P} den Druck bei der Normalbeobachtung,
 so ist nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz

$$P \left\{ V \frac{1+\alpha T}{T} + \frac{v'}{t'} + \frac{v''}{t''} + \frac{v'''}{t'''} + \dots \right\} = \\
\mathfrak{P} \left\{ V \frac{1+\alpha \mathfrak{T}}{\mathfrak{T}} + \frac{v'}{t'} + \frac{v''}{t''} + \frac{v'''}{t'''} + \dots \right\} \dots (1)$$

und wenn man

$$\frac{1+\alpha T}{T} = \tau, \quad \frac{v'}{V} = \varphi', \quad \frac{v''}{V} = \varphi'' \text{ u. s. f.}$$

setzt

$$\tau = \frac{\mathfrak{P} \left\{ \frac{1+\alpha \mathfrak{T}}{\mathfrak{T}} + \frac{\varphi'}{t'} + \frac{\varphi''}{t''} + \frac{\varphi'''}{t'''} + \dots \right\}}{P} - \\
\frac{\varphi'}{t'} - \frac{\varphi''}{t''} - \frac{\varphi'''}{t'''} - \dots \dots (2)$$

$$T = \frac{1}{\tau - \alpha} \dots \dots \dots (3).$$

Bei Ableitung dieser Formeln ist die Aenderung der Volumina v' , v'' , v''' usw. durch Temperaturschwankungen vernachlässigt, was bei der Kleinheit dieser Volumina und den engen Gränzen dieser Schwankungen vollkommen gerechtfertigt erscheint. Der Ausdruck

$$\mathfrak{P} \left\{ \frac{1+\alpha \mathfrak{T}}{\mathfrak{T}} + \frac{\varphi'}{t'} + \frac{\varphi''}{t''} + \frac{\varphi'''}{t'''} + \dots \right\}$$

ist für jedes Luftthermometer constant, so lange sich die in diesem enthaltene Luftmasse nicht ändert; für $\frac{\varphi'}{t'}$, $\frac{\varphi''}{t''}$, $\frac{\varphi'''}{t'''}$ u. s. f. kann man sich kleine Hülftäfelchen berechnen und mit Hülfe dieser und einer Reciprokentafel, welche für die Werthe von $T=170$ bis $T=1000$, fünf, für größere Werthe von T vier geltende Ziffernstellen (sieben Decimalen) giebt, die numerische Rechnung nach den Formeln (2) und (3) leicht ausführen.

So lange man mit gläsernem Luftthermometergefäße bei so niedrigen Temperaturen arbeitet, daß ein kurzes, enges Rohr zur Verbindung des Gefäßes mit dem Manometer

benutzt werden kann, braucht man nur ein Volumen v' in Rechnung zu ziehen, nämlich das der Luft im Manometer; das Volumen v'' des capillaren Verbindungsrohres kann dann so klein seyn, daß φ' viel weniger als $\frac{1}{1000}$, und der durch Vernachlässigung dieses Volumens bei der Bestimmung von T entstehende Fehler viel weniger als $\frac{1}{25}^{\circ}$ C. ausmacht. Für höhere Temperaturen ist eine größere Entfernung des Manometers vom Thermometergefäße und also ein längeres Verbindungsrohr nothwendig; dieses Rohr darf auch nicht gar zu eng seyn, um die Ausgleichung des Drucks im Gefäße und im Manometer nicht zu sehr zu verlangsamen — das Volumen dieses Rohres muß dann in Rechnung gezogen werden und zwar so, daß man die Temperaturen einzelner Theile desselben mittelst daneben gehängter Thermometer beobachtet und die einzelnen Theilvolumina ermittelt. Bei der Messung hoher Temperaturen mittelst der Porcellangefäße ist endlich noch das Volumen des Porcellanrohres zu berücksichtigen; die Unkenntniß der Temperaturen der einzelnen Theile dieses Rohres ist bei weitem die schlimmste Fehlerquelle dieser Messungen; die durch sie bedingte Unsicherheit ist viel größer, als die von der geringen Permeabilität des Porcellans herrührende. Setzt man das Volumen des Gefäßes $V = 20^{\text{cc}}$, das des Porcellanrohres $v' = 0^{\text{cc}},8$, also $\varphi' = 0,04$ und nimmt $T = 1300$, $t' = 800$ und $\alpha = 0,000008$ an, so ist $\tau = 0,0007772$ und $\frac{\varphi'}{t'} = 0,00005$; wird t' um 200° zu niedrig oder zu hoch angenommen, so ergibt sich $\frac{\varphi'}{t'}$ beziehentlich $= 0,0000667$ oder $= 0,00004$, also um $0,0000167$ zu groß oder um $0,00001$ zu klein und folglich τ um eben so viel zu klein oder zu groß und hieraus T beziehentlich $= 1329$ oder $= 1283$, d. i. um 29° zu hoch oder um 17° zu niedrig. Beim Gebrauche befand sich das Porcellanrohr gewöhnlich zur Hälfte in der freien Luft, zur Hälfte in einer kupfernen Muffel, die vorn durch eine aus zwei Theilen zusammengesetzte Cha-

motteplatte. verschlossen war und es wurde für die eine Hälfte des Rohrs die Temperatur der Luft, für die andere die der Muffel in Rechnung genommen, d. h. diese Hälfte zu dem Gefäße gerechnet; dabei ist sicher die erste Temperatur etwas zu niedrig, die zweite etwas zu hoch angenommen und diese beiden Fehler werden sich wenigstens theilweise compensiren. Eine Verkleinerung des Rohrvolumens durch eingeschobenen Platindraht, wie sie Becquerel¹⁾ vorgenommen hat, erschien nicht rathsam; es würde durch die Fähigkeit des Platins, bei niedriger Temperatur beträchtliche Luftmengen auf seiner Oberfläche zu condensiren, eine neue Quelle der Unsicherheit entstehen, die um so beträchtlicher wäre, als sich in die nicht vollkommen geraden Porcellanröhren nicht dicke, steife Drähte, sondern nur biegsame Bündel dünner Drähte einschieben lassen, welche eine große Oberfläche darbieten — außerdem gefährdet ein solches Drahtbündel durch seine Wärmeleitung die Dichtheit der Siegelackkittung, die das Ende des Porcellanrohres mit dem gläsernen Capillarrohr verbindet. Vor der strahlenden Wärme der Muffel ist diese Kittstelle geschützt durch ein Bleirohr von 5^{mm},5 äußerem und 3^{mm} innerem Durchmesser, welches in zwei übereinandergewickelten Lagen von je fünf Windungen das Ende des Porcellanrohres umgiebt und mittelst durchgeleiteten Wassers fortwährend kalt gehalten wird. Bei verticaler Lage des Rohres ist ein vollkommener Schutz nöthig, um die aufsteigende, heiße Luft unschädlich zu machen; es wird dann die Kittstelle mit einem oben offenen Glascylinder umgeben, der mittelst eines Kautschukpfropfens auf dem Porcellanrohr befestigt ist und voll kaltes Wasser gehalten wird; zwei Tubulatoren gestatten eine continuirliche Erneuerung des Wassers. Die zur Verbindung des Luftthermometergefäßes mit dem Manometer dienenden gläsernen Capillaren dürfen nicht zu eng genommen werden; ihre Biegsamkeit wird allerdings durch die Weite und die Genauigkeit der Temperaturbe-

1) *Comptes rendus*, t. 57, p. 930.

stimmung durch das Volumen vermindert; eine zu kleine Lichtweite (unter $0^{\text{mm}},5$) verlangsamt aber den Durchgang der Luft auf so colossale Weise, daß ein wiederholtes Auspumpen, wie es bei der Zusammensetzung des Apparates (und bei Bestimmung sehr hoher Temperaturen in Porcellangefäßen nach jedem Versuche) behufs des vollkommen Austrocknens stattfinden muß, ganze Tage in Anspruch nimmt. Wenn das Thermometergefäß bewegt wird (um es z. B. aus einem Ofen in den Apparat zur Bestimmung des Siedepunkts zu bringen), so muß möglichst vermieden werden, den Capillaren eine Torsion zu ertheilen; es kann durch diese ein Losspringen in den Siegellackkittungen eintreten, das sich erst nach längerer Zeit durch eindringende Spuren von Luft bemerklich macht. Die Luftthermometer wurden immer mit atmosphärischer Luft gefüllt; Wasserstoff hätte den Vorzug eines schnelleren Durchgangs durch die Capillaren gehabt, war aber wegen der Diffusion unzulässig. Die Luft wurde durch Kalilauge, dann dreimal durch englische Schwefelsäure und schließlic noch über schneeige, wasserfreie Phosphorsäure geleitet, um sie von Kohlensäure und Wasser zu befreien; Phosphorsäure wurde auch in den Luftpumpen zum Trocknen ungewendet.

Es würde einen ungebührlich großen Raum in Anspruch nehmen, die mit dem Luftthermometer ausgeführten Messungen im Detail mitzutheilen; es soll aber als Beispiel wenigstens die Bestimmung des Siedepunktes von Zink ausführlich angegeben werden. Außerdem möge als von allgemeinerem Interesse noch bemerkt werden, daß bei Luftthermometergefäßen aus leichtflüssigem thüringer Glas wesentlich andere Ausdehnungscoëfficienten gefunden wurden, als man gewöhnlich anzunehmen pflegt. Bei einem Gefäß wurde durch Auswägen mit Quecksilber gefunden:

Volumen bei $0^{\circ} = 72^{\text{cc}},466$,

Volumen bei $99^{\circ} = 72^{\text{cc}},685$,

Cubischer Ausdehnungscoëfficient $= 0,0000305$,

bei einem anderen:

Volumen bei $0^{\circ} = 214^{\text{cc}},090,$

Volumen bei $99^{\circ},7 = 214^{\text{cc}},858,$

Cubischer Ausdehnungscoëfficient $= 0,0000359.$

Da diese Werthe bedeutend (der letzte um die Hälfte) gröfser sind, als die gewöhnlich aufgeführten, so wurde zur Controle noch eine Bestimmung des linearen Ausdehnungscoëfficienten vorgenommen an einer Röhre von derselben Glassendung, der das zweite der oben aufgeführten Gefäße angehörte. Dieselbe wurde mit zwei Diamantstrichen versehen und deren Abstand bei zwei verschiedenen Temperaturen mit dem Kathetometer gemessen. Auf niedriger Temperatur wurde die Röhre durch einen Strom von Wasser, auf höherer durch einen von Dampf erhalten; sie befand sich dabei in einer schlechtleitenden Hülle, die nur die eingerissenen Striche frei liefs. Es ergab sich:

Abstand der Marken bei $8^{\circ},2 = 959^{\text{mm}},11,$

Abstand der Marken bei $98^{\circ},9 = 960^{\text{mm}},15,$

Linearer Ausdehnungscoëfficient $= 0,00001195.$

Das Resultat könnte zu niedrig ausgefallen seyn, wenn die Hülle nicht genügend gegen Wärmeverluste geschützt hätte; es zeigt sich aber die vollkommenste Uebereinstimmung mit der obigen Bestimmung der cubischen Ausdehnung, so dafs kein Zweifel an der Richtigkeit des beobachteten grofsen Werthes möglich ist.

Die Bestimmung des Siedepunktes von Zink wurde mit einem solchen Porcellangefäße, wie es zu den übrigen Bestimmungen hoher Temperaturen diente, vorgenommen, um eine Controle für die Richtigkeit der erhaltenen Resultate zu haben.

Zur Erhitzung diente ein Perrot'scher Gasofen kleinster Art von Wiefsneg; das Zink war enthalten in einem Chamottetiegel, in dessen Oeffnung ein umgekehrter, etwas kleinerer Tiegel ohne Boden möglichst genau eingepafst war. Das Porcellangefäfs befand sich innerhalb der beiden Tiegel; die durch das Absägen des Bodens gebildete Oeffnung des oberen Tiegels wurde durch einen lose schließenden, aus

zwei Hälften zusammengesetzten Chamottedeckel geschlossen; ein ähnlicher, aus zwei Hälften gebildeter Deckel verschloß den Ofen selbst. Das angewandte Zink (Zincum purissimum von De Haen in List) wurde chemisch untersucht; es enthält von fremden Bestandtheilen nur eine kaum nachweisbare Spur Blei. Eine Ueberhitzung des Zinkdampfes ist nicht zu befürchten, weil die Temperatur, die der Perrot'sche Ofen überhaupt giebt, nicht gar zu viel über den Siedepunkt des Zinks hinausgeht und weil eine ziemlich lebhaftere Verdampfung stattfindet.

Ein Porcellangefäß wurde völlig luftfrei gemacht, mit Quecksilber gefüllt und auf 0° gebracht, dann im Dampfe von siedendem Wasser erhitzt, das ausfließende Quecksilber und ebenso das im Gefäß zurückbleibende gewogen. Es ergab sich:

Ausgeflossenes Quecksilber = 4^{gr},8092,

Zurückgebliebenes Quecksilber = 281^{gr},7548,

Barometerstand (reducirt) = 733^{mm},23.

Daraus berechnet sich:

die Siedetemperatur des Wassers = 99°,0,

der cubische Ausdehnungscoëfficient = 0,00000806.

Der Werth ist etwa ein Fünftel kleiner als der von Deville ¹⁾ zwischen 0° und 1040° gefundene. Die vorhandenen Mittel gestatteten nicht, die Ausdehnung innerhalb so weiter Gränzen zu bestimmen; der Unterschied bewirkt aber bei den höchsten Temperaturen, welche das Porcellan überhaupt verträgt, noch keinen Fehler von 1° und kommt deshalb hier gar nicht in Betracht.

Das zu dem Versuche mit Zinkdampf dienende Gefäß ergab:

Quecksilberinhalt des Gefäßes sammt dem

Rohre bei 16° = 316^{gr},683,

Quecksilberinhalt des Rohres bei 16° . . = 18^{gr},546,

Daraus berechnet sich:

Volumen des Gefäßes bei 16° = 21^{cc},991,

Volumen des Rohres bei 16° = 1^{cc},368,

1) *Annales de chimie et de physique*, 3. Sér., t. 68, p. 293.

und wenn man das halbe Volumen des Rohres zu dem Gefäße rechnet:

das Volumen bei -273° $V = 22^{\text{cc}},622$.

Das Volumen der zur Verbindung mit dem Manometer dienenden Capillarröhre wurde in zwei Theilen bestimmt, es war

für den Theil zunächst dem Porcellengefäße:

Quecksilberinhalt bei $16^{\circ} = 7^{\text{sr}},024$; Volumen $= 0^{\text{cc}},518$,

für den Theil zunächst dem Manometer:

Quecksilberinhalt bei $16^{\circ} = 9^{\text{sr}},700$; Volumen $= 0^{\text{cc}},716$.

Endlich betrug das Volumen des T-förmigen Verbindungsstücks am Manometer $0^{\text{cc}},883$, das des Luftvolumens im Manometer selbst $0^{\text{cc}},603$; da für die eine Hälfte des Porcellanrohres die Temperatur der umgebenden Luft zu rechnen ist, so wird diese mit dem einen Theile des Capillarrohres zusammen gerechnet als v' , während die beiden zuletzt angegebenen Volumina wegen ihrer gleichen Temperatur ebenfalls zu vereinigen sind als v'' ; sonach ist:

$$\begin{array}{ll} v' = 1^{\text{cc}},202 & \varphi' = 0,05313, \\ v'' = 0^{\text{cc}},716 & \varphi'' = 0,03165, \\ v''' = 1^{\text{cc}},486 & \varphi''' = 0,06569. \end{array}$$

Als sich das Thermometergefäße im Dampfe siedenden Wassers befand, wurde beobachtet:

$$\begin{array}{l} \vartheta = 367,71, \\ t' = 14^{\circ},8 + 273^{\circ} = 287^{\circ},8, \\ t'' = 14^{\circ},0 + 273^{\circ} = 287^{\circ},0, \\ t''' = 13^{\circ},5 + 273^{\circ} = 286^{\circ},5, \\ \text{Barometerstand (reducirt)} = 718^{\text{mm}},81. \end{array}$$

Daraus giebt sich:

der Siedepunkt des Wassers $= 98^{\circ},45$, $\mathfrak{Z} = 371^{\circ},45$.

$$\frac{1 + \alpha \mathfrak{Z}}{\mathfrak{Z}} = 0,0001846.$$

$$\frac{\varphi'}{t'} = 0,0027006,$$

$$\frac{\varphi''}{t''} = 0,0001103,$$

$$\frac{\varphi'''}{t'''} = 0,0002293,$$

$$\vartheta \left\{ \frac{1 + \alpha \mathcal{Z}}{\mathcal{Z}} + \frac{\varphi'}{t'} + \frac{\varphi''}{t''} + \frac{\varphi'''}{t'''} \right\} = 1,19789.$$

Beim Sieden des Zinks wurde beobachtet:

$$P = 930^{\text{mm}}, 34,$$

$$t' = 25^{\circ}, 8 + 273^{\circ} = 298^{\circ}, 8,$$

$$t'' = 16^{\circ}, 0 + 273^{\circ} = 289^{\circ}, 0,$$

$$t''' = 15^{\circ}, 8 + 273^{\circ} = 288^{\circ}, 8,$$

$$\text{Barometerstand (reducirt)} = 718^{\text{mm}}, 90.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\varphi'}{t'} = 0,0001778,$$

$$\frac{\varphi''}{t''} = 0,0001095,$$

$$\frac{\varphi'''}{t'''} = 0,0002275,$$

$$\tau = 0,0007727,$$

$$T = 1308^{\circ},$$

$$\text{Siedepunkt des Zinks} = 1035^{\circ}.$$

Die gefundene Zahl kommt den von Deville und Troost beobachteten Werthen 1039° und 1040° , welche wohl die am genauesten gemessene hohe Temperatur darstellen, so nahe, als es bei der Kleinheit des benutzten Gefäßes irgend zu erwarten ist. Sie ist vielleicht etwas zu hoch, da bei den Bestimmungen von Deville und Troost der Barometerstand $759^{\text{mm}}, 54$ und $761^{\text{mm}}, 2$ betrug, also mehr als 40^{mm} größer war als bei obigem Versuche, und zu einer Aenderung des Drucks um etwa 40^{mm} bei einer so hoch siedenden Flüssigkeit wohl eine größere Temperaturänderung, als um 4 oder 5° gehören wird.

Auf der Ausdehnung starrer Körper beruhende Pyrometer. Von Pyrometern dieser Art, die gegenwärtig noch im Handel zu beziehen sind, wurden untersucht ein Pyrometer nach Sauntlett, ein Bock'sches Pyrometer und ein Oechsle'sches Spiralpyrometer. Die erhaltenen Resultate, bezüglich deren hier auf die oben genannte Programmschrift verwiesen wird, ergaben die völlige Unbrauchbarkeit dieser Instrumente. Wegen des großen Nutzens, welchen

ein zuverlässiges, wenn auch wenig empfindliches Pyrometer mit directer Ablesung der Temperatur für die Technik haben würde, sollte aber nichts unversucht bleiben, um über die an und für sich freilich sehr zu bezweifelnde Möglichkeit, ein solches auf die Ausdehnung starrer Körper basirtes Instrument herzustellen, in's Klare zu kommen. Obgleich das Resultat der Versuche ein negatives war, sollen dieselben doch kurz beschrieben werden. Es handelte sich darum, Materialien anzuwenden, welche sich nicht oxydiren, und die mechanische Einrichtung des Instruments so zu treffen, daß nicht durch starke Hebelübersetzung beträchtliche Fehler entstehen konnten. Von Metallen erschienen nur Platin und Silber brauchbar. Ein kurzer Platinstab sollte in einer längeren Silberöhre an einem Ende befestigt und durch einen die Röhre ziemlich genau ausfüllenden Silberstab verlängert werden; bei der großen Wärmeleitungsfähigkeit des Silbers war zu vermuthen, daß Stab und Röhre ziemlich gut die gleiche Temperatur annehmen würden und so die gegenseitige Verschiebung der Enden von Stab und Röhre die relative Längenänderung zwischen dem Platinstab und einem gleich langen Stück der Silberöhre darstellen würde. Um aber zu sehen, ob nicht das Silber allein durch bloße Erhitzung fortwährende Dimensionsänderungen erfahre, wurde zunächst in die Röhre nur ein Silberstab eingesetzt und mit dem einen Ende derselben fest verbunden. Die Silberöhre wurde zum größten Theil ihrer Länge in eine Röhre aus hart gebranntem Speckstein eingeschlossen, um sie vor Verbiegungen zu schützen; nur der zu erhitzende Theil ragte aus dieser Hülle vor. In Fig. 4 Taf. I sind die in einander steckenden Röhren mit *aa* bezeichnet. Die Specksteinröhre ist mittelst zweier Lager *cc* auf einer Messingplatte *bb* befestigt. Ein kleiner Planspiegel von 13^{mm},5 Durchmesser ist durch eine Messingfassung *ee* auf einer kreisrunden Stahlplatte befestigt, die oben und unten mit kleinen stählernen Zapfen versehen ist; der obere dieser Zapfen ist in der Figur als kleiner Kreis sichtbar. Ein

Ring von Messing mit zwei horizontalen Zapfen *dd* ist auf der in der Figur rechts liegenden Seite oben und unten mit verticalen, halbkreisförmigen Rinnen versehen, in denen die beiden Zapfen der Stahlplatte liegen. Zwei Spiralfedern *ff*, die an dem Lager *c* befestigt sind, ziehen die Zapfen *dd* nach *c* hin und drücken dadurch die Stahlplatte, auf welcher der Spiegel sitzt, sanft gegen drei Stahlspitzen, von denen zwei senkrecht über einander an der Silberrohre angebracht sind, während der Silberstab die dritte Spitze trägt. Die verticale Verbindungslinie der ersten beiden Spitzen bildet eine Axe, um welche der Spiegel sich dreht, wenn sich die dritte Spitze verschiebt. Eine auf Glas gerissene Scale *gg*, welche in Zehntelmillimeter getheilt ist, wird mittelst eines Spiegels *i* durch eine Lampe *k* beleuchtet und das Spiegelbild derselben anvisirt durch ein Fernrohr *hh*, bestehend aus einem Objectiv von 13^{mm},5 Durchmesser und 10^{cm},8 Brennweite und einem Fadenkreuzocular von 9^{mm} Aequivalentbrennweite. Die Zehntelmillimeter der Scale erscheinen im Fernrohre so groß, daß sich Zehntel davon, also Hundertelmillimeter noch sehr bequem ablesen lassen; da die Distanz der Scale vom Spiegel 160^{mm} beträgt, so entspricht bei 6^{mm} Abstand der einen Stahlspitze von der Verbindungslinie der beiden anderen einer Verschiebung des Scalenbildes um 0^{mm},01 eine Verschiebung der Stahlspitze um $\frac{6 \cdot 0,01}{2 \cdot 160} = 0^{mm},00019$. Beim Erwärmen der Vorrichtung hätte keine beträchtliche, vor allem aber keine nach der Abkühlung bleibende Veränderung in der Scalenablesung eintreten dürfen, wenn die Vorrichtung schließlich hätte als Pyrometer brauchbar seyn sollen; bei mehrmaligem Erwärmen des aus der Specksteinhülle vorragenden Endes zeigte sich aber jedesmal eine bleibende Verschiebung um 0,7 bis 2 Scalentheile im Sinne einer Verlängerung des Rohres gegenüber dem Stabe und nach öfterem Erhitzen verbog sich das Rohr durch sein Gewicht derart, daß es keine freie Verschiebung mehr gestattete; das Silber ist demnach zu einem solchen Pyrometer nicht zu verwenden.

Da Speckstein, der sich im ungebrannten oder schwachgebrannten Zustande recht exact bearbeiten läßt, nach einmaligem *starken* Glühen eine recht beträchtliche Festigkeit besitzt und dann auch Temperaturveränderungen ziemlich gut verträgt, wurde schliesslich noch ein Versuch gemacht, ob sich aus Speckstein und Platin ein Pyrometer construiren liesse. Die Silberröhre und der Silberstab wurden ersetzt durch eine Specksteinröhre und einen Specksteinstab, der sich mit einem Ende gegen den kurzen Platinstab stemmte; die relative Verschiebung der Enden der Röhre und des Stabes wurden mit der nämlichen Vorrichtung gemessen, wie beim Silber. Obgleich der Speckstein vorher in einem Gebläsofen sehr stark geglüht worden war, zeigte sich doch bei jedem Erhitzen zum mässigen Rothglühen noch eine Verkürzung der Röhre, die bei sechszehnmaligem Glühen im Ganzen 11 Scalentheile betrug.

Nach diesen Erfahrungen und den an den oben erwähnten Pyrometern gemachten glaubt sich Verfasser zu dem Ausspruche berechtigt, daß es nicht möglich seyn wird, die Verschiedenheit der Ausdehnung zweier starren Körper zu zuverlässigen Bestimmungen hoher Temperaturen zu verwerthen. Vielleicht aber ist es nicht ganz unmöglich, die nach verschiedenen Axen verschiedene Ausdehnung anisotroper Krystalle zur Messung von Temperaturen, wenigstens bis zu mässiger Höhe, zu verwenden. Bei einem Krystallindividuum ist die Wahrscheinlichkeit einer Gleichgewichtslage der Moleküle und ihrer Rückkehr in die frühere Lage nach stattgehabten Temperaturänderungen grösser, als bei einem Körper von hyaliner oder mikrokrySTALLINISCHER Structur. Die an und für sich äusserst geringen Formveränderungen eines Krystalles lassen sich auf optischem Wege recht wohl messen. Nur ist fraglich, ob es gelinge, ein Material zu finden, daß in hinlänglich grossen Krystallen vorkommt, sich schleifen läßt und eine hohe Temperatur verträgt. Verfasser hat bis jetzt nur an Quarz einige Versuche gemacht, diesen aber untauglich gefunden. Ein prismatisches Quarzstück, dessen Basis die

in beistehendem Schema durch Q angedeutete Form hätte, bei dem die Hauptaxe parallel der Linie ab und der Nei-



gungswinkel der einspringenden Flächen $= 90^\circ$ wäre, würde von einem bei c befindlichen Objecte durch zweimalige Reflexion zwei Bilder geben, die sich decken, so lange der Winkel ein rechter bleibt, die aber auseinanderrücken, wenn durch Erwärmung des Quarzstücks dieser Winkel spitz wird. Nach den von Fizeau ¹⁾ für die Ausdehnung des Quarzes gegebenen Coëfficienten würden die beiden Bilder eines 1^m vom Quarz entfernten Objectes bei einer Erwärmung um 100° um etwa $2^{mm},5$, also um eine mittelst Fernrohrs sehr gut meßbare Gröfse, auseinanderrücken. Da ein Prisma von der angegebenen Form schwierig herzustellen und deshalb sehr kostbar seyn würde, wurden die Versuche vorgenommen mit einem prismatisch geschliffenen Quarzstück, dessen Querschnitt nahezu ein gleichschenkelig rechtwinkliges Dreieck war und dessen Hauptaxe parallel der Hypothenusenfläche und rechtwinklig gegen die rechtwinklige Kante war. Die Erscheinungen, welche ein solches Prisma giebt, sind sehr complicirt durch die stattfindende Doppelbrechung und mehrfache Reflexionen (auch an der Hypothenusenfläche). Das angewendete Quarzstück war nicht streng prismatisch, sondern etwas pyramidal, es konnten also nicht alle Reflexionen im Hauptschnitt vor sich gehen, so daß eine wiederholte Doppelbrechung stattfand: außer dem direct in der Hypothenusenfläche gespiegelten Bilde wurden 22 deutlich unterscheidbare, zum Theil stark gefärbte Bilder eines gerade vor dieser Fläche befindlichen Objectes gezählt. Von diesen sind aber nur wenige von beträchtlicher Helligkeit und unter diesen lassen sich die beiden, den ordinären Strahlen angehörigen mit Hilfe eines Nicols leicht aufsuchen; es sind von den helleren die, welche einander zunächst liegen. Beim Erwärmen bis etwa

1) *Comptes rendus*, t. 62, p. 1145.

400° rücken diese Bilder stetig und sehr stark auseinander, bei der Abkühlung gehen sie ganz vollkommen wieder zusammen; bis zu dieser Temperatur würde also der Quarz verwendbar seyn. Bei stärkerer Erhitzung aber wird die relative Bewegung der Bilder immer geringer, bei mäßiger Rothgluth wird sie Null und bei starkem Glühen geht sie in eine entgegengesetzte über; beim Abkühlen aber bekommt der so stark erhitze Quarz zahlreiche Risse, so daß er nicht weiter zu brauchen ist. Die Umkehr der Bewegung der beiden Bilder deutet wohl darauf hin, daß bei der hohen Temperatur die Differenz der beiden Ausdehnungscoëfficienten ihr Vorzeichen ändert; eine Aenderung des Brechungsindex ist schwerlich die Ursache, weil die Strahlen fast senkrecht durch die Hypothenusenfläche ein- und austreten.

Bessere Resultate, als Quarz, wird möglicherweise Zirkon geben, der sehr feuerbeständig ist, und innerhalb der von Fizeau untersuchten Temperaturen sehr verschiedene Ausdehnungscoëfficienten besitzt.

Calorimeterversuche. Die wesentlichsten Fehlerquellen bei calorimetrischen Temperaturbestimmungen sind die mangelhafte Kenntniß der specifischen Wärme der angewandten Körper in hohen Temperaturen, die Wärmebindung durch Verdampfung beim Einbringen des erhitzten Körpers in das Wasser des Calorimeters und die Wärmezufuhr, die das Calorimeter durch Strahlung und Leitung von außen erfährt.

Für Temperaturbestimmungen, zumal zu technischen Zwecken, sind die bei Bestimmungen der specifischen Wärme angewandten Vorsichtsmaafsregeln und Correctionsrechnungen viel zu complicirt; soll das Calorimeter als Pyrometer brauchbar seyn, so muß seine Construction die Verdampfung und die Wärmezufuhr von außen (ein Wärmeverlust wird unter den Umständen, in denen das Calorimeter als Pyrometer gebraucht wird, kaum vorkommen) so weit herabdrücken, daß dieselben vernachlässigt wer-

den dürfen. Bei der gebräuchlichen, offenen Form der Calorimeter ist der Einfluß der Verdampfung bedeutend, zumal wenn der eingetauchte Körper über 100° warm ist, weil dann selbst bei langsamem Eintauchen neben der Verdampfung ein Wegspritzen von Wassertröpfchen stattfindet, so daß die Menge des wirklich verdampften Wassers nicht einmal durch Wägung des Calorimeters controlirt werden kann. Ist der eingetauchte Körper heiß genug, um das Leidenfrost'sche Phänomen hervorzurufen, so wird der Fehler sehr veränderlich; bei langsamem Eintauchen kommt das Phänomen vollkommen zu Stande und Verdampfung und Verspritzen werden gering, während schnelleres Einsenken ein lebhaftes Zischen bewirkt.

Nach verschiedenen Versuchen, die kein brauchbares Resultat gaben, erhielt das Calorimeter schließlich die im Folgenden beschriebene Form, die keineswegs zu Bestimmungen der specifischen Wärme im Allgemeinen dienen soll, sondern nur für Metallkugeln zu Temperaturbestimmungen bestimmt ist. Fig. 5 und 6 Taf. I zeigen dieselbe im Durchschnitt und von oben gesehen. Das cylindrische Gefäß *CC* aus ganz dünnem Messingblech ist oben verschlossen durch einen Deckel mit vier Oeffnungen; von diesen sind zwei mit ganz kurzen, aufwärts gerichteten Rohransätzen versehen, in deren einen das Thermometer *T* luftdicht eingesetzt ist, während der zweite ein Stückchen Kautschukschlauch *K* trägt; ein Quetschhahn *Q* dient zum Verschluss dieses Schlauches. In die beiden anderen Oeffnungen sind längere, abwärts gerichtete Röhren eingesetzt; die zum Einbringen der Kugeln bestimmte Röhre *E* ist unten schräg abgeschnitten und mit dem untersten Punkte an die Wand des Gefäßes *CC* befestigt; die andere, in der Figur nicht sichtbare Röhre ist ganz eng und umgiebt die Axe einer Rührvorrichtung, wie sie vom Verf. vielfach angewendet wird und in der citirten Programmschrift S. 17 als selbstständiger Apparat beschrieben ist. Sie besteht aus einem Schraubenrädchen, das in einer Röhre, welche

bis nahe an die obere und untere Gränze der umzurührenden Flüssigkeit reicht, in rasche Drehung versetzt werden kann mittelst eines Schnurrädchens *R* (Fig. 6); die Vorrichtung bewirkt eine sehr lebhafte Circulation der Flüssigkeit. Das dünnwandige Rohr, in dem sich das Schraubenrad dieses Rührers befindet, ist oben und unten nur wenig kürzer, als das Gefäß *CC*; das Schraubenrad sitzt ganz im untersten Theile des Rohres und die enge Röhre, welche die Axe umgiebt, reicht bis dicht an das Schraubenrad hinan. Nahe über dem Boden von *CC* ist ein dünnes, weitmaschiges Drahtnetz in etwas geneigter Lage angebracht, so daß der bei aufrechter Stellung des Ganzen tiefste Punkt dieses Netzes gerade unter der Rührvorrichtung liegt. Zwei hölzerne Ringe *rr* haben jeder vier einwärts gerichtete Ansätze, die das Gefäß *CC* halten; diese Ringe sind befestigt an dem inneren von zwei concentrischen Weißblechcylindern, die ihrerseits von einem Glas-cylinder umgeben sind; der Glas-cylinder ist in einem viereckigen Holzkasten *HH* eingesetzt und darin durch Korkstückchen gehörig festgeklemmt. Ein Deckel *dd* aus Weißblech (in Fig. 14 weggelassen) schützt das Gefäß *CC* thunlichst gegen Wärmestrahlung von oben; er hat vier Oeffnungen, welche denen des Deckels von *CC* entsprechen; die mit *e* bezeichnete Oeffnung hat einen abwärts gebogenen Rand, der *CC* fast berührt. Der Kasten *HH* ist auf dem Brett *BB* mit zwei Charnieren *cc* befestigt; in liegender Stellung (Fig. 3) wird er durch einen Träger *t* gestützt; in aufrechter Stellung wird er gehalten durch eine Klinke *K*, in welche beim Aufrichten des Kastens eine in das Brett *BB* eingelassene Feder *G* eingreift, die man mit der Hand zurückdrückt, wenn der Kasten wieder umgelegt werden soll. Ein Schnurrad *S*, mittelst einer Kurbel zu drehen, ist an der Seitenwand von *HH* befestigt; eine dünne Schnur geht von diesem Rade durch zwei gläserne Oesen über *R* und eine Leitrolle *s*.

Soll das Calorimeter gebraucht werden, so giebt man ihm die aufrechte Stellung, öffnet den Quetschhahn *Q* und

füllt durch *E* das Gefäß *CC* ganz mit Wasser an, schließt dann *Q* und entleert *E* zum größten Theile von Wasser durch Saugen mittelst einer Pipette, die mit einem Ansatz versehen ist, der sich auf den Deckel *dd* auflegt, so daß die Pipette immer bis zu der nämlichen Tiefe in *E* eintaucht und dieses immer gleich weit entleert wird. *E* soll nur so weit mit Wasser gefüllt werden, daß beim Umlegen des Calorimeters keine Luftblasen in *CC* eintreten; das enge, die Axe des Rührers umgebende Rohr hat ebenfalls den Zweck, das Eintreten von Luft zu verhindern. Durch das Umlegen wird ein Verlust von Wasser beim Einwerfen der Kugel beseitigt; aufspritzende Tropfen bleiben an den Wänden von *E* hängen und auch die geringe Dampfmenge, welche sich bildet, wird von diesen Wänden zum größten Theile verdichtet. Unmittelbar nach dem Einwerfen der erhitzten Kugel wird das Calorimeter aufgerichtet und die Rührvorrichtung in Bewegung gesetzt — das Thermometer wird sehr rasch stationär.

Um die Kugel wieder aus dem Calorimeter zu entfernen, dient ein Kugelzieher; ein kurzes Rohr von solcher Weite, daß es sich gerade durch *E* einschieben läßt, ist am oberen Ende mit einem Stiel versehen, am unteren Ende durch einen schwach gewölbten Boden verschlossen; die Wand aber ist am unteren Theile auf einer Seite entfernt. Die dadurch gebildete seitliche Oeffnung muß beim Einführen des Rohres nach *R* zu gerichtet seyn, dann rollt beim Umlegen des Calorimeters die Kugel in das Rohr und läßt sich, nachdem man dasselbe so gedreht hat, daß die seitliche Oeffnung nach oben gerichtet ist, mit dem Rohre herausziehen. Falls die Kugel nicht unmittelbar beim Umlegen in den Kugelzieher rollt, hilft man etwas nach durch Kippen des umgelegten Calorimeters um die Hinterkante von *BB*.

Um das Instrument, in das beim Ausholen der Kugel Luft eintreten kann, wieder zum Versuch vorzurichten, muß man *Q* öffnen, *E* füllen und dann wieder aussaugen; es empfiehlt sich, *E* vor dem Oeffnen von *Q* zu füllen,

weil sonst das beim Oeffnen von Q in E rasch aufsteigende Wasser leicht überfließt.

Bei den angestellten Versuchen waren die Dimensionen des Calorimeters und der Kugeln klein, um die Verdampfung durch Wägung controliren zu können; diese betrug nie über 6^{mr} . Wegen der geringen Gröfse war die Metallmasse des Calorimetergefäßes relativ groß; es wog $77^{\text{sr}},15$ und faßte je nach dem angewandten Thermometer $175^{\text{sr}},7$, beziehentlich $171^{\text{sr}},8$ Wasser; die Wasserwerthe des gefüllten Gefäßes waren $183^{\text{sr}},0$ beziehentlich $180^{\text{sr}},4$. Das eine Thermometer, von Geißler in Berlin, direct in Zehntelgrade getheilt, gestattet eine Ablesung von Hundertelgraden; das andere, vom Verfasser selbst hergestellt, hat Millimeterscala, von der 1^{mm} etwa $0,045$ entspricht — für beide sind selbstverständlicherweise die Correctionen ermittelt. Untersucht wurde Platin und Schmiedeeisen; die Eisenkugeln wurden vor jedem Versuche von der etwa gebildeten Oxydschicht befreit und neu gewogen, eine Berücksichtigung des Einflusses der Oxydation, beziehentlich der beim Einbringen der stark glühenden Kugel erfolgenden, ganz geringen Wasserzersetzung war unthunlich. Die Erwärmung der Körper auf den Siedepunkt des Wassers geschah in einem Apparat, der sich von dem Bunsen'schen ¹⁾ nur dadurch unterscheidet, daß er aus Messing, anstatt aus Glas besteht und noch mit einem gläsernen Mantel zum Schutz gegen Abkühlung versehen ist; auf etwa 250° wurden die Kugeln erwärmt in einem Apparate von der Regnault'schen ²⁾ Construction, nur mit einer der oben beschriebenen ähnlichen Rührvorrichtung; die durch einen kleinen hydraulischen Motor getrieben wurde; als Füllung des Apparates diente Paraffin. Die Erhitzung auf höhere Temperaturen erfolgte in einer Wiefsnegg'schen Muffel mit Gasheizung, in die zur Erzielung einer möglichst gleichmäßigen Temperatur eine zweite Muffel aus starkem Kupfer eingesetzt war; die Kugeln befanden sich

1) Diese Annalen, Bd. 141, S. 18.

2) *Annales de chimie et de physique*, 3. Sér., t. 46, p. 270.

dabei in einem kurzen Platinrohr, das einerseits verschlossen, andererseits schräg abgeschnitten war und mittelst eines rechtwinklig angesetzten eisernen Stieles durch eine Oeffnung in der Vorderwand der Muffel dicht neben das Porcellangefäß des Luftthermometers gebracht werden konnte; diese Oeffnung wurde durch einen leicht wegzunehmenden Vorsetzer verschlossen. Dem Platinrohr wurde eine solche Stellung gegeben, daß kein Glühspan in dasselbe fallen konnte; die Ueberführung der Kugel aus der Muffel nach dem Calorimeter geschah im Platinrohr und liefs sich sehr rasch ausführen.

Die erhaltenen Resultate sind folgende:

Platinkugel, Gewicht = 9^{gr},631.

Wasser- werth des Calorime- ters	Tempera- tur der Kugel t^2	Calorimeter		Abgege- bene Wärme- menge pro 1 ^{gr} Substanz W	Mittlere specifische Wärme $\frac{W}{t_2 - t_1}$
		Endtem- peratur t^2	Anfangs- tempera- tur		
183 ^{gr} ,0	952°	17°,28	15°,64	31,160	0,03333
	934	22°,35	20°,72	30,973	0,03396
	766	23°,61	22°,29	25,086	0,03381
	705	20°,655	19°,455	22,801	0,03333
	507	25°,435	24°,61	15,679	0,03253
	478	24°,64	23°,87	14,630	0,03230
	476	23°,47	22°,71	14,443	0,03188
	256,8	17°,20	16°,77	8,172	0,03411
	246,4	16°,915	16°,49	8,078	0,03520
	238,5	16°,49	16°,08	7,787	0,03508
180 ^{gr} ,4	99,1	10°,359	10°,203	2,918	0,03290
	99,1	10°,198	10°,043	2,907	0,03270
	99,1	10°,039	9°,882	2,938	0,03297

Es zeigt sich eine Zunahme der mittleren specifischen Wärme bis gegen 250°, dann wieder eine Ab- und später nochmals eine Zunahme. Dieses eigenthümliche Verhalten würde eine complicirte Interpolationsformel erfordern, eine solche ist vor der Hand nicht aufgestellt worden; für pyrometrische Zwecke ist es vielleicht zulässig, die specifische Wärme des Platins als constant anzusehen.

Schmiedeeisen.

Wasserwerth des Calorimeters	Temperatur der Kugel t_2	Calorimeter		Gewicht der Kugel	Abgegebene Wärmemenge pro 1 ^{kg} Substanz W	Mittlere specifische Wärme $\frac{W}{t_2 - t_1}$		Fehler f
		Endtempe- ratur t_1	Anfangs- temperatur			gefunden	berechnet	
183 ^{er} , 4	900°	25°, 23	22°, 20	4,045	137,08	0,1567	0,1546	-0,0021
	874	27°, 80	24°, 75	4,202	132,84	0,1570	0,1529	-0,0041
	736	22°, 83	20°, 49	4,224	101,37	0,1422	0,1431	+0,0009
	697	19°, 53	17°, 42	4,053	95,26	0,1407	0,1404	-0,0003
	522	26°, 285	24°, 885	4,024	63,67	0,1284	0,1302	+0,0018
	490	25°, 16	23°, 80	4,246	58,62	0,1261	0,1283	+0,0022
	475	24°, 275	22°, 99	4,180	56,27	0,1248	0,1275	+0,0027
	248,1	18°, 08	17°, 48	4,241	25,89	0,1126	0,1161	+0,0035
	247,2	17°, 50	16°, 91	4,176	25,86	0,1126	0,1160	+0,0034
	235,2	19°, 585	19°, 035	4,176	24,11	0,1118	0,1156	+0,0038
180 ^{er} , 4	99,1	9°, 880	9°, 654	4,019	10,15	0,1138	0,1117	-0,0021
	99,1	9°, 591	9°, 349	4,241	10,30	0,1151	0,1097	-0,0054
	99,1	9°, 344	9°, 111	4,176	10,06	0,1120	0,1097	-0,0023

Durchschnittliche Abweichung $V \frac{\sum f^2}{n} = 0,0030$.

Das Wachsthum der specifischen Wärme mit der Temperatur ist regelmässig genug, um die Anwendung einer Interpolationsformel zuzulassen; doch reicht die von Bède¹⁾ angewandte Formel für die *wahre* specifische Wärme, bei der nur die erste Potenz der Temperatur berücksichtigt ist, nicht mehr aus, vielmehr wurde gesetzt

wahre specifische Wärme bei der Temperatur t :

$$c_t = c_0 + \alpha t + \beta t^2 \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Danach ist die zur Erwärmung der Gewichtseinheit von t_1 auf t_2 erforderliche Wärmemenge:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} (c_0 + \alpha t + \beta t^2) dt =$$

$$c_0 (t_2 - t_1) + \frac{\alpha}{2} (t_2^2 - t_1^2) + \frac{\beta}{3} (t_2^3 - t_1^3) \quad . \quad (2)$$

und die mittlere specifische Wärme zwischen t_1 und t_2 :

$$\frac{W}{t_2 - t_1} = c_0 + \frac{\alpha}{2} (t_2 + t_1) + \frac{\beta}{3} \cdot \frac{t_2^2 + t_1^2 + (t_2 + t_1)^2}{2} \quad . \quad (3).$$

(Der Ausdruck $\frac{t_2^2 + t_1^2 + (t_2 + t_1)^2}{2}$ ist für numerische Berechnung unter Zuhilfenahme einer Quadrattafel bequemer als $t_2^2 + t_1^2 + t_2 t_1$).

Daraus erhält man, indem man $\frac{W}{t_2 - t_1} = c$, ferner $t_2 + t_1 = u$ und $\frac{t_2^2 + t_1^2 + (t_2 + t_1)^2}{2} = v$ setzt, zur Bestimmung von c_0 , α und β die Gleichungen:

$$n c_0 + \frac{\alpha}{2} \sum u + \frac{\beta}{3} \sum v - \sum c = 0 \quad . \quad . \quad (4)$$

$$c_0 \sum u + \frac{\alpha}{2} \sum u^2 + \frac{\beta}{3} \sum uv - \sum cu = 0 \quad . \quad (5)$$

$$c_0 \sum v + \frac{\alpha}{2} \sum uv + \frac{\beta}{3} \sum v^2 - \sum cv = 0 \quad . \quad (6)$$

und, indem man die Zahlenwerthe der obigen Versuche einsetzt, die Constanten

1) *Mémoires de l'Acad. royale de Bruxelles*, t. 27, 2. mém., p. 17.
„Wahre spec. W.“ ist hier gesetzt für Bède's „*chaleur spéc. élémentaire*“.

$$c_0 = 0,105907,$$

$$\alpha = 0,00006538,$$

$$\beta = 0,000000066477,$$

mittelst deren die oben angegebenen Werthe der vorletzten Columnne berechnet sind.

Die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Zahlen ist groß genug, um das Calorimeter zu pyrometrischen Bestimmungen verwendbar erscheinen zu lassen; ein Irrthum um $\frac{1}{20}$ der zu messenden Gradzahl kann dabei allenfalls vorkommen, doch ist ein solcher Fehler nach dem jetzigen Stande der Pyrometrie als sehr klein anzusehen. Zur Berechnung der Temperatur dient am besten eine Tabelle, welche die Wärmemengen angiebt, die zur Erwärmung der Gewichtseinheit des Eisens von 0 auf verschiedene Temperaturen nöthig sind. Man berechnet aus dem Ergebniss des Calorimeterversuchs die Wärmemenge, welche ein Kilogramm Eisen caeteris paribus abgeben würde, fügt den der Endtemperatur des Calorimeters entsprechenden Werth aus der Tabelle hinzu und entnimmt für die erhaltene Summe aus der Tabelle die entsprechende Temperatur.

Für die untersuchte Eisensorte ist diese Tabelle:

t	W	t	W	t	W	t	W
5	0,53	50	5,38	300	35,31	600	80,10
10	1,06	100	10,94	350	42,02	700	97,75
15	1,60	150	16,70	400	49,01	800	116,99
20	2,13	200	22,67	450	56,30	900	137,95
25	2,67	250	28,87	500	63,90	1000	160,76

Die Werthe dieser Tabelle sind wesentlich anders, als sie der von Bystrom für sein Hydropyrometer gegebenen Reductionstafel entsprechen würden; noch viel weniger stimmen die von Bystrom für Platin gegebenen Zahlen mit den Beobachtungen des Verfassers überein. Der Grund davon ist jedenfalls der, daß die Bystrom'schen Zahlen nach einer Formel berechnet sind, die nur aus Beobachtungen zwischen 0° und 300 abgeleitet ist.

Nachdem die Zulässigkeit des Calorimeters als Pyrometer im Princip anerkannt ist, erscheint eine Untersuchung verschiedener Sorten Eisen und Platin unter Anwendung gröfserer Massen und eines gröfseren Calorimeters angezeigt; auch wäre es von Interesse, die Untersuchung über andere Stoffe auszudehnen, da sich ein so verschiedenes Verhalten wie das des Platins, des Eisens und das von Weber¹⁾ untersuchte des Kohlenstoffs ergeben hat.

Dissociationsversuche. Lamy benutzt als Maafs für Temperaturen die Maximalspannung eines Gases, welches sich entwickelt durch Dissociation einer Verbindung, deren einer Bestandtheil ein starrer Körper ist. Die Voraussetzung, von der er dabei ausgeht, spricht er ganz bestimmt in der Form aus²⁾ „*que la tension d'un gaz abandonné par un corps partiellement décomposé sous l'influence de la chaleur ne dépend pas du volume de ce gaz, ou, ce qui est la même chose, de la capacité du récipient qui le renferme, mais seulement de la température du corps; de sorte que celle-ci restant constante, la tension de dissociation reste aussi constante. C'est, en un mot, une tension maxima, comme celle de la vapeur d'eau à saturation*“. Dieser Satz mußte von vornherein in hohem Grade angezweifelt werden, trotz der Uebereinstimmung, welche zwischen der unter dieser Voraussetzung von Pesslin³⁾ theoretisch berechneten und der von Debray⁴⁾ beobachteten Dissociationsspannung des kohlensauren Kalkes besteht, weil nach unseren Vorstellungen über das Wesen der Dissociation der Grad, bis zu welchem diese fortschreitet, nicht nur bedingt ist durch die lebendige Kraft der Moleküle, sondern auch durch die relative Häufigkeit des Zusammentreffens der getrennten Theilmoleküle, und weil diese Häufigkeit geändert wird, wenn ein Theil

1) Diese Annalen, Bd. 147, S. 316.

2) *Comptes rendus*, t. 70, p. 393.

3) *Annales de chimie et de physique*, 4. Sér., t. 24, p. 208.

4) *Comptes rendus*, t. 64, p. 803.

des gasförmigen Zersetzungsproductes den Raum verläßt, welchen die unzersetzte Substanz und das feste Zersetzungsproduct einnehmen. Es muß vielmehr erwartet werden, daß die Dissociationsspannung von dem Volumen des entwickelten Gases und somit auch von den verschiedenen Temperaturen, welche verschiedene Theile dieses Volumens haben können, abhängig sey. Deshalb schien es vor allen Dingen wichtig, zu prüfen, ob dieser Satz streng richtig sey, oder ob er wenigstens annähernd Geltung habe, so lange nicht ein sehr beträchtlicher Theil des einen Bestandtheiles der dissociirten Verbindung Gasform angenommen hat. Für diese Prüfung wurde zunächst nicht der von Lamy für hohe Temperaturen benutzte kohlen saure Kalk, sondern das für niedere Temperaturen (0° bis 40°) angewandte Chorcaiumammoniak verwendet, wegen der Schwierigkeit, hohe Temperaturen lange constant zu erhalten. Der zu den Versuchen dienende Apparat ist in Fig. 7 Taf. I schematisch dargestellt. Die untersuchte Substanz befindet sich in einem cylindrischen, mit aufwärts gerichteten Rohransätzen versehenen Glasgefäß *D*, das in einem großen Kupfergefäß durch Wasser oder Eis auf bestimmter Temperatur erhalten wird. Ein Kolben *A* enthält eine Schicht eines Gemenges von Salmiak und Aetzkalk und darüber noch eine hohe Schicht gepulverten Aetzkalkes; das in ihm entwickelte Ammoniakgas streicht behufs völliger Trocknung durch ein langes, mit Kalistücken gefülltes Rohr *B* und geht dann durch ein etwas Quecksilber enthaltendes U-förmiges Rohr *C* und ein mit Siegellack eingekittetes Capillarrohr *a* nach *D*, um der untersuchten Substanz das Ammoniak wieder zuzuführen, welches sie während der Zusammenstellung des Apparates verliert. Bei *F* ist ein Capillarrohr eingekittet, das nach einer Geißler'schen Pumpe führt; während der Hahn *E* offen, *H* aber geschlossen und *D* mit Eis umgeben ist, entwickelt man durch Erwärmen von *A* einen gelinden Strom von Ammoniak; das das U-Rohr *C* sperrende Quecksilber gestattet, die Stärke dieses Stromes zu beurtheilen. Man ließ das Am-

moniak unter atmosphärischem Drucke so lange durch die an *F* angesetzte Pumpe streichen, bis es völlig vom Wasser absorbiert wurde, schmolz dann das Capillarrohr *a* zu, verschloß den Hahn *E* und pumpte mit der Pumpe, bis das Manometer *K* völlige Luftleere anzeigte; dann wurde der Hahn *E* geöffnet und so lange gepumpt, bis das Manometer auf die von Lamy vorgeschriebene Spannung von 120^{mm} heruntergebracht war — hierauf wurde das Capillarrohr bei *F* ebenfalls abgeschmolzen. Um später gemessene Volumina Ammoniak entfernen zu können, dient das Gefäß *G* mit den beiden Hähnen *H* und *J*, das durch ein Capillarrohr mit der Pumpe *L* communicirt — das ausgepumpte Ammoniak wird durch ein abwärts gerichtetes, mehr als barometerlanges Rohr in einen mit Schwefelsäure gefüllten Glaszylinder *M* geleitet; dieser enthält eine kleine Schicht Quecksilber, in welches das Rohr eintaucht; damit kein Aufsteigen der Schwefelsäure in das Capillarrohr stattfinden kann. Das angewandte Manometer hat parallele, gerade Schenkel von 7^{mm} Weite, deren längerer 1^m,5 hoch, oben verschlossen und luftleer ist; der kürzere ist etwas über halb so hoch; die Scala (hinter beiden Schenkeln) ist von hartem Holz.

Das Chlорcalciumammoniak soll die Zusammensetzung $\text{Ca Cl}_2, 8\text{NH}_3$ haben und überdies noch bei niedriger Temperatur Ammoniakgas mechanisch absorbiren können; es gelang nicht, den der Formel entsprechenden Ammoniakgehalt zu erreichen. Nachdem 14 Stunden lang bei 0° getrocknetes Ammoniak über 1^{sr},9165 geschmolzenes Chlорcalcium geleitet worden, war 2^{sr},252 Ammoniak aufgenommen worden, während die Formel 2^{sr},3554 verlangt — die Abweichung ist jedenfalls veranlaßt durch den niedrigen Barometerstand am Beobachtungsorte gegenüber dem von Paris; bei gewöhnlicher Zimmertemperatur entwickelte das erhaltene Product schon wieder lebhaft Ammoniak. Die Darstellung war gleich in dem Gefäße *D* erfolgt; ein Stück geschmolzenes Chlорcalcium, das unmittelbar nach dem Erstarren eingeschlossen und gewogen worden war,

wurde in das halbfertige, d. h. an einem Ende noch weit geöffnete Gefäß *D* gebracht und dieses dann erst vollendet.

Der Apparat war in der beschriebenen Weise eingerichtet worden, um den Einfluß einer Ammoniakgasentziehung auf die Dissociationsspannung eingehend studiren zu können; eine definitive Untersuchung über die Größe dieses Einflusses muß aber auf spätere Zeit vorbehalten werden, weil sie mehr Zeit erfordert, als zunächst disponibel war — es zeigte sich, daß der Eintritt des Gleichgewichtszustandes bei irgend einer Temperatur so lange Zeit erfordert, daß schon aus diesem Grunde eine Verwendung der Dissociation zu Temperaturmessungen unstatthaft erscheint. Als die Temperatur ganz langsam erhöht und dann wieder erniedrigt wurde, erhielt man folgende zusammengehörige Werthe der Temperatur und des Drucks:

0,0 C.	120,5 ^{mm}	} Temperatur steigend	21,5 C.	599,0 ^{mm}	} Temperatur fallend
10,8	209,2		16,3	436,0	
11,6	239,0		9,9	310,0	
13,0	259,6		0,0	169,5	
15,7	295,0				
17,8	320,0				
21,4	380,0				
30,4	572,0				
36,8	899,0				
43,4	1283,0				

Bei graphischer Darstellung der Beobachtungen erhält man für steigende und fallende Temperatur ganz verschiedene Curven; wie langsam die Absorption des entwickelten Ammoniakgases geht, mögen folgende Beobachtungsdata angeben, welche der zweiten der obigen Reihen angehören:

4 ^h 50 ^m	Gefäß mit Eis umgeben	
5 ^h 0 ^m	beobachteter Druck . .	193 ^{mm}
5 ^h 5 ^m	179
5 ^h 12 ^m	173
5 ^h 23 ^m	171

5 ^b 40 ^m	170 ^{mm} ,4
6 ^b 15 ^m	169 ,5.

Wegen der großen, den Messungen anhaftenden Unsicherheit sind die Druckböhen ohne Reduction auf Quecksilber von 0° angegeben — die Quecksilbertemperaturen schwankten von 14°,2 bis 18°,8 C. Behufs der Entziehung von Ammoniakgas wurde das Gefäß *G*, dessen Inhalt zwischen den Hähnen *H* und *J* zu 126^{cc},09 bestimmt war, luftleer gepumpt, dann *J* geschlossen, *H* geöffnet, nach einiger Zeit *E* geschlossen, das Manometer *K* und die Temperatur des Gefäßes *G* abgelesen und hierauf wieder *H* geschlossen und *J* geöffnet. Es wurde also jedesmal ein Ammoniakvolumen von bekanntem Druck und bekannter Temperatur entnommen; die Reduction dieses Volumens auf 0° und 760^{mm} giebt — weil das Ammoniak relativ weit vom vollkommenen Gaszustande entfernt ist — die Quantität des Ammoniaks nur ungefähr, aber genau genug, um die Richtigkeit des fraglichen Satzes beurtheilen zu können. 25^{cc},252 Ammoniakgas wurden im Normalzustande 2964^{cc} seyn; als bei 0° das erste Mal 17^{cc},7 Gas (reducirt) entzogen wurden, sank der Druck erst beträchtlich und stieg dann wieder auf 114^{mm},0. Nachdem bei höherer Temperatur etwa die Hälfte des ganzen Ammoniaks entzogen war, sank der Druck bei der Abkühlung auf 0° auf 77^{mm},0, als wieder erwärmt, 121^{cc},7 Gas entzogen und auf 0° abgekühlt wurde, auf 69^{mm},0. Das Verhalten des kohlensauren Kalkes konnte in einem einfacheren Apparate untersucht werden, weil derselbe während der Zusammenstellung des Apparates nicht, wie das Chlorcalciumammoniak, eine Zersetzung erleidet; die in Fig. 5 mit *A*, *B*, *C*, *a*, *E*, *F* und *M* bezeichneten Theile waren also entbehrlich und es wurden nur *G*, *H*, *J*, *K* und *D* angewendet; anstatt des Glasgefäßes diente ein Porcellangefäß von der Form und GröÙe der LuftthermometergefäÙe, nur mit beträchtlich weiterem Rohr. Das Gefäß wurde vorher einmal im leeren, einmal im kohlensäuregefüllten Zustande zur leb-

haften Rothgluth erhitzt und eine Stunde in dieser erhalten; nach dem Zurückgehen auf die Anfangstemperatur zeigte sich beim luftleeren Gefäß keine erkennbare Druckzunahme, beim kohlenensäuregefüllten eine solche von $0^{\text{mm}},6$, die aber zum Theil in einer erhöhten Temperatur des Gases im Manometer und den Verbindungsröhren ihren Grund hatte, so daß die in einer Stunde durch das glühende Porcellan diffundirende Luftmenge auch bei Kohlensäurefüllung des Porcellangeßes unerheblich ist.

Um jedem Einwurfe zu begegnen, wurde der kohlen-saure Kalk mit aller Sorgfalt dargestellt durch Fällung einer schwach angesäuerten Chlorcalciumlösung mit oxal-saurem Ammon, Auswaschen des Niederschlages, Glühen bis zum vollkommenen Weißwerden, Ueberleiten feuchter Kohlensäure bis zur neutralen Reaction und Trocknen bei 100° C. im Vacuum — die Kohlensäure wurde aus Natronbicarbonat mit Schwefelsäure entwickelt und gewaschen, um vor einer Verunreinigung durch Salzsäure sicher zu seyn.

Es wurde zuerst das Gefäß mit $4^{\text{sr}},141$ kohlen-sauren Kalkes bei etwa 300° völlig luftleer gemacht, dann in der Gasmuffel erhitzt, bis der Druck $644^{\text{mm}},0$ betrug und nun das Gas ausgelöscht; es zeigte sich folgender Rückgang des Drucks:

Nachmittag	$3^{\text{h}} 40^{\text{m}}$	644^{mm}
	$3^{\text{h}} 45^{\text{m}}$	303
	$3^{\text{h}} 50^{\text{m}}$	279
	$3^{\text{h}} 55^{\text{m}}$	259
	$4^{\text{h}} 0^{\text{m}}$	246
	$4^{\text{h}} 15^{\text{m}}$	222
	$4^{\text{h}} 50^{\text{m}}$	202 (Gefäß kaum mehr
	$6^{\text{h}} 0^{\text{m}}$	193 fühlbar warm)
Den nächsten Morgen	$8^{\text{h}} 20^{\text{m}}$	182,5

Um sicher zu seyn, daß der ziemlich große, nach Verlauf von mehr als 16 Stunden übrig bleibende Druck nicht davon herrührte, daß der Apparat wesentlich Luft

aufgenommen hatte, wurde das Communicationsrohr zwischen Dissociationsgefäß und Manometer zugeschmolzen und unter Kalilauge geöffnet — nach der fast momentanen Absorption des Kohlensäuregases fanden sich im Dissociationsgefäße 40^{cc} Flüssigkeit und 0^{cc},1 Luft — diese geringe Luftmenge war aber jedenfalls nur zum Theil durch Diffusion durch die Porcellanwand gedrungen; ein beträchtlicher Theil derselben rührt ohne Zweifel aus der Kalilauge her, die nicht besonders von Luft befreit worden war und die ihren Luftgehalt größtentheils verlieren muß, wenn sie in einen Raum mit sehr geringem Druck kommt.

Lamy entleert sein „*pyromètre à marbre*“ nicht mittelst der Luftpumpe, sondern durch Erhitzen bis zum Glühen, so daß die Luft durch Kohlensäure ausgetrieben wird; er behauptet, daß, wenn der so behandelte Apparat „*est revenu à la température ordinaire, le gaz carbonique est entièrement résorbé par la chaux, et le manomètre accuse le vide* 1)“. Daß nach der Erzeugung einer beträchtlichen Menge freien Kalks durch Austreiben von Kohlensäure die Resorption des Gases schneller stattfindet, als bei obigen Versuchen, ist zu erwarten; dagegen erscheint das Verdrängen der Luft durch Kohlensäure als wenig geeignetes Mittel, die Luft vollständig zu entfernen, und es war von vornherein höchst unwahrscheinlich, daß die Erzeugung einer größeren Menge freien Kalkes ohne Einfluß auf die Dissociationsspannung seyn werde.

Debray 2), auf dessen Arbeiten Lamy basirt, hat die Dissociation des kohlensauren Kalkes mit einem ganz ähnlichen Apparate untersucht, wie Verfasser; ist aber — wahrscheinlich, weil er die Versuche nicht vielfach genug abgeändert hat — zu Folgerungen gelangt, welche entschieden falsch sind. Nach ihm soll die Entziehung von Kohlensäuregas nur eine ganz vorübergehende Druckverminderung zur Folge haben, der Druck aber immer wieder auf die frühere GröÙe anwachsen; er hat einmal dem

1) *Comptes rendus*, t. 69, p. 348.

2) *Comptes rendus*, t. 64, p. 803.

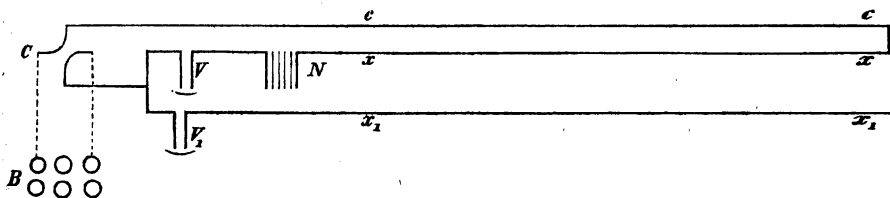
kohlensauren Kalk *kleine* Mengen Kohlensäure entzogen, das andere Mal Aetzkalk mit $\frac{1}{4}$ der Kohlensäuremenge, welche er zu seiner Sättigung erfordert, in den Apparat gebracht und beide Mal dieselbe Spannung beobachtet.

Die Entziehung beträchtlicher Kohlensäuremengen ergab ein so unerwartetes Resultat, daß wiederholt den Beobachtungen mißtraut und das Dissociationsgefäß unter Kalilauge geöffnet wurde, um zu prüfen, ob Luft eingedrungen sey — schliesslich stellte sich aber zweifellos heraus, daß die Kohlensäureentziehung *anfangs eine Druckvergrößerung*, erst wenn sie weiter fortgesetzt wird, eine Druckabnahme bewirkt. Die Erhitzung des Dissociationsgefäßes erfolgte in der Muffel mit Kupfereinsatz, die gleichzeitig ein Porcellan-Luftthermometer enthielt. Bei der letzten der angestellten Versuchsreihen enthielt der Apparat 1^{er},803 kohlensauren Kalkes (entsprechend 402^{cc},7 Kohlensäuregas im Normalzustande). Nachdem ohngefähr 2^{cc} Kohlensäure (reducirt auf 0° und 760^{mm}) entzogen worden, das Porcellangefäß anderthalb Stunden im Glühen und die Temperatur seit einer Stunde fast stationär war, betrug die Spannung 238^{mm} bei 742° C. (8^h 0^m). Nun wurden weitere 75^{cc},8 Kohlensäure entzogen, während die Temperatur wenig stieg; nach der bei der Entziehung des Gases eintretenden Abnahme zeigte sich ein Wachsen des Drucks bis 350^{mm}, dann ohne jede wahrnehmbare Ursache eine Abnahme auf 260^{mm} bei 805° C. (8^h 50^m), hierauf bei ganz constanter Temperatur ein Wachsen auf 320^{mm} (9^h 0^m). Jetzt wurden wieder 53^{cc},2 Kohlensäure entzogen, während die Temperatur ganz wenig stieg; die Spannung fiel momentan auf 100^{mm}, stieg rasch wieder auf 368^{mm} bei 806° C. (9^h 17^m), ganz langsam auf 372^{mm}, dann wieder rasch auf 392^{mm} (9^h 28^m), obgleich seit 9^h 17^m die Temperatur vollkommen stationär war und auch bis zu Ende der Erwärmung (9^h 40^m) so blieb. 9^h 30^m wurden noch 49^{cc},8 Kohlensäure entzogen, der Druck fiel momentan auf 120^{mm} und stieg dann wieder ziemlich schnell, so daß er 9^h 37^m 321^{mm}, 9^h 40^m 402^{mm} betrug. Nach dem Auslöschen des

Gases fiel der Druck sehr rasch, er betrug $9^h 50^m$ nur noch 12^{mm} , am andern Morgen war er vollkommen Null. Bei neuem Erhitzen (auf ungefähr $750^{\circ} C.$) stieg der Druck auf 157^{mm} , fiel durch Entziehen von $14^{cc},1$ Kohlensäure auf 45^{mm} und stieg wieder bis auf $103^{mm},5$. Bei etwas abnehmender Temperatur wurden nochmals $7^{cc},8$ Kohlensäure entzogen, der Druck fiel auf 20^{mm} und stieg wieder bis 50^{mm} . Auch diesmal ging der Druck beim Abkühlen auf Null zurück. Der beobachtete Druck ist in allen Fällen weit größer als bei Debray. Plötzliche Verzögerungen im Anwachsen des Drucks oder abwechselndes Ab- und Zunehmen desselben ohne merkliche Temperaturschwankungen, wie sie bei dieser Beobachtungsreihe erwähnt sind, wären auch bei anderen Beobachtungsreihen zu bemerken. Für eine Discussion des Dissociationsvorgangs ist das vorliegende Material noch ungenügend; es zeigt aber einen so entschiedenen Einfluß der Kohlensäureentziehung auf die Spannung, daß von einer Verwendung zu pyrometrischen Zwecken schlechterdings nicht die Rede seyn kann. Die oben angegebenen Beobachtungen scheinen darauf hinzudeuten, daß die Spannung des Kohlensäuregases wächst, bis die Hälfte der ganzen Kohlensäuremenge entfernt worden ist; — die Untersuchung der Eigenthümlichkeiten, welche die Dissociation des kohlensauren Kalks zeigt, soll zu gelegener Zeit fortgesetzt werden.

Widerstandspyrometer. Das Siemens'sche Pyrometer, auf der Zunahme des elektrischen Leitungswiderstandes mit der Temperatur beruhend, besteht aus Batterie (6 Leclanché-Elementen), Commutator, Differentialvoltmeter und zwei Widerständen, deren einer aus Neusilber besteht, und die gewöhnliche Temperatur behält, während der andere, aus Platin bestehende, der zu messenden Temperatur ausgesetzt wird; die Verbindungsweise zeigt das folgende Schema, in welchen *B* die Batterie, *C* den Commutator, *N* den Neusilberwiderstand, *P* den

Platinwiderstand, V das eine, V_1 das andere Voltameter bedeutet.



B ist eine tragbare Batterie in Holzkasten, C , N , V und V_1 sind auf einem gemeinschaftlichen Stativ befestigt und mit dem in einer Eisenhülse enthaltenen Widerstand P durch drei Leitungsdrähte cc , xx und x_1x , von 22^m,9 Länge verbunden, welche in ein Kabel vereinigt sind. Der Neussilberwiderstand beträgt 17 Siemens-Einheiten (S.-E.), jeder der drei Leitungsdrähte hat 1 S.-E., jedes Voltameter 2 S.-E., der Platinwiderstand bei 0° C. 10 S.-E. Der Platindraht ist auf einen mit Schraubengewinde versehenen Porcellancylinder gewickelt und von einem Mantel aus starkem Platinblech umgeben. Für die Aenderung des Leitungswiderstandes des Platins giebt Siemens die Formel ¹⁾

$$R_t = R_0 (\alpha T^\dagger + \beta T + \gamma)$$

worin T die absolute Temperatur ($T = t + 273$) bedeutet und zwar ist nach einer brieflichen Mittheilung

- 1) *Proceedings of the royal Society* 1871, No. 128. In dem an diesem Orte gegebenen kurzen Auszuge aus einem Siemens'schen Vortrage ist diese Formel als eine nicht nur empirisch bestätigte, sondern auch theoretisch begründete angeführt; der Vortrag selbst ist zur Zeit dieser Niederschrift noch nicht in extenso gedruckt erschienen. Außer dieser Notiz ist dem Verfasser nur noch ein populärer Vortrag S.'s in der *Royal Institution*, 1872, März d. J. und eine ganz kurze Beschreibung sammt Gebrauchsanweisung, die dem Instrumente beigegeben wird, zur Hand. Referate des Verfassers nach dem Vortrage in der *Royal Institution* sind in deutschen Zeitschriften enthalten: Deutsche Industriezeitung 1872, S. 323 und Polytechnisches Centralblatt, 1872, S. 1343.

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,039369 \\ \beta &= 0,00216407 \\ \gamma &= -0,24127.\end{aligned}$$

Daraus berechnet sich

$$t = \left[\frac{\sqrt{0,00216407 \frac{R_i}{R_o} + 0,00090963}}{0,00216407} - 9,09632 \right]^2 - 273.$$

R_i läßt sich leicht berechnen; die den Stromstärken proportionalen Knallgasmengen müssen sich umgekehrt verhalten, wie die Widerstände der beiden Zweige der Leitung. Werden mit V und V_1 die in den gleichnamigen Voltametern in gleicher Zeit entwickelten Gasvolumina bezeichnet, so ist

$$\frac{V}{V_1} = \frac{2 + 1 + R_i}{2 + 1 + 17}$$

und folglich

$$R_i = 20 \frac{V}{V_1} - 3.$$

Da es sich nicht um die absoluten Werthe der Stromstärken, sondern nur um ihr Verhältniß handelt, so gestalten sich die Voltatermessungen sehr einfach; die Beobachtung der Zeit und die Reduction für Luftdruck, Temperatur und Feuchtigkeit fallen dadurch weg. Die Voltameter selbst sind kleine cylindrische Gefäße, die nahe neben einander liegen und nach oben in 3^{mm} weite, graduirte Röhren auslaufen; diese Röhren werden durch Kautschukpolster verschlossen, welche durch kleine, belastete Hebel aufgedrückt werden und leicht gelüftet werden können, um das entwickelte Gas entweichen zu lassen. Am unteren Theile der Voltameter sind an Tubulaturen Kautschukschläuche angesetzt, die nach kleinen Reservoirs führen, welche in verticaler Richtung eine Schlittenbewegung haben, so daß sie bequem in jede erforderliche Höhe gebracht werden können behufs der Einstellung des Flüssigkeitsspiegels auf 0° der Voltameterscale am Anfang und der Herstellung des atmosphärischen Drucks am Ende jedes Versuchs. Um ungleiche Polari-

sation der Voltameter zu vermeiden, soll die Stromrichtung von Zeit zu Zeit gewechselt werden — bei den unten angegebenen Versuchen geschah dies alle 10 Secunden.

Dem von Gebr. Siemens in London gelieferten Instrumente ist eine große Flasche verdünnte Säure zur Füllung der Voltameter beigegeben; die Säure wurde titriert und ergab 136^{gr},9 Schwefelsäure ($\text{SO}_4 \text{H}_2$) im Liter. Ferner wird dem Instrumente eine Tabelle beigegeben, welche mit den Voltametervolumen V und V_1 als Argumenten die Werthe von R_t und die zugehörigen Werthe von t ohne weitere Rechnung ergibt. Diese Tabelle gilt natürlich nur für diejenigen Instrumente, in denen die Widerstände der einzelnen Theile die oben angegebenen Größen haben, die Abhängigkeit des Platinwiderstandes von der Temperatur giebt die folgende, nach der Siemens'schen Formel berechnete Tabelle.

$t^\circ \text{ C.}$	$\frac{R_t}{R_0}$	$t^\circ \text{ C.}$	$\frac{R_t}{R_0}$	$t^\circ \text{ C.}$	$\frac{R_t}{R_0}$
0	1,00000	100	1,32627	200	1,6386
5	1,01675	105	1,34217	210	1,6692
10	1,03344	110	1,35803	220	1,6998
15	1,05009	115	1,37386	230	1,7302
20	1,06668	120	1,38967	240	1,7606
25	1,08323	125	1,40543	250	1,7909
30	1,09973	130	1,42121	260	1,8211
35	1,11618	135	1,43688	270	1,8512
40	1,13259	140	1,45256	280	1,8813
45	1,14895	145	1,46821	290	1,9112
50	1,16527	150	1,48383	300	1,9411
55	1,18154	155	1,49942	310	1,9700
60	1,19778	160	1,51498	320	2,0007
65	1,21398	165	1,53052	330	2,0304
70	1,23003	170	1,54603	340	2,0600
75	1,24626	175	1,56151	350	2,0896
80	1,26232	180	1,57696	360	2,1191
85	1,27836	185	1,59240	370	2,1485
90	1,29436	190	1,60780	380	2,1779
95	1,31033	195	1,62318	390	2,2073

$t^{\circ} \text{ C.}$	$\frac{R_t}{R_0}$	$t^{\circ} \text{ C.}$	$\frac{R_t}{R_0}$	$t^{\circ} \text{ C.}$	$\frac{R_t}{R_0}$
400	2,2365	600	2,8112	800	3,3704
410	2,2657	610	2,8395	810	3,3980
420	2,2948	620	2,8677	820	3,4257
430	2,3239	630	2,8959	830	3,4532
440	2,3529	640	2,9241	840	3,4807
450	2,3820	650	2,9523	850	3,5083
460	2,4109	660	2,9803	860	3,5358
470	2,4397	670	3,0084	870	3,5633
480	2,4686	680	3,0364	880	3,5907
490	2,4974	690	3,0644	890	3,6181
500	2,5262	700	3,0924	900	3,6455
510	2,5548	710	3,1203	910	3,6729
520	2,5836	720	3,1483	920	3,7003
530	2,6121	730	3,1761	930	3,7276
540	2,6406	740	3,2039	940	3,7548
550	2,6692	750	3,2318	950	3,7822
560	2,6976	760	3,2595	960	3,8094
570	2,7261	770	3,2873	970	3,8367
580	2,7545	780	3,3150	980	3,8639
590	2,7828	790	3,3427	990	3,8911
				1000	3,9182

Gewisse Einwände, die sich gegen das Siemens'sche Pyrometer erheben lassen und die theilweise erhoben worden sind ¹⁾, sind ohne erhebliche praktische Bedeutung. Thermo-elektrische Wirkungen, von den Verbindungsstellen zwischen Platin und Kupfer ausgehend, müssen sich, da diese Verbindungsstellen dicht neben einander in dem eisernen Rohr liegen und also gleiche Temperatur haben, compensiren und können außerdem gegenüber der großen elektromotorischen Kraft einer hydrogalvanischen Kette nicht von erheblichem Einfluß seyn; das Letztere gilt auch von den Widerstandsänderungen, welche die Leitungsdrähte durch die Wärme eines Ofens oder dergl. erfahren gegenüber den Aenderungen des Platinwiderstandes — beides läßt sich mit Hülfe der bekannten Werthe für die fraglichen Wirkungen leicht berechnen. Der auf dem Volta-

1) Dingler's polyt. Journal, Bd. 198, S. 394.

meterstativ befindliche Neusilberwiderstand braucht nie erheblichen Temperaturschwankungen zu unterliegen; die Länge des Kabels, welches von ihm bis zum Platinwiderstand führt, gestattet in allen Fällen, ihn in einem gleichmäßig temperirten Zimmer zu haben. Geprüft mußte aber werden, ob die Voltametermessungen genau genug sind, um die Widerstandsänderungen des Platins mit solcher Schärfe anzugeben, wie sie das Instrument voraussetzt. Es wurde zunächst ein Strom durch beide Voltameter hintereinander geleitet, dann durch die nach obigem Schema verbundene Vorrichtung, aus der aber die beiden Widerstände N und P ausgeschaltet waren: die Voltameter gaben immer völlig gleiche Ablesungen, auch dann, wenn unmittelbar vor der letzten Anordnung ungleich starke Ströme durch die beiden Voltameter geleitet worden waren, wenn nur die gegebene Regel des häufigen Commutatorwechsels beobachtet wurde. Noch eine Vorsichtsmaßregel erforderte das dem Verfasser vorliegende Instrument, nämlich vor jedesmaligem Gebrauche eine Benetzung der abgeschliffenen oberen Röhrenenden mittelst eines Pinselchens — trocknes Kautschuk schließt auf mattem Glase selbst unter beträchtlichem Drucke nicht dicht genug, um eine Diffusion des Knallgases gegen die äußere Luft ganz zu verhindern — durch Anwendung von Röhren mit glatt verschmolzenen Enden ist diesem Uebelstande leicht abzuhelpfen.

Das Instrument, für technische Zwecke bestimmt, läßt sich in der Form, wie es die Firma Gebr. Siemens liefert, nicht direct in den kleinen Erwärmungsapparaten des physikalischen Laboratoriums verwenden; die durch ein langes, starkes Eisenrohr verlängerte eiserne Hülle des Platinwiderstandes entzieht denselben zu viel Wärme. Für die Vergleichen wurde deshalb der kürzere, den Platinwiderstand umgebende Theil der Eisenhülle entfernt. Es wurden Versuche vorgenommen in Eis, in Wasserdampf, in dem Erwärmungsapparat mit Paraffin, wie er für die specifischen Wärmen bei 250° verwendet wurde, in Schwe-

feldampf, über dem Bunsen'schen Verbrennungssofen und in Holzkohlenfeuer. Im Eis, Wasserdampf und Schwefeldampf wurde der Platinwiderstand durch eine Glashülle geschützt; in dem Kupferrohr des Paraffinbades und in dem Eisenrohr, das zur Erhitzung im Gas- und Holzkohlenfeuer diente, war er nur von seinem Platinmantel umgeben. Das Eisenrohr war 50^{cm} lang, 5^{cm} weit, 2^{mm},5 in der Wand stark und beiderseits offen, um von einer Seite den Platinwiderstand, von der andern das Porcellangefäß des Luftthermometers einführen zu können. Beide Oeffnungen wurden möglichst mit Asbest verstopft. Die Temperatur des Schwefeldampfes war nicht ganz die, wie sie nach der Regnault'schen Formel ¹⁾ für die Spannung des Schwefeldampfes hätte seyn sollen, weil der Schwefel nicht bis

- 1) *Relation des exp., Mémoires de l'Acad. t. 26, p. 530.* Da fast alle deutschen Lehrbücher enorm falsche Zahlen für den Siedepunkt des Schwefels geben, folgt hier die nach Regnault's Formel berechnete Tafel der

Spannkkräfte des Schwefeldampfes bei verschiedenen Temperaturen.

^o	mm	^o	mm	^o	mm
444,0	708,0	446,0	731,3	448,0	755,3
1	709,1	1	732,5	1	756,5
2	710,3	2	733,7	2	757,7
3	711,5	3	734,9	3	758,9
4	712,6	4	736,1	4	760,2
5	713,8	5	737,3	5	761,4
6	714,9	6	738,5	6	762,6
7	716,1	7	739,7	7	763,8
8	717,3	8	740,8	8	765,1
9	718,4	9	742,0	9	766,3
445,0	719,6	447,0	743,2	449,0	767,5
1	720,7	1	744,4	1	768,7
2	721,9	2	745,6	2	770,0
3	723,1	3	746,8	3	771,2
4	724,3	4	748,0	4	772,5
5	725,4	5	749,3	5	773,5
6	726,6	6	750,5	6	774,9
7	727,8	7	751,7	7	776,2
8	729,0	8	752,9	8	777,4
9	730,1	9	754,1	9	778,6

zur continuirlichen Destillation, sondern nur so weit erhitzt wurde, daß ein großer Gaskolben mit dem Dampfe bis zum Halse erfüllt war; die niederfallenden Tröpfchen von Schwefel, welche sich an der oberen Gränze des Dampfes verdichteten, mußten nothwendig die Temperatur herabdrücken. Diese wurde deshalb mittelst des porcellanen Luftthermometers bestimmt; sie betrug durchschnittlich 430°.

• Die gefundenen Resultate sind

Temperatur nach dem Luftthermo- meter	$\frac{R_t}{R_0}$	Temperatur nach der Widerstands- tabelle	Abweichung
98°	1,347	107°	+ 9
229	1,731	230	+ 1
430	2,332	433	+ 3
531	2,688	557	+ 26
542	2,720	568	+ 26
553	2,753	581	+ 28
933	3,647	901	— 32
973	3,710	924	— 49
992	3,725	929	— 53

Die Werthe für die Temperaturen unter 500 sind die Mittel aus je 5 bis 10 gut übereinstimmenden Beobachtungen; die Werthe für die höheren Temperaturen entsprechen einzelnen Beobachtungen. Die Abweichungen zwischen dem Pyrometer und dem Luftthermometer rühren vielleicht zum Theil davon her, daß die Temperatur in dem Eisenrohr keine ganz gleichmäßige war; vielleicht können auch die Constanten der Siemens'schen Widerstandsformel noch eine kleine Aenderung erfahren, da sie durch Vergleichung der Widerstandsformel „*with the increasing volume of a permanent gas (carefully dried) between the limits of zero and 470°*“ abgeleitet und für höhere Temperaturen nur durch ein „*platinum ball pyrometer*“ controlirt sind. Uebrigens erscheinen diese Abweichungen nicht groß, wenn man berücksichtigt, daß Becquerel von der Deville'schen Zahl für den Siedepunkt des Zinks

(s. unter „Literatur“ Deville contra Becquerel) um etwa 100° entfernt bleibt, obgleich er mit dem Luftthermometer arbeitet und obgleich der Dampf einer siedenden Flüssigkeit eine viel stationärere Temperatur liefert, als in einem mit Luft gefüllten Eisenrohre durch Regulirung eines Kohlenfeuers erhalten werden kann. Auch beansprucht das Widerstandspyrometer keine grössere Genauigkeit, als sie für technische Zwecke erprießlich ist; die Siemens'sche Tabelle giebt für höhere Temperaturen nur Intervalle von etwa 30° an. Für wissenschaftliche Arbeiten im Laboratorium wird sich durch veränderte Form des Instrumentes und durch Anwendung einer Wheatstone'schen Brücke mit Rheochord anstatt des Differentialvoltameters noch eine grössere Genauigkeit erreichen lassen; für den technischen Gebrauch empfiehlt sich aber das Instrument durch seine Zuverlässigkeit und die Leichtigkeit in der Handhabung im höchsten Maasse; — daß man sich von Zeit zu Zeit durch einen Controlversuch mit Eis oder Wasserdampf überzeugen wird, ob nichts am Instrument in Unordnung gerathen ist, versteht sich von selbst.

Die Resultate der vorliegenden Arbeit, die nur als eine Voruntersuchung gelten will, sind in gedrängter Uebersicht folgende:

- 1) Von den fertig zu beziehenden Pyrometern ist nur das Siemens'sche brauchbar und empfehlenswerth.
 - 2) Das Calorimeter, in geeigneter Weise benutzt, kann als Pyrometer dienen.
 - 3) Die specifische Wärme des Eisens läßt sich durch die Formel $c_t = c_0 + \alpha t + \beta t^2$ ausdrücken; mit der Temperatur wächst sie bedeutend und regelmäsig, die des Platins wenig und unregelmäsig.
 - 4) Die Dissociation von Verbindungen, die aus einem starren und einem gasigen Stoffe bestehen, folgt nicht den von Debray und Lamy angegebenen Gesetzen.
- Chemnitz, im März 1873.

Nachschrift.

Das neuester Zeit von Mayer vorgeschlagene akustische Pyrometer ist insofern nicht, wie er vermuthet, ganz neu, als schon Caguiard-Latour und Demonferrand die durch die Aenderung der Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit bedingte Höhenänderung des Tones einer Flötenpfeife zu Temperaturbestimmungen vorgeschlagen und bis zu 500° auch angewendet haben. Gegen die von Mayer vorgeschlagene Form des akustischen Pyrometers ist zunächst einzuwenden, daß es kaum jemals ausführbar seyn wird, die Bewegung der Flammenzacken ununterbrochen zu verfolgen von einer niedrigen, bekannten Temperatur des außerhalb eines Ofens befindlichen Apparates an, bis zur Erreichung der zu messenden Temperatur; — die Zackenreihe ist einer Scale zu vergleichen, die aus lauter gleich langen Strichen ohne Bezifferung besteht und von der immer nur ein kleiner Theil in der Nähe des Index sichtbar ist. Ferner wird die GröÙe des anzuwendenden Rohres, auch wenn es spiralig aufgewunden ist, in vielen Fällen hinderlich seyn. Bei beiden Arten des akustischen Pyrometers wird eine bedeutende Schwierigkeit entspringen aus der Unsicherheit über die chemische Zusammensetzung der vibrirenden Gassäule; Luft in die Pfeife des Caguiard-Latour-Demonferrand'schen Apparates mit solcher Geschwindigkeit zu blasen, wie es für ein kräftiges Ansprechen der Pfeife erforderlich ist, wird kaum in der Weise möglich seyn, daß diese Luft die zu messende Temperatur wirklich annimmt; wollte man die Pfeife durch Aussaugen zum Tönen bringen, so würde man die Luft des Ofens, also Luft von anderer Zusammensetzung, als die der atmosphärischen, in die Pfeife bekommen, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der der atmosphärischen Luft nicht direct vergleichbar ist. Die Röhre des Mayer'schen Pyrometers würde sich nur aus Eisen oder mit großen Kosten aus Platin herstellen lassen und deßhalb ihren Inhalt durch Diffusion ebenfalls verän-

dern. Vielleicht aber wäre es möglich, ein brauchbares akustisches Pyrometer zu erhalten, indem man den Ton einer Flötenpfeife durch ein gerades, im Ofen liegendes Rohr sich fortpflanzen liesse, durch das ein Strom atmosphärischer Luft geleitet würde, langsam genug, um die Temperatur völlig anzunehmen und schnell genug, um keine erhebliche Ansammlung durch Diffusion eindringender Gase zu gestatten; durch zwei seitlich an das gerade Rohr angesetzte Röhren, deren eine eine bewegliche Aussatzstelle haben müßte, könnte man unter Zuhülfenahme zweier Flammenzeiger den Abstand zweier Schwingungsmaxima oder Minima aufsuchen und so die dem Quadrate der absoluten Temperatur proportionale Wellenlänge direct zu messen versuchen.

V. Ueber die Krystallform und die optische Eigenschaften des Wolframs und dessen Beziehungen zum Columbit;
von P. Groth und A. Arxruni.

Bereits im Jahre 1850 hatte Descloizeaux¹⁾ bei der Untersuchung des Wolframs der Grube la Vilate bei Chanteloube (Département de la Haute-Vienne) und bei der Vergleichung desselben mit den Wolframiten anderer Fundorte (Zinnwald, Schlaggenwald, Altenberg) behauptet, der Wolfram krystallisire monoklinisch, während die meisten Mineralogen, sich der Meinung von G. Rose²⁾ anschließend, ihn wegen seiner wenig von der rhombischen Form abweichenden Gestalt diesem letzteren Systeme anreiheten.

1) *Ann. Chim. Phys.* [3] XXVIII, p. 163.

2) *Pogg. Ann.* Bd. LXIV, S. 171 und 336.

In einer späteren Arbeit, hat Descloizeau¹⁾ ferner noch nähere, sicherere Beweise zur Stütze seiner Ansicht geliefert, indem er nicht nur die früheren Messungen wiederholte, sondern auch einige optische Beobachtungen anstellte, soweit es ihm das von Bayewka (bei Ekatherinburg, Ural) herstammende Material erlaubte, und auch diese erwiesen sich als übereinstimmend mit der Annahme, daß der Wolfram monoklinisch sey.

Das zur vorliegenden Untersuchung benutzte Material bestand aus künstlich von Prof. Geuther²⁾ dargestellten Krystallen von reinem Mangan-Wolfram (Hübnerit³⁾), reinem Eisen-Wolfram und einer isomorphen Mischung beider, der Hr. Geuther die Formel $Mn_2 Fe_3 (WO_4)_6$ beilegt, und endlich einem kleinen 1 Mm. langen Megabasilkrystall von Schlaggenwald, der aus dem mineralogischen Museum der Universität Straßburg herstammt.

Die optische Untersuchung hat nur am künstlichen Hübnerit vorgenommen werden können, dessen Krystalle allein die nöthige Durchsichtigkeit und eine günstige Ausbildung besaßen.

I. Die reine Manganverbindung zeigte die Flächen:

$$a = \infty P \infty (a : \infty b : \infty c), \quad b = \infty P \infty (\infty a : b : \infty c),$$

$$m = \infty P (a : b : \infty c) \text{ und } d' = + \frac{1}{2} P \infty (a' : \infty b : \frac{1}{2} c).$$

Die Krystalle sind meist Zwillinge nach der Fläche des Orthopinakoids, so daß die Flächen $+ \frac{1}{2} P \infty$ der beiden Individuen miteinander ein- respective ausspringende Winkel bilden. Der ausspringende Winkel ist jedoch verhältnißmäßig selten zu beobachten. Da ferner dieses Ende meist abgebrochen gewesen ist, so scheinen die Krystalle gerade mit diesem Ende an der Wand des

1) *Ann. Chim. Phys.* [4] XIX, p. 168, auch *Comptes Rendus* LXIX, p. 868.

2) Geuther und Forsberg, *Ann. d. Chem. u. Pharm.* CXX, S. 270.

3) Hübnerit ist von Riotte ein aus Reese River, Californien, herstammender sehr eisenarmer Manganwolfram genannt worden, an dem, wohl wegen seiner stänglich-blättrigen Beschaffenheit keine Messungen gemacht worden sind. (Vergl. Dana's *Mineralogy*.)

Tiegels aufgewachsen gewesen zu seyn. Die wenigen einfachen Krystalle sind nicht, wie die Zwillinge, in der Richtung der Verticalaxe lang ausgebildet, sondern zeigen vorherrschend die Fläche $+\frac{1}{2}P\infty$, während die Flächen der Prismenzone sehr zurücktreten und nur als schmale Seitenflächen erscheinen — ein Umstand, welcher den ganzen Krystall in Gestalt eines dünnen Plättchens erscheinen läßt. Alle Flächen der Krystalle dieses Habitus sind glänzend und glatt, während die langsäulenförmigen sich durch eine starke Verticalstreifung, die besonders auf der Fläche a hervortritt, auszeichnen.

II. An der reinen Eisenverbindung sind beobachtet worden: $a = \infty P \infty (a : \infty b : 8c)$, $b = \infty P \infty (\infty a : b : \infty c)$, $m = \infty P (a : b : \infty c)$, $g^3 = \infty P 2 (2a : b : \infty c)$, $d = -\frac{1}{2}P \infty (a : \infty b : \frac{1}{2}c)$ und an einem Krystall traten noch auf die Flächen: $P' = +P (a' : b : c)$, $e = P \infty (\infty a : b : c)$ und eine Hemipyramide, welche nahezu mit der von Descloizeaux zuerst angeführten $\alpha = +2P 2 (a' : 2b : 2c)$ übereinstimmt. Sämmtliche Flächen gaben entweder sehr schwache oder gar keine Flammenreflexe, weshalb auch die Pyramiden und das Klinodoma bloß auf Schimmer gemessen werden konnten und nur annähernde Werthe lieferten. Die Fläche d ist entweder stark parallel b gefurcht, oder ausgehöhlt, so daß nur die Ränder Flammenreflexe gaben.

III. An den Krystallen von der Verbindung $Mn_2 Fe_3 (WO_4)_3$ traten auf die Flächen: $a = \infty P \infty (a : \infty b : \infty c)$, $b = \infty P \infty (\infty a : b : \infty c)$, $m = \infty P (a : b : \infty c)$ und $e = P \infty (\infty a : b : c)$. Sämmtliche waren glatt und gaben gute Reflexe.

IV. Der bereits erwähnte 1 Mm. lange Megabasitkrystall von Schlaggenwald, tafelartig dünn in der Richtung der Axe a ausgebildet, erwies sich als sehr flächenreich. Vorherrschend war ein Prisma $n = \infty P \frac{1}{8} (\frac{1}{8}a : b : \infty c)$ neu. Die Prismenzone enthielt ferner die Flächen a , die nur auf einer Seite auftrat, b und m ; in der Domenzone wurden beobachtet: $d' = +\frac{1}{2}P \infty (a' : \infty b : \frac{1}{2}c)$, $c = 0P (\infty a : \infty b : c)$ $\gamma = +\frac{1}{11}P \infty$, neu $(a : \infty b : \frac{1}{11}c)$, $\delta = +\frac{3}{4}P \infty$,

neu ($a : \infty b : \frac{1}{4}c$), $\lambda = +P \infty$, neu ($a : \infty b : c$) und endlich waren vorhanden noch zwei Pyramiden $p = -P (a : b : c)$ und $a_s = +2P2 (a' : 2b : 2c)$. Alle Flächen waren sehr klein, außerdem waren die Flächen $\infty P \frac{1}{8}$ sehr stark vertical gestreift und ließen nur approximative Schimmermessungen zu.

Aus der folgenden Winkeltabelle ist zu ersehen, daß die sich entsprechenden Winkel der drei künstlichen Verbindungen ziemlich voneinander abweichen, während die an jeder derselben gemessenen Werthe unter sich genügend gut übereinstimmen. Bei jeder Verbindung dienten die mit * bezeichneten Werthe zur Berechnung.

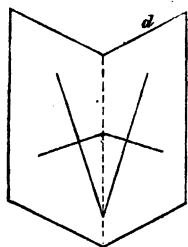
(Hier folgt die Tabelle.)

Aus der folg
die sich entspre
bindungen zieml
an jeder derselb
gend gut überei
die mit * bezeich

[illegible]

Wolframit		Mn WO ₄	
$a : b : c = 0,829996 : 1 : 0,88802$		$a : b = 0,831526 : 1$	
Zeichen	Descloizeaux berechnet	gemessen	berechnet
$a : m$	140° 18' 30"	140° 19' 48"	140° 15' 20"
$b : m$	129 41 30	*129 44 40	—
$m : m$	100 37	100 24 39	100 30 40
$a : d'$	117 6	*116 58 36	—
$a : d$	118 6	"	"
$d' : d'$ einspr.	125 48	125 58 20	126 2 48
$g^3 : a$	121 4	"	"
$g^3 : b$	148 56	"	"
$g^3 : g^3$	117 52	"	"
$g^3 : m$	160 45	"	"
$p' : a$	128 36	"	"
$p' : e$	141 53	"	"
$e : a$ über p'	90 29	"	"
$a : \alpha$	117 49	"	"
$e : b$	130 57	"	"
$e : e$	98 6	"	"
$c : d'$	152 16	"	"
$c : \gamma$	174 27	"	"
$c : \lambda$	132 43 40	"	"
$c : \delta$	141 0 30	"	"
$c : a$	90 38	"	"
$n : n$	168 9	"	"
$n : m$	146 14	"	"
$n : a$	174 4 30	"	"
$n : \alpha_3$	151 33 40	"	"
$\alpha_3 : a$	147 55	"	"
$\alpha_3 : m$	151 18 30	"	"
$p : m$	143 28	"	"
$\gamma : d'$	157 49	"	"
$d' : \delta$	168 44 30	"	"
$\delta : \lambda$	171 19	"	"

Die optische Untersuchung hat, wie oben erwähnt, sich nur auf den künstlichen Hübnerit erstrecken können. Zur Bestimmung der Lage der Elasticitätsaxen in der Symmetrieebene wurden Spaltungsplatten von Zwillingen nach α benutzt. Die Lage der einen Elasticitätsaxe ist von



oben vorn nach hinten unten. Das Mittel von 8 Messungen mit weißem Lichte ist für die Neigung der beiden entsprechenden Elasticitätsaxen der beiden Individuen zueinander gleich $35^{\circ} 44'$ oder für die Neigung der einen zur α -Fläche $= 17^{\circ} 52'$. Die entsprechenden Zahlen (auch das Mittel von 8 Messungen) bei Anwendung des Natriumlichtes waren $35^{\circ} 19'$ und $17^{\circ} 39'$.

In den Platten des künstlichen Hübnerits, die flach nach dem Querdome ausgebildet sind, und im Schlaggenwalder Megabasit lagen die Auslöschungen parallel mit der Quer- und Längsfläche, resp. parallel mit der Längsfläche Basis.

Zur Bestimmung der Lage der optischen Axenebene wurde eine domatisch ausgebildete Platte vom künstlichen Hübnerit verwendet. Es zeigte sich dabei, daß die Axenebene nicht, wie Descloizeaux¹⁾ angiebt, der Symmetrieebene parallel ist, sondern senkrecht dazu. In Oel, beim Drehen der Platte um eine Senkrechte zu der durch die Normalen zur Symmetrieebene und zur Domenfläche gebildete Ebene, ist es gelungen am Rande des Gesichtsfeldes die beiden Axen zu beobachten. Das Mittel aus drei annähernden Messungen für Lithiumlicht ergab für den Axenwinkel den Werth 93° . Eine zweite Platte, die nach der Symmetrieebene gespaltet war, wurde ebenfalls zur Bestimmung des Axenwinkels in Oel angewendet, wobei beiläufig sich der Werth 141° ergab. Hiernach wäre der wahre Winkel der optischen Axen $= 75^{\circ}$ resp. 105° ; diejenige Elasticitätsaxe, welche mit der Querfläche den

1) *Ann. Chim. Phys.* [4] XIX und *Comptes Rendus* LXIX.

Winkel von $17^{\circ} 52'$ bildet, die erste Mittellinie und die Neigung der Axenebene zum Doma $+\frac{1}{2}P \propto$ gleich $45^{\circ} 9'$.

Von G. Rose ¹⁾ ist behauptet worden, daß der Columbit mit dem Wolfram isomorph sey, zu einer Zeit, wo man letzteren für rhombisch und beide für chemisch analog zusammengesetzt hielt. Durch die Untersuchungen Blomstrand's, Marignac's und Rammelsberg's ist nunmehr für den Columbit die Zusammensetzung



als die richtige erkannt, während der Wolfram nach der Formel



zusammengesetzt ist. Danach kann wohl von ihrer Isomorphie kaum noch die Rede seyn, da die beiden Verbindungen zwar einige ähnliche Winkel besitzen, aber keineswegs analoge Zusammensetzung haben, ja sogar, wie durch Descloizeaux' und diese Untersuchung nachgewiesen ist, verschiedenen Krystallsystemen angehören. Bei dem Columbit sprechen die vorhandenen Angaben ²⁾ sämtlich dafür, daß er im rhombischen Systeme zu belassen sey. Um dies durch optische Untersuchungen zu bestätigen, wurden drei Platten parallel den drei Symmetrieebenen geschliffen und zeigte sich in allen dreien, daß die Hauptauslöschungen parallel der Symmetrieachsen stattfanden, wie es den rhombischen Formen entspricht. Die große Bröcklichkeit des Columbits (es wurden die bekannten grönländischen Krystalle verwendet) gestattete nicht, Platten von solcher Durchsichtigkeit zu schleifen, um Axenbilder zu erhalten. Doch dürfte die Bestimmung der Hauptauslöschungen genügen, um zusammen mit den Winkelwerthen zu beweisen, daß der Columbit wirklich rhombisch krystallisiert, während der Wolfram dem monoklinischen Systeme angehört.

1) Pogg. Ann. Bd. LXIV, S. 171 und 336.

2) Schrauf: Monographie des Columbit. Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. XLIV, S. 445 ff.

VI. *Ardennit, ein neues Mineral;*
von Dr. A. von Lasaulx
 und
Dr. A. Bettendorff.

In der Sitzung der niederrhein. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde vom 23. Nov. 1872 legten wir ein neues Mineral vor, dessen Zusammensetzung ein besonderes Interesse bietet, wegen eines bedeutenden Gehaltes an Vanadin, das hier in Verbindung mit einem Mangan-Thonerde-Silikat erscheint. Es wurde dort der Name Ardennit für dieses Mineral in Vorschlag gebracht, der seine Herkunft aus den Ardennen andeutet; über Ort und Art des Vorkommens ist noch nichts zuverlässiges Näheres bekannt, als daß es aus der Nähe von Ottrez stammt.

Da die Zusammensetzung des Ardennits vor allem das bemerkenswerthe ist, so soll das Resultat einer vorläufigen in jener Sitzung mitgetheilten analytischen Untersuchung, sowie die Ergebnisse umfassender weiterer Prüfungen im Zusammenhang den Anfang unserer Mittheilung bilden.

Das Vanadin, obgleich ziemlich verbreitet in verschiedenen Erzen und Gesteinen, ist dennoch bis in die neueste Zeit selten geblieben. Erst Roscoe¹⁾ ist es gelungen größere Quantitäten von Vanadsäure darzustellen und die Atomgröße und Eigenschaften einer Reihe von Verbindungen des Vanads festzustellen. Allein die Kenntniss der analytischen Methoden zur Bestimmung des Vanads und zur Trennung desselben von den übrigen Elementen ist bis heute noch sehr gering. Das Interesse der chemischen Untersuchung unseres Minerals wurde dadurch wesentlich erhöht, diese selbst aber nicht wenig erschwert. — In Salzsäure und Salpetersäure ist der Arden-

1) Roscoe, Untersuchungen über Vanadin. Ann. d. Chem. u. Pharm. Supp. 6, 7 u. 8.

nit unlöslich, mit concentrirter Schwefelsäure erhitzt färbt sich diese etwas gelb. Saures schwefelsaures Kali zer-
setzt beim Schmelzen denselben theilweise.

Die ersten beiden Analysen wurden in folgender Weise ausgeführt.

Das feingepulverte Mineral mit der fünffachen Menge kohlensauren Natron's gemengt, war nach halbstündigem Schmelzen vollständig aufgeschlossen. Die Schmelze tief grün gefärbt von Mangansäure liefs sich leicht aus dem Tiegel entfernen und löste sich beim Behandeln mit verdünnter Chlorwasserstoffsäure unter allmählich verschwindender rother Farbe von Uebermangansäure auf. Nach dem Erhitzen der Lösung bis zur vollständigen Zersetzung der Uebermangansäure wurde durch Eindampfen in der Platinschale die Kieselsäure abgeschieden und durch Filtration entfernt. Das Filtrat mit Schwefelwasserstoff behandelt, gab eine braune Fällung, welche selbst bei dauernder Digestion mit Schwefelammon nur zum Theil gelöst wurde, und aus Schwefelplatin mit Schwefelpalladium und Spuren von Kupfer bestand. Spätere mit Ausschluss von Platingefäfsen vorgenommene Aufschliessungen des Minerals und Abscheidungen der Kieselsäure zeigten, dafs die gefundenen Platinmetalle auf die Gefäfs zurückzuführen sind. Es fand sich nämlich, dafs, wenn auch alle Uebermangansäure zersetzt und das freie Chlor durch Erhitzen ausgetrieben war, beim Concentriren der Flüssigkeit nochmals Chlor entwickelt wurde, herrührend von der Einwirkung der Vanadsäure auf die Chlorwasserstoffsäure. Es wurde daher später immer in Glasschalen eingedampft. Die mit Schwefelwasserstoff behandelte Flüssigkeit war schön lazurblau gefärbt von Vanadtetroxyd, V_2O_4 , sie wurde mit etwas Salpetersäure trocken gedampft und dann versucht die Vanadsäure durch kohlensaures Ammon aus-zuziehen. Es zeigte sich jedoch bald, dafs auch durch mehrmaliges Behandeln mit kohlensaurem Ammon nur ein Theil der Vanadsäure ausgezogen wird, dafs ein grofser Theil derselben an Thonerde gebunden zurückbleibt, dafs

ferner die ausgezogene Vanadsäure erhebliche Mengen von Thonerde und Manganoxydul enthalten kann. Bei Vergleichung der beifolgenden Zahlen, welche nach dem beschriebenen Verfahren erhalten wurden, mit den weiter unten folgenden Ergebnissen späterer Analysen zeigt sich, in welch' unvollkommener Weise bei dieser Methode das Vanadin und die Thonerde bestimmt werden können

	I.	II.
Si O ₂ =	29,65	29,69
Al ₂ O ₃ =	22,91	26,68
Mn ₂ O ₃ =	30,12	28,69
Fe ₂ O ₃ =	1,91	1,88
Ca O =	1,66	2,00
Mg O =	3,82	— nicht bestimmt.
V O ₅ =	<u>7,50</u>	<u>4,84</u>

Mit Schwefelammon läßt sich das Vanad ebensowenig von der Thonerde und dem Mangan trennen.

Auch durch Auflösen der vanadhaltigen Thonerde in Kalilauge und Fällung der Thonerde durch Schwefelwasserstoff, nach Deville's Angabe, gelingt die Trennung nicht vollständig. Immer bleibt ein bedeutender Gehalt von Vanad bei der Thonerde zurück, so daß dieselbe nach dem Glühen gelb gefärbt erscheint. Es scheint daher die Vanadsäure eine bestimmte Verbindung mit der Thonerde einzugehen, vielleicht entsprechend der phosphorsäuren Thonerde.

Auch durch essigsäures Natron läßt sich die Thonerde nicht rein vom Vanad abscheiden.

Wir haben nach den verschiedensten Versuchen endlich folgendes Verfahren mit Erfolg benutzt.

Nach Abscheidung der Si O₂ und nach Entfernung des Kupfers durch Schwefelwasserstoff waren Thonerde, Eisenoxyd, Mangan und Vanad durch Schwefelammon von Kalk und Magnesia getrennt¹⁾. Der mit Schwefelwasserstoff-

1) Bei starkem Vanadgehalt kann ein Theil desselben durch überschüssig zugefügtes Schwefelammon als Sulfosalz gelöst werden; es ge-

wasser ausgewaschene Niederschlag wird in Chlorwasserstoffsäure unter Zusatz von etwas Salpetersäure gelöst. Die Salpetersäure ist schon deshalb nöthig, weil das Schwefelvanad nur sehr langsam von Chlorwasserstoffsäure allein zersetzt wird. Sobald man nun sicher ist, daß das vorhandene Eisen in Sesquioxid übergeführt ist, fällt man mit kohlensaurem Baryt die Oxyde des Eisens, der Thonerde und des Vanadins. Letzteres wird gleich viel ob als Pentoxid oder Tetroxid vollständig gefällt.

Durch Filtriren trennt man das in Lösung gebliebene Manganoxidul und bestimmt dasselbe nach Abscheidung der Baryterde in der gewöhnlichen Weise.

Der Niederschlag von Thonerde, Eisenoxid und Vanad gemengt mit überschüssigem kohlensaurem Baryt wird in sehr wenig Chlorwasserstoffsäure gelöst, der Baryt entfernt und die ganze Masse mit salpetersaurem Kali zur Trockene eingedampft. Man bringt sie in eine Silberschale und erhitzt eine Viertelstunde zum Schmelzen. Durch Behandlung der Schmelze mit Wasser löst sich jetzt vanadsaures Alkali, Thonerde und Eisenoxid bleiben zurück und werden nach dem Auflösen in Chlorwasserstoffsäure in der üblichen Weise getrennt. Die Lösung des vanadsauren Kalis wird mit Essigsäure neutralisirt, wobei sie eine intensiv gelbe Farbe erhält, und mit essigsaurem Bleioxid gelbes Bleipyrovanadat, $2(\text{Pb}_2 \text{V}_2 \text{O}_7) + \text{PbO}$, gefällt. Nach dem Auflösen desselben in Salpetersäure und Fällung des Bleis durch Schwefelsäure erhält man beim Eindampfen und Schmelzen im Porcellantiegel reine krystallinisch erstarrende und in Ammon ohne Rückstand lösliche Vanadinsäure.

Das Wasser ist im Ardennit sehr fest gebunden, da es nur durch anhaltendes Glühen bei hoher Temperatur ausgetrieben werden kann. Bei einer directen Bestimmung desselben, welche in einer Kugelhöhre angestellt wurde, erhielten wir eine Gewichtsvermehrung der Chlorcalcium-

nügt dann Neutralisation des Filtrats mit Essigsäure, um das Vanad als Schwefelverbindung abzuscheiden.

röhre, die den Wassergehalt des Ardennits zu 0,60 Proc. berechnen läßt. Die fast gleiche Zahl 0,68 Proc. Wasser wurde erhalten bei einer indirecten Bestimmung durch schwaches Glühen des Minerals im Platintiegel. Beim starken und anhaltenden Glühen entsteht indessen noch ein beträchtlicher Gewichtsverlust, der sich zu 4,04 Proc. berechnet. Anfänglich waren wir geneigt diesen Gewichtsverlust zum großen Theil auf Rechnung der sich beim Glühen vollziehenden Desoxydation des vorhandenen Manganoxys zu Oxyd-Oxydul zu schreiben. Aber die Barresvill'sche Probe, wonach beim Erhitzen eines Manganoxydulsalzes mit syrupförmiger Phosphorsäure die Masse farblos bleibt, während bei Gegenwart des Manganoxys und Hyperoxys eine intensive violette Färbung eintritt, die bei dem Manganoxydulsalze erst auf Zusatz eines Tropfens Salpetersäure entsteht, überzeugte uns, daß das Mangan nur als Oxydul im Ardennit vorhanden sey. Ein bei der Annahme von Manganoxydul uns bis dahin unerklärlicher Ausfall in der Gesamtsumme der Analyse wurde nun durch den höheren Wassergehalt gehoben. Wir haben daher auch eine directe Wasserbestimmung bei hoher Temperatur in einer Verbrennungsröhre vorgenommen. Das feingepulverte Mineral war in einem Platinschiffchen gebettet. Die Zunahme des Chlorcalciumrohres ergab einen Wassergehalt von 3,10 Proc., also noch zu niedrig, trotzdem das Glasrohr bis zum Weichwerden erhitzt wurde. Die folgenden Zahlen sind die Ergebnisse zweier nach obiger Weise ausgeführten Analysen des Ardennits:

	III.	IV.
Si O ₂	= 29,60	= 29,89
Al ₂ O ₃	= 23,50	= —
Fe ₂ O ₃	= 1,68	= 2,21
Mn O	= 25,88	= 26,03
Ca O	= 1,81	= 2,28
Mg O	= 3,38	= 3,47
V O ₅	= 9,20	= 9,09
Cu + PO ₄	= Spur	= Spur
H O	= 4,04	= 3,10
	<hr/> 99,09	<hr/>

Das specif. Gew. = 3,620, Temp. 15° C.

Vor dem Löthrohr ist der Ardennit leicht zu schwarzem Glase schmelzbar; mit Borax giebt er eine Manganperle. Härte = 6 — 7.

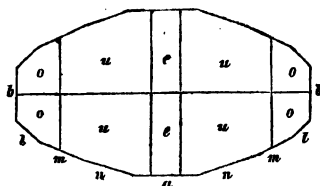
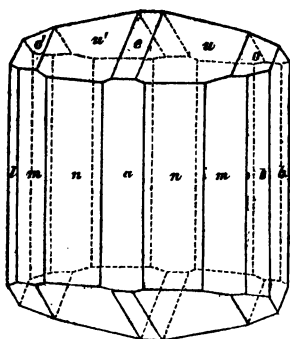
Seine Farbe ist Kolophoniumbraun, oft etwas heller gelb, ohne daß damit eine Aenderung in der Zusammensetzung verbunden scheint; in dünnen Splintern röthlich durchscheinend. Unter dem Mikroskope erweisen sich seine Splitter — es gelang nicht einen Dünnschliff herzustellen, weil er zu spröde und bröcklich ist — als durchaus aus homogener Masse bestehend, auf den feinen Spalten ist schwarzes, erdiges Mangan abgesetzt und erscheint auch im Mineral eingeschlossen. Bei Anwendung des unteren Nicol zeigt sich ein deutlicher Dichroismus.

Die ersten Stücke des Minerals, die in unsere Hand gelangten, zeigten nur dickfasrige, stenglige Aggregate, mit Krystallflächen und in der Säulenzone ohne irgend terminale Flächen. Feine Streifungen auf den Flächen, die wir als zur Säulenzone gehörig ansahen, ließen die an Bruchstücken vorgenommenen Messungen nur schwankende Resultate geben; ohne Endigung aber war ohnehin eine Entscheidung schwierig. Es darf daher wohl als ein glücklicher Fund bezeichnet werden, daß wir an einem neuerdings erhaltenen Stücke ein scharf und spiegelnd ausgebildetes, zwar winziges Kryställchen fanden, welches dennoch eine Messung zu gestatten schien¹⁾.

Hr. Prof. vom Rath hatte die Güte die Messungen des Kryställchens auszuführen und folgt hier das Resultat, wie er es uns mitzuthellen die Güte hatte:

- 1) Diese letzteren Stücke übersandte Hr. Mineralienhändler F. W. Höfer in Oberlahnstein, der überhaupt als Finder des Minerals genannt zu werden verdient.

Ardennit.



Die Grundform des Ardennits ist ein rhombisches Oktaeder, welches folgende Kantenwinkel besitzt:

Makrodiagonale Endkante: $114^{\circ} 40'$

Brachydiagonale Endkante: $150^{\circ} 50'$

Lateralkante $73^{\circ} 7'$.

Daraus folgt als Verhältniß der Axen

$$a \text{ (Brachyaxe): } b \text{ (Makroaxe): } c \text{ Verticalaxe} = \\ = 0,4663 : 1 : 0,3135.$$

Beobachtete Formen:

$$0 = (a : b : c), \quad P$$

$$u = (a : \frac{3}{2}b : c), \quad \bar{P}\frac{3}{2}$$

$$m = (a : b : \infty c), \quad \infty P$$

$$n = (a : \frac{3}{2}b : \infty c), \quad \infty \bar{P}\frac{3}{2}$$

$$l = (a : \frac{1}{2}b : \infty c), \quad \infty \bar{P}2$$

$$e = (a : \infty b : c), \quad \bar{P} \infty$$

$$a = (a : \infty b : \infty c), \quad \infty \bar{P} \infty$$

$$b = (\infty a : b : \infty c), \quad \infty \bar{P} \infty$$

Als Fundamentalwinkel dienen die beiden Messungen der brachydiagonalen Endkante von $0 = 150^{\circ} 50'$ und der Combinationskante $m : b = 115^{\circ} 0'$.

Für die Makropyramide u , $\bar{P}\frac{3}{2}$ berechnen sich folgende Kantenwinkel:

Makrodiagonale Endkante = $113^{\circ} 20'$

Brachydiagonale Endkante = $160^{\circ} 18'$

Lateralkante = $70^{\circ} 16'$

Ferner ergibt die Rechnung:

$m : m'$ über a = $130^{\circ} 0'$

$n : n'$ " " = $145^{\circ} 28'$

$l : l'$ " " = $94^{\circ} 0'$

$l : l'$ in der Axe c = $112^{\circ} 12'$.

Die Krystalle sind nur klein und zu genauen Messungen nicht geeignet. Die verticalen Flächen durch Streifung stark entstellt. Die Oktaëderflächen glänzend, aber doppelte Reflexe gebend, demnach können die angegebenen Winkelwerthe nur als Annäherungen betrachtet werden. Die makrodiagonale Kante von u wurde gemessen = $112^{\circ} 55'$; die brachydiagonale Kante von u = $160^{\circ} 50'$. Der Ardenit besitzt drei deutliche Spaltungsrichtungen, welche derselben Zone angehören: parallel dem Brachypinakoid, b , vollkommen und parallel mm' , sehr deutlich. Der Habitus der Krystalle, namentlich die Streifung der verticalen Flächen, wie auch die durch das Makrodoma und mehrere Oktaëder gebildete Endigung, erinnert auffallend an den Ilvait. Das Makrodoma des Ilvairs mißt $112^{\circ} 40'$ (beim Ardenit $112^{\circ} 12'$). Das verticale Prisma des Ilvairs mit der vorderen stumpfen Kante von $111^{\circ} 12'$ kann annähernd auf das Prisma des Ardenits zurückgeführt werden. Käme nämlich bei letzterem Mineral ein Prisma ($a : \frac{2}{3}b : \infty c$) $\propto P_{\frac{2}{3}}$ vor, so würde es in der vorderen Kante $110^{\circ} 4'$ messen. Die Differenz dieses Winkel, welche zudem die Gränzen der Messungsfehler an den unvollkommen ausgebildeten Krystallen kaum überschreitet, ist nicht größer als sie auch bei den anderen isomorphen Mineralien vorzukommen pflegt.

Unter Zugrundelegung der vorstehenden Resultate vom Rath's war es nun in der That nicht zu verkennen, daß auch die chemische Zusammensetzung, wie wir sie für den Ardenit gefunden haben, einige Uebereinstimmungen mit

der des Ilvaits zeigt, wenngleich der vollkommene Isomorphismus nicht von uns erkannt werden konnte. Die Zahlen, welche Rammelsberg¹⁾ bei der Zerlegung des Ilvaits für die Kieselsäure und das Eisenoxyd gefunden hat, stimmen nahe überein mit dem Kieselsäure- und Thonerdegehalt des Ardennits, dagegen stimmt der bedeutendere Gehalt an Eisenoxydul im Ilvait mit dem Maganoxydul des Ardennits nur bei einem von Tobler²⁾ analysirten nassauischen Vorkommen, dessen Kieselsäure aber abweicht; in allen übrigen vorliegenden Analysen ist der Manganoxydulgehalt des Ardennits weitaus geringer. Der Wassergehalt desselben, der nur durch ein langes und starkes Erhitzen entfernt werden kann, erinnert dagegen wieder an dieselbe Eigenschaft beim Ilvait, auf welche Städeler³⁾ aufmerksam gemacht und daraus die Basicität dieses Wassers angenommen hat. Die größten Schwierigkeiten für die Annahme des Isomorphismus der beiden Mineralien aber bietet der Gehalt an Vanad, der doch durchaus zur Constitution des Ardennits zu gehören scheint, da die Kenntniß der Krystallformen der Vanadverbindungen und deren Isomorphien zur Zeit noch vollständig fehlt. Es müssen daher neue Untersuchungen beider Mineralien diese Frage noch zu lösen versuchen.

Annähernd ließe sich unter Berücksichtigung dieses Verhältnisses etwa die folgende Formel als Ausdruck der Constitution des Ardennits in Vorschlag bringen. Ihrer Berechnung ist das Mittel aus den beiden vorhergehenden Analysen zu Grunde gelegt:

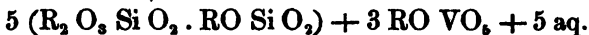
1) Handwörterbuch I, 391.

2) Ann. f. Chemie u. Pharm. Bd. 99, S. 122.

3) Journ. f. prakt. Chem. Bd. 99, S. 70.

	Aequiv.	Quot.				
Si O ₂ = 29,74	30	0,991	0,991	1	10	Si O ₂
Al ₂ O ₃ = 23,50	51,4	0,457	0,481	0,485	(5+5)	B ₂ O ₃
Fe ₂ O ₃ = 1,94	80	0,024			5	
Mn O = 25,96	35,5	0,720	0,810	0,817	8 (5+3)	RO
Ca O = 2,04	28	0,073				
Mg O = 3,42	20	0,017				
VO ₂ = 9,10	91,3	0,0996	0,099	0,100	1	VO ₂
HO = 4,04	9	0,449	0,449	0,453	5	HO

Daraus läßt sich die Formel construiren:



Schließlich mag noch über das Vorkommen des Ardennits hinzugefügt werden, daß er wohl in einem Quarz-
gange der alten Schiefer der Ardennen vorkommen wird. Bei den meisten Stücken ist rauchgrauer Quarz der Begleiter, der von kleinen, metallisch glänzenden Blättchen von Pyrolusit durchsprengt ist. Mit diesem kommen schwarze und violette, erdige Parthien einer Mangan-Eisen-
verbindung und schwach-röthlich-weiße, krystallinische Aggregate von Albit vor, dessen Zusammensetzung nach einer vorgenommenen Bestimmung folgende ist: Si O₂ = 66,21 Proc.; Al₂ O₃ = 21,55; NaO 12,24; dieses spectral-
analytisch erkannt und aus der Differenz bestimmt. Bemerkenswerth ist es, daß in diesen mit dem Ardennit brechenden Mineralien, sich nicht die Spur von Vanadinsäure nachweisen läßt; es darf das wohl als eine treffliche Bestätigung angesehen werden, daß das Vanad dem Minerale in der That durchaus eigenthümlich und nicht etwa nur beigemengt vorhanden ist.

Nachschrift.

Im Begriffe, diese Mittheilung zum Drucke zu befördern, ersehen wir aus den *Comptes rendus de l'Académie des sciences* vom 2. Dezember des vorigen Jahres, daß auch Hr. M. F. Pisani eine Analyse des Ardennits gemacht und da er von unserer Veröffentlichung in den

Sitzungsberichten der niederrhein. Ges. für Natur und Heilkunde vom 24. Nov. keine Kenntniß hatte, den Namen *Dewalquit* in Vorschlag gebracht hat. Ueber die Priorität unseres Namens kann hier kein Zweifel seyn, umso mehr aber muß der Name, den Pisani vorschlug, wieder verschwinden, als die chemische Analyse, die er an genannter Stelle mittheilt, durchaus die Constitution des Minerals nicht wiedergiebt. Pisani's Zahlen sind fast alle fehlerhaft, besonders gilt das aber vom Vanad (1,80 Proc. Vanadinsäure) und dadurch ist natürlich auch der Gehalt an Thonerde um etwa 5 Proc. zu hoch ausgefallen. Es dürfte somit auf die Mittheilung Pisani's in Bezug auf dieses neue Mineral durchaus kein Werth zu legen seyn. Mit dem Masonit hat unser Mineral auch nicht die geringste Gemeinschaft, wie dies Pisani zu glauben scheint.

VII. *Der elektrische Leitungswiderstand des Quecksilbers in absolutem Maasse; von L. Lorenz in Kopenhagen.*

Die verschiedenen von Weber¹⁾, von der Commission der *British Association*²⁾ und von Kohlrausch³⁾ ausgeführten Bestimmungen des elektrischen Leitungswiderstandes des Quecksilbers in absolutem Maasse haben trotz der großen Sorgfalt, mit welcher alle diese Messungen ausgeführt sind, doch zu ziemlich abweichenden Resultaten geführt. Man hat bei diesen Messungen verschiedene von Weber angegebene Methoden in Anwendung gebracht, welche Methoden jedoch alle darin übereinstimmen, daß inducirte Ströme von *veränderlicher* Stromstärke gebraucht

1) Abh. der K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1862.

2) *Rep. of the Brit. Ass.* 1863 und 1864.

3) Nachrichten von der K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1870.

werden. Da ich gerade in diesem Umstande die Ursache der erwähnten ziemlich räthselhaften Abweichungen vermuthete, und da zudem die Ausführung genauer Versuche nach diesen Methoden mit sehr bedeutenden Schwierigkeiten verbunden ist, so habe ich es versucht einen anderen Weg einzuschlagen, wobei allein eine *constante* elektromotorische Kraft *ohne* Strom zur Anwendung kommen sollte und wo zudem die Bestimmung eines Leitungswiderstandes, welcher in absolutem elektromagnetischem Maasse ausgedrückt eine Geschwindigkeit ($\frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$) ist, auch bei der practischen Ausführung des Versuches allein zur Messung einer Geschwindigkeit zurückgeführt wurde.

Fig. 10 Taf. I stellt den von mir für diese Messungen construirten, in der Jünger'schen Werkstätte hierselbst ausgeführten Apparat dar. Eine Messingscheibe *A*, 200^{mm} im Durchmesser, ist an dem einen Ende einer sehr leicht umdrehbaren Axe *B* befestigt, die durch ein Räderwerk mit einer anderen Axe verbunden ist. Eine jede dieser Axen ist mit einer dicken Messingscheibe, die als Schwungrad dient, versehen. Die Scheibe *A* bewegt sich innerhalb einer Rolle von Mahagoniholz, deren innerer Durchmesser nur sehr wenig größer ist als der Durchmesser der Scheibe. Die Rolle, die an einem in der Richtung der Axe verschiebbaren Fußgestelle *D* befestigt ist, ist in sehr regelmäßigen Schichten mit einem 1^{mm} dicken, mit Seide doppelt übersponnenen Kupferdraht umwickelt. Das Fußgestell *D* dient ferner als Träger einer dünnen zugespitzten Messingstange, die mit ihrer amalgamirten Spitze gegen das Centrum der rotirenden Scheibe gedrückt werden kann, und in dieser Weise die Scheibe in leitende Verbindung mit der Klemmschraube *g* setzt. Eine andere nahe bei dieser angebrachte Klemmschraube ist in leitender Verbindung mit einer dünnen Messingfeder *f*, die an der inneren Fläche des hölzernen Ringes quer über denselben geht und leicht gegen die Scheibe schleift. Zwei

andere Klemmschrauben h sind mit den beiden Enden des auf die Rolle gewickelten Drahtes verbunden.

Wenn nun ein elektrischer Strom durch die Drahtrolle geleitet und die Scheibe in Rotation gesetzt wird, so entsteht durch Induction ein elektrischer Spannungsunterschied zwischen dem Centrum und der Peripherie der rotirenden Scheibe, und sind die Klemmschrauben g in Verbindung mit einem Multiplicator, so wird sich hier ein Ausschlag zeigen. Man leitet nun den Hauptstrom durch eine Leitung, deren Widerstand gemessen werden soll, zum Beispiel durch eine in einer cylindrischen Glasröhre eingeschlossene Quecksilbersäule, welche an zwei Punkten durch zwei dünne in der Wand der Glasröhre eingeschmolzene Platindrähte abgeleitet ist. Dieser abgeleitete Strom wird in den Stromkreis des inducirten Stromes eingeschaltet, in der Weise, daß der abgeleitete und der durch die Rotation der Scheibe inducirte Strom beide durch dieselbe Leitung zum Multiplicator geführt werden. Man läßt nun die Scheibe in einer solchen Richtung rotiren, daß diese beiden Ströme entgegengesetzt werden, und bei einer bestimmten Umdrehungsgeschwindigkeit werden sie einander gerade *aufheben* können, so daß die Multiplicatornadel zum Nullpunkte zurückgeht. Die in dieser Weise gefundene Umdrehungsgeschwindigkeit wird alsdann, mit einer für den Apparat berechneten constanten Zahl multiplicirt, den absoluten Widerstand der zwischen den beiden Platindrähten in der Glasröhre eingeschlossenen Quecksilbersäule angeben. Es sey nämlich w dieser Widerstand und s die Stromstärke des Hauptstromes, alsdann ist in dem erwähnten Versuche der elektrische Spannungsunterschied in den beiden ableitenden Platindrähten gleich sw . Es sey ferner P der Spannungsunterschied zwischen Centrum und Peripherie der Scheibe, wenn die Intensität des Hauptstromes gleich eins ist, und die Scheibe mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Secunde umgedreht wird. Wenn also die Intensität des Hauptstromes gleich s ist und die

Scheibe n Mal in der Secunde rotirt, so wird die durch Induction entstandene elektromotorische Kraft gleich Psn . Nun ist $sw = Psn$, also $w = Pn$, wenn der Multiplicator keinen Strom anzeigt. Der Widerstand ist also von der Intensität des Hauptstromes unabhängig, und die Messungen allein sind darauf beschränkt, wenn einmal die Constante P des Apparats bekannt ist, die Zahl der Umdrehungen der Scheibe in der Secunde bei jedem zu messenden Widerstande zu ermitteln.

Ich hatte ursprünglich beabsichtigt, die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe durch einen besonderen elektrischen Apparat zu messen, es zeigte sich aber gleich bei den ersten vorläufigen Versuchen, daß ich in ganz einfacher Weise eine unerwartet grofse Genauigkeit erreichen konnte, nämlich durch Drehen mit der Hand und Zählen der Umdrehungen, während die Zeit durch die Minutenschläge einer Pendeluhr angegeben wurde. Mit weniger Uebung brachte ich es bald dahin, daß die zufälligen Fehler bei dieser Bestimmung der Umdrehungsgeschwindigkeit nicht 0,2 Procent überstiegen.

Als Stromerreger dienten gewöhnlich 4 Bunsen's Elemente, doch war schon der Strom eines einzigen doppelt chromsauren Kali-Elements genügend. Es zeigte sich kein Unterschied in den Resultaten bei der Anwendung von Strömen verschiedener Intensität, und die Genauigkeit war bei den schwächeren Strömen fast dieselbe. Der Multiplicator hatte nur wenige Windungen und eine Doppelnadel, deren Empfindsamkeit durch das Anbringen eines Magnets in einigen Abstand von derselben erhöht war. Der Stand der Nadel wurde durch einen über dieselbe angebrachten festen Spiegel von dem Orte ab, wo der Umdrehungsapparat angebracht war, mit einem Fernrohre beobachtet. Die Entfernung des Umdrehungsapparates vom Multiplicator betrug 3 bis 4 Meter und der Apparat war so aufgestellt, daß ein starker durch die Drahtrolle desselben geleiteter Strom keine merkbare Wirkung auf die Nadel des Multiplicators ausübte.

Der Ausschlag der Nadel des Multiplicators bei der Hindurchleitung des vom Hauptstrome abgeleiteten Stromes betrug in meinen Versuchen 40 bis 60 Grade. Während ich mit der einen Hand die Scheibe in Rotation setzte, beobachtete ich durch das Fernrohr den Stand der Multiplicatornadel, und es war jetzt darum zu thun die Umdrehungsgeschwindigkeit so anzupassen, daß die Nadel genau am Nullpunkte festgehalten wurde, was mit einiger Uebung nicht schwer zu erreichen war. Während des Umdrehens der Scheibe entstand ein thermo-elektrischer Strom, welcher leicht durch Unterbrechung des Hauptstromes beobachtet werden konnte und einen Ausschlag an dem Multiplicator von ohngefähr einem Grade erzeugte. Der Nullpunkt des Multiplicators wurde deshalb um dieselbe Gröfse verschoben, in der Weise, daß die Nadel bei allen Versuchen den Nullpunkt anzeigte, wenn der Hauptstrom unterbrochen war, während das Umdrehen der Scheibe ungeändert fortgesetzt wurde. Dagegen war die inducirende Wirkung des Erdmagnetismus auf die rotirende Scheibe so klein, daß sie an dem Multiplicator nicht beobachtet werden konnte.

Um in jedem Falle den Einfluß dieser Fehlerquellen auf das endliche Resultat durch die Versuche selbst aufheben zu können, wurden diese stets in folgender Weise angestellt. Nachdem die Scheibe in Umdrehung gesetzt war und diejenige Geschwindigkeit erreicht hatte, bei welcher die Nadel des Multiplicators auf den Nullpunkt zurückkommt, fing mit dem Minutenschlage der Pendeluhr das Zählen der Umdrehungen der Kurbel an; bei jedem folgenden Minutenschlage wurde die *ganze* Zahl, die der Anzahl der Umdrehungen am nächsten entsprach, gemerkt, während das Zählen von 0 an fortgesetzt wurde, wonach der Hauptstrom, nach dem Verlaufe von 2 oder 3 Minuten, durch einen Commutator umgekehrt wurde, während das Umdrehen und das Zählen ununterbrochen noch in 2 oder 3 Minuten fortgesetzt wurden. Bei dem letzten Minutenschlage wurde außerdem der Bruchtheil einer Um-

drehung geschätzt und notirt. Es war nun das Umdrehen für einen Augenblick unterbrochen, die zum Multiplicator führenden Leitungsdrähte wurden umgetauscht, so daß die Nadel den entgegengesetzten Ausschlag machte, der Multiplicator wurde aufs Neue, während die Scheibe gedreht wurde und der Hauptstrom unterbrochen war, eingestellt, und der Versuch wurde nun in derselben Weise wie vorher wiederholt.

Alle Längenmessungen wurden mit einem Kathetometer gemacht, dessen Fernrohr ich mit *zwei* achromatischen Objectiven versehen hatte, um den zu messenden Gegenstand dem Fernrohre hinlänglich nahe (150 bis 200^{mm}) bringen zu können. Zuerst wurden die Dimensionen der Scheibe und der hölzernen Rolle gemessen, nachher wurde die Rolle auf der Drehbank mit dem Kupferdrahte in 484 Windungen (16 Schichten) umwickelt, und, nachdem der Durchmesser dieser „inneren“ Rolle gemessen war, in derselben Weise noch mit 410 Windungen (14 Schichten) umwickelt. Die Resultate der Messungen waren folgende:

Dicke der Scheibe	3,40 ^{mm}
Durchmesser der Scheibe	200,00
Innerer Durchmesser der Drahtrolle	205,78
Durchmesser der inneren Rolle	237,6
Durchmesser der ganzen Rolle	266,0
Breite der Windungen	36,5.

Hieraus berechnet man, wie ich am Schlusse dieses Aufsatzes zeigen werde, die Constanten des Apparats. Für die innere Rolle findet man die Constante gleich

$$1,3433 \cdot 10^6,$$

und für die ganze Rolle

$$2,2115 \cdot 10^6.$$

Die Messungen, welche ich mit diesem Apparate ausgeführt habe, sind vornehmlich auf die Bestimmung des Leitungswiderstandes des Quecksilbers ausgegangen. Als Behälter für das Quecksilber dienten gerade cylindrische, an dem einen Ende zugeschmolzene Glasröhren. Drei Platindrähte waren in die Wände der Röhren eingeschmolzen,

der eine nahe am Boden und die beiden anderen, deren Dicke nur 0^{mm},20 betrug, ungefähr $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der Länge der Röhre vom Boden entfernt. Die letzteren Drähte reichten nur gerade innerhalb der Wand der Glasröhre. Das Quecksilber war durch Hinstehen in längerer Zeit mit Salpetersäure gereinigt; das specifische Gewicht desselben fand ich bei 5°,3 C. gleich 13,586, was bei 0° 13,598, also fast genau der Regnault'schen Zahl, entspricht.

Das Calibriren der Röhren wurde auf folgende Weise ausgeführt. Nachdem die Röhre bis an den oberen Platindraht mit Quecksilber angefüllt war, wurde dieselbe mit einer Quecksilberluftpumpe verbunden, um durch Auspumpen der Luft und Schütteln alle Luftblasen vollständig zu entfernen. Die Röhre wurde nun auf eine feste Unterlage aufgestellt, und die Höhe des Quecksilbers mit dem Kathetometer gemessen. Nachdem wurde eine kleine Menge des Quecksilbers mit einer geraden Glasröhre, die als Heber diente, weggenommen und auf die Waage gebracht, die Höhe des Quecksilbers wurde wieder gemessen, und so fort weiter bis die Oberfläche des Quecksilbers den zweiten Platindraht erreicht hatte. Ich gebe hier die Einzelheiten der Messungen für die Röhre No. 1.

h mm	p gr	$\frac{\Delta h}{\Delta p}$
152,91	2,938	1,2696
149,18	6,355	1,3550
144,55	11,317	1,3422
137,89	16,980	1,3403
130,30	25,073	1,3444
119,41	33,010	1,3418
108,77	42,080	1,3418
96,60	51,992	1,3438
83,28	60,356	1,3439
72,04	68,848	1,3471
60,60	73,303	1,3445
54,61	75,113	1,3591
52,15	77,278	1,2610

h ist die am Kathetometer gemessene Höhe des Quecksilbers, p das Gewicht des weggenommenen Quecksilbers, Δh die Höhendifferenzen und Δp die entsprechenden Gewichts-differenzen. Die Mitte der beiden dünnen Platindrähte an dem Orte gemessen, wo sie inwendig in die Röhre hineintreten, waren bei 151,18^{mm} und 49,02^{mm}, die Entfernung derselben war also 102,16. Die Temperatur des Quecksilbers war 8°,80 C.

Man findet hieraus den Widerstand der zwischen den beiden Platindrähten eingeschlossenen Quecksilbersäule bei 0° C. gleich

$$0,0018587 \text{ Q. E.},$$

indem durch Q. E. die Siemens'sche Quecksilbereinheit bezeichnet ist.

In derselben Weise wurde mit zwei anderen Röhren verfahren. Für die Röhre No. 2 war die Entfernung der beiden Platindrähte 102,54^{mm} und der Widerstand der Quecksilbersäule

$$0,0005826 \text{ Q. E.},$$

für die Röhre No. 3 war die Entfernung der Drähte 156,06^{mm} und der Widerstand

$$0,00079067 \text{ Q. E.}$$

Die Röhre No. 1 wurde nun vollständig mit Quecksilber gefüllt, und nachdem die Luftblasen in der oben angegebenen Weise weggeschafft waren, wurde die Quecksilbersäule ihrer ganzen Länge nach durch den in den Boden eingeschmolzenen und einen anderen an das offene Ende der Röhre angebrachte Platindraht in einen von 4 Bunsen's Elementen, einem Commutator und der ganzen Drahtrolle des Apparates gebildeten Stromkreis eingeschaltet. Die beiden Ableitungsdrähte der Röhre wurden mit der Scheibe des Apparats und dem Multiplicator verbunden; die Nadel des letzteren zeigte hierbei einen Ausschlag von 57½°. Beim Umdrehen der Scheibe wurde die Nadel zum Nullpunkte zurückgeführt, und es ergab sich als Resultat des auf die oben beschriebene Weise

ausgeführten Versuches genau 117 Umdrehungen der Kurbel in jeder Minute bei einem in 4 Minuten fortgesetzten Umdrehen, und wiederum genau dieselbe Zahl nach Umkehren des zum Multiplicator führenden Stromes. Die Temperatur des Quecksilbers war $6^{\circ},84$ C. Bei einem anderen Versuche, der genau dasselbe Resultat herbeiführte, war die Temperatur des Quecksilbers $6^{\circ},40$; das Mittel dieser beiden Temperaturen ist $6^{\circ},62$ C.

Jede Umdrehung der Kurbel entsprach 4 Umdrehungen der Scheibe. Die Uhr gab nicht genau die mittlere Zeit an, indem der Verlauf zwischen jedem Minutenschlage 59,185 Secunden betrug. Die Zahl der Umdrehungen der Scheibe war also in den obigen Versuchen

$$\frac{4 \cdot 117}{59,185} = 7,9074,$$

welche Zahl mit der für die ganze Rolle berechneten Constante ($2,2115 \cdot 10^6$) multiplicirt giebt

$$17,487 \cdot 10^6$$

für den in absoluten Einheiten gerechneten Widerstand der Quecksilbersäule bei $6^{\circ},62$ C. Dieser Widerstand wird durch die Multiplication mit $1 - 0,00075 t$, wo $t = 6,62$ ist, auf 0° reducirt. Bezeichnen wir ferner 10^{10} absolute Widerstandseinheiten ($\frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$) durch O. E. (eine Ohm's Einheit), so erhalten wir

$$0,0018587 \text{ Q. E.} = 0,0017400 \text{ O. E.},$$

woraus folgt

$$1 \text{ Q. E.} = 0,9362 \text{ O. E.}$$

Für die Röhre No. 2 fand ich, wenn nur die innere Drahtrolle in den Hauptstrom eingeschaltet war,

$$60, 60, 61 \quad | \quad 60, 60, 61$$

Umdrehungen der Kurbel bei einem in 6 Minuten fortgesetzten Zählen, wobei der Hauptstrom nach dem Verlaufe der ersten 3 Minuten umgekehrt war, und nach Umtauschung der zum Multiplicator führenden Leitungsdrähte

$$60, 61, 60 \quad | \quad 60, 61, 60.$$

Die Temperatur des Quecksilbers war $9^{\circ} 1 \text{ C.}$ Hieraus ergibt sich, indem die Constante hier gleich $1,3433 \cdot 10^6$ ist,

$$1 \text{ Q. E.} = 0,9338 \text{ O. E.}$$

Für dieselbe Röhre mit der ganzen Drahtrolle verbunden war die Anzahl der Umdrehungen

$$36, 37, 36 \quad | \quad 37, 37, 36$$

$$36, 36, 37 \quad | \quad 37, 37, 37\frac{1}{4},$$

bei $6^{\circ},60 \text{ C.}$, woraus man findet

$$1 \text{ Q. E.} = 0,9339 \text{ O. E.}$$

Die Versuche mit der Röhre No. 3 und der inneren Drahtrolle allein ergaben

$$81, 81, 82 \quad | \quad 81, 82, 82$$

$$81, 82, 81 \quad | \quad 81, 82, 82\frac{1}{4}$$

Umdrehungen bei $5^{\circ},22 \text{ C.}$, und für dieselbe Röhre mit der ganzen Drahtrolle verbunden wurden

$$49, 50, 50 \quad | \quad 49, 49, 50$$

$$49, 50, 50 \quad | \quad 49, 49, 50$$

Umdrehungen bei derselben Temperatur gemacht. Die hieraus berechneten Resultate sind

$$1 \text{ Q. E.} = 0,9324 \text{ O. E.}$$

$$1 \text{ Q. E.} = 0,9320 \text{ O. E.}$$

Als Mittel dieser fünf Versuche ergibt sich

$$1 \text{ Q. E.} = 0,9337 \text{ O. E.,}$$

oder die Quecksilbereinheit ist $0,9337 \cdot 10^{10}$ absoluten Einheiten gleich.

Ich habe zugleich versucht den Widerstand eines Etalons von Siemens in absolutem Maasse zu bestimmen, doch gelang es mir nicht die erwünschte Genauigkeit bei dieser Bestimmung zu erreichen, indem der Widerstand des Etalons viel zu groß war, um mit meinem Apparate unmittelbar gemessen werden zu können. Ich werde mich deshalb nicht bei den Einzelheiten dieser Messungen, die außerdem nur von geringfügigem Belange sind, aufhalten. Zur Vergleichung diente ein 66 Meter langer, $1,79^{\text{mm}}$ dicker Kupferdraht, dessen specifischen Leitungswiderstand ich durch mehrere an verschiedenen Stellen des Drahtes mit

meinem Apparate ausgeführte Messungen gleich 193500 bei $9^{\circ},2$ C. fand; derselbe war also 48,25 Mal kleiner als derjenige des Quecksilbers bei 0° . Dieser Draht wurde nun nach der Wheatstone'schen Methode mit dem Etalon verglichen, wobei der Widerstand dieses Etalons gleich 0,943 O. E. gefunden wurde.

Das oben angegebene Resultat meiner unmittelbaren Bestimmungen des absoluten Widerstandes der Quecksilbereinheit, wo der Fehler des resultirenden Mittelwerthes kaum über 0,2 Procent wird hinausgehen können, ist ungefähr um 2 Procent niedriger als der von dem britischen Comité gefundene Werth (0,9629 und 0,9564 O. E.), der wiederum niedriger ist als die von anderen Beobachtern (vielleicht mit Ausnahme von Kirchhoff)¹⁾ gefundenen Werthe, indem Weber den Werth 1,0257 O. E. und zuletzt Kohlrausch 0,9705 O. E. gefunden haben. Es hat sich also durch meine Messungen die von mir im Anfange dieses Aufsatzes ausgesprochene Vermuthung bestätigt, nämlich dafs die Nichtübereinstimmungen der bisherigen Resultate in den angewendeten Methoden selbst ihren Grund haben und namentlich von dem Umstande herrühren, dafs die früheren Versuche mit inducirten Strömen von veränderlicher Intensität ausgeführt worden sind. Zum Theil wird diese Annahme schon durch die von dem britischen Comité veröffentlichte Beobachtungsreihe²⁾ bekräftigt, indem die mit den gröfseren Umdrehungsgeschwindigkeiten angestellten Versuche ein im Verhältnifs zum Mittelwerthe um etwas zu hohes Resultat und die anderen Versuche ein zu niedriges Resultat gegeben haben.

In einem früheren Aufsatz „Bestimmung der Wärmegrade in absolutem Maafse“³⁾ hatte ich schon einen Zweifel über die Richtigkeit der mit veränderlichen Inductionsströmen ausgeführten Widerstandsmessungen ausgesprochen,

1) Pogg. Ann. Bd. 76, Berliner Berichte 1851, S. 781.

2) *Rep. of the Brit. Ass.* 1864. Pogg. Ann. Bd. 126.

3) Pogg. Ann. Bd. 147.

allein es zeigt sich nun, daß die Abweichungen in dem entgegengesetzten Sinne von dem, was ich damals vermuthete, gehen. In welcher Weise es sich nun mit der Wärmeentwicklung eines elektrischen Stromes in einem Leiter, dessen Widerstand in absoluten Einheiten bestimmt ist, verhält, darüber können nur zukünftige Versuche die entscheidende Antwort geben. Aus den Versuchen, die wir bis jetzt haben, nämlich von v. Qu. Icilius¹⁾ und H. Weber²⁾ scheint hervorzugehen, daß die beobachtete Wärmeentwicklung größer sey als die aus der Theorie berechnete.

Einige andere Versuche, die ich mit meinem Apparat angestellt habe, werde ich nur noch kürzlich erwähnen. Wenn der Hauptstrom unterbrochen wird, während die Scheibe gedreht wird und die Nadel des Multiplicators auf dem Nullpunkt steht, so empfängt die Nadel einen Stoß und sie macht einen Ausschlag von mehreren Graden. Die Richtung des Ausschlages zeigt an, daß der abgeleitete Strom im Augenblicke der Unterbrechung des Hauptstromes das Uebergewicht über den in der Scheibe inducirten Strom hat. Umgekehrt verhält es sich beim Schließen des Hauptstromes

Auch wurden Versuche mit intermittirendem Hauptstrom angeestellt, indem ein Selbstunterbrecher in den Stromkreis eingeschaltet wurde. Um einen ruhigen Stand der Multiplicatornadel zu erhalten ist hierbei aufzupassen, daß der Contact zwischen Scheibe und Feder gut hergestellt ist, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man bei constantem Hauptstrom die Scheibe so herumdreht, daß der inducirte und der abgeleitete Strom einander verstärken. Wenn alsdann ein größerer und zugleich ein ruhiger Ausschlag der Nadel erhalten wird, so kann man den Contact als gut ansehen, da in entgegengesetztem Falle die Nadel sich sehr unruhig zeigen würde. Meine mit intermittirendem Hauptstrom ausgeführten Versuche ga-

1) Pogg. Ann. Bd. 101.

2) Inauguraldissertation, Leipzig 1863.

ben zwar für den gemessenen Widerstand ein etwa um ein Procent zu hohes Resultat, allein ich schreibe diesen Unterschied auf die Rechnung der Beobachtungsfehler, indem es bei diesen Versuchen schwieriger war die Nadel in völliger Ruhe zu halten, und bei einem unruhigen Stande der Nadel ist man meiner Erfahrung nach geneigt die Scheibe um etwas zu schnell herumdrehen.

Da man vielleicht einiges Bedenken gegen die Anwendung der ziemlich (7 bis 14^{mm}) dicken Quecksilbersäulen hegen könnte, stellte ich einige Versuche an um zu untersuchen, ob die Länge der über dem oberen Platindraht stehenden Quecksilbersäule auf das Resultat einigen Einfluß ausüben konnte. Diese Länge war in den oben beschriebenen Versuchen ungefähr eben so groß wie die Entfernung der beiden ableitenden Platindrähte. Ich wiederholte nun die Versuche mit der Röhre No. 3 bei kleineren Höhen des Quecksilbers, allein es zeigte sich kein Unterschied in den Resultaten bevor ich so viel von dem Quecksilber weggenommen hatte, daß dasselbe nur gerade den oberen Platindraht deckte und mit seiner Kuppe ungefähr um ein Millimeter darüber stand. In diesem Falle war der gefundene Widerstand um ein Procent zu klein, das heißt, die elektromotorische Kraft des abgeleiteten Stromes war jetzt um ein Procent verringert. Seitdem habe ich die Richtigkeit dieses Resultates durch Berechnung bestätigt gefunden, indem ich die Fortpflanzung eines constanten elektrischen Stromes in einem geraden circularen Cylinder, an dessen Endflächen der Strom durch eine Drahtleitung zu- und abgeleitet wird, berechnet habe. Da indessen diese Berechnung hier kein besonderes Interesse haben kann, werde ich mich auf die Bemerkung beschränken, daß die erwähnte mathematische Aufgabe durch Hülfe der Bessel'schen Funktion sich in voller Allgemeinheit lösen läßt.

Berechnung der Constanten des Apparates. Man denke sich durch einen circularen Leiter einen elektrischen Strom,

dessen Intensität gleich Eins ist, geleitet. Concentrisch mit diesem Leiter und in einer parallelen Ebene sey ferner eine unendlich dünne circulare Scheibe mit gleichförmiger Geschwindigkeit ein Mal in der Secunde herumgedreht. Es wird alsdann durch die Induction ein elektrischer Spannungsunterschied p zwischen dem Centrum und der Peripherie der Scheibe entstehen.

Um die Gröfse p zu berechnen, denke man sich die Einheit der Elektrizitätsmenge in jeder Secunde vom Centrum zur Peripherie der Scheibe geleitet; es entsteht alsdann ein elektrodynamischer Widerstand gegen das Umdrehen der Scheibe, wenn dasselbe in dem Sinne der Bewegung der positiven Elektrizität in dem festen Leiter vor sich geht, und diejenige Arbeit, die zur Ueberwindung dieses Widerstandes in der Secunde erfordert wird, ist nun dem gesuchten Spannungsunterschiede p gleich. Da die ganze vom Centrum zur Peripherie der Scheibe hindurchgeleitete Elektrizitätsmenge durch jeden mit der Peripherie concentrischen Kreis der Scheibe hindurchgeht, und da die elektrodynamische Wirkung des festen Stromleiters in jedem Punkte eines solchen Kreises die nämliche ist, so kann man sich auch die Elektrizität allein durch einen linearen Leiter vom Centrum zur Peripherie der Scheibe geleitet denken, und p wird alsdann derjenigen Arbeit gleich seyn, die erfordert wird, um diesen radialen von der Einheit der Stromstärke durchströmten Leiter ein Mal umzudrehen.

Der Radius der Scheibe sey r , der Radius des circularen Leiters R , die Entfernung der Scheibe von der Ebene sey a . Man wird alsdann von den bekannten elektrodynamischen Gesetzen ausgehend finden, dafs die erwähnte Arbeit und somit der Spannungsunterschied p durch

$$p = 2\pi \int_0^{2\pi} d\theta \frac{r R \cos \theta}{\sqrt{R^2 + r^2 + a^2 - 2Rr \cos \theta}}$$

ausgedrückt ist.

Man setze in diese Gleichung

$$c = \frac{(R-r)^2 + a^2}{(R+r)^2 + a^2}, \quad c' = 1 - c = \frac{4Rr}{(R+r)^2 + a^2}, \quad \theta = \pi - 2\varphi,$$

ein, wodurch dieselbe in

$$p = 4\pi \sqrt{rRc'} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \frac{2\sin^2 \varphi - 1}{\sqrt{1 - c' \sin^2 \varphi}}$$

übergeht.

Führen wir hier die aus der Theorie der elliptischen Functionen bekannten Bezeichnungen

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - c \sin^2 \varphi}}, \quad K' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - c' \sin^2 \varphi}},$$

$$E' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - c' \sin^2 \varphi},$$

ein, so erhalten wir

$$p = 4\pi \sqrt{rRc'} \left(\frac{2-c'}{c'} K' - \frac{2}{c'} E' \right).$$

Nun hat man bekanntlich

$$E' = cK' - 2cc' \frac{dK'}{dc},$$

also wird

$$p = 4\pi \sqrt{rRc'} \left(K' + 4c \frac{dK'}{dc} \right).$$

Indem wir jetzt c als eine ziemlich kleine GröÙe betrachten, wird es die Aufgabe seyn, K' in eine Reihe nach steigenden Potenzen von $c = 1 - c'$ zu entwickeln. Man kann sich hierzu der aus der Theorie der elliptischen Functionen bekannten Gleichung

$$cc' \left(K' \frac{dK}{dc} - K \frac{dK'}{dc} \right) = \frac{\pi}{4}$$

bedienen, welche Gleichung durch Integration

$$K' = -\frac{\pi}{2} K \int \frac{dc}{cc' K^2}$$

gibt, während die Constante dieses Integrales durch den

für unendlich kleine Werthe von c geltenden Gränzwert
 $K' = \frac{1}{2} l \frac{16}{c}$ bestimmt ist.

Man entwickle nun K in eine Reihe nach steigenden Potenzen von c , nämlich

$$K = \frac{\pi}{2} (1 + \frac{1}{4}c + \frac{9}{64}c^2 + \dots),$$

und findet alsdann

$$K' = \frac{1}{2} l \frac{16}{c} (1 + \frac{1}{4}c + \frac{9}{64}c^2 + \dots) - \frac{1}{4}c - \frac{21}{128}c^2 - \dots$$

Dieser Werth von K' in den oben für p gefundenen Ausdruck eingesetzt, macht

$$p = 2\pi \sqrt{rR} \left[l \frac{16}{c} (1 + \frac{1}{4}c + \frac{9}{64}c^2 + \dots) - 4 - \frac{3}{2}c - \frac{9}{64}c^2 - \dots \right].$$

Anstatt des linearen Leiters werden wir nun einen concentrischen Ring mit rectangulärem Durchschnitte annehmen, und derselbe sey von einer m Mal größeren Elektrizitätsmenge durchströmt. Die Radien der inneren und der äußeren cylindrischen Fläche dieses Ringes seyen R_1 und R_2 , und die Entfernungen der beiden ebenen Flächen des Ringes von der Ebene der rotirenden Scheibe seyen a_1 und a_2 . Wenn wir alsdann den elektrischen Spannungsunterschied zwischen dem Centrum und der Peripherie der Scheibe mit P bezeichnen, so ist

$$P = m \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{a_2 - a_1} p.$$

Wir setzen hier

$$R = r(1 + \beta), \quad a = r\alpha,$$

und also

$$c = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{4(1 + \beta)} - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{16}.$$

Das doppelte unbestimmte Integral von $d\alpha d\beta p$ können wir nun auf die Form bringen:

$$\int d\alpha \int d\beta p = 2\pi r \left[A(\alpha, \beta) l \frac{64}{\alpha^2 + \beta^2} + B(\alpha, \beta) \arctan\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) + C(\alpha, \beta) \right],$$

indem

$$A(\alpha, \beta) = \alpha\beta + \frac{1}{4}\alpha\beta^2 + \frac{1}{12}\alpha^2 + \frac{1}{48}\alpha\beta^3 + \frac{1}{16}\alpha^2\beta \\ - \frac{1}{128}\alpha(\alpha^2 + \beta^2)^2 + \dots$$

$$B(\alpha, \beta) = \alpha^2 - \beta^2 - \frac{1}{2}\beta^3 + \frac{1}{12}\alpha^4 - \dots$$

$$C(\alpha, \beta) = -\alpha\beta + \frac{1}{12}\alpha\beta^2 + \frac{5}{36}\alpha\beta^3 + \frac{1}{12}\alpha^2\beta \\ - \frac{11}{768}\alpha\beta^4 + \frac{9}{128}\alpha^3\beta^2 - \dots$$

Bezeichnen wir mit $P(\alpha, \beta)$ das obige Integral $\int d\alpha \int d\beta p$, und wird

$R_1 = r(1 + \beta_1)$, $R_2 = r(1 + \beta_2)$, $a_1 = r\alpha_1$, $a_2 = r\alpha_2$ gesetzt, so erhalten wir endlich

$$P = \frac{m}{(\beta_2 - \beta_1)(\alpha_2 - \alpha_1)} \left[P(\alpha_2, \beta_2) - P(\alpha_1, \beta_2) - P(\alpha_2, \beta_1) \right. \\ \left. + P(\alpha_1, \beta_1) \right].$$

Es ist hierbei vorausgesetzt, daß die Scheibe unendlich dünn sey. Denken wir uns dieselbe um die GröÙe x in die Richtung der Axe verschoben, so werden a_1 und a_2 in $a_1 - x$ und $a_2 - x$ und der zuerst gefundene Ausdruck für P in

$$m \int_{R_2}^{R_1} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1 - x}^{a_2 - x} \frac{da}{a_2 - a_1} p$$

übergehen.

Wenn also die Scheibe die Dicke 2ε hat, so erhält man anstatt P den Werth

$$m \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{dx}{2\varepsilon} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1 - x}^{a_2 - x} \frac{da}{a_2 - a_1} p,$$

indem x alle Werthe von $-\varepsilon$ bis $+\varepsilon$ hindurchläuft und die Entfernungen a_1 und a_2 von der Ebene an, die dem $x = 0$ entspricht, gerechnet sind.

Wenn die Dicke der Scheibe klein ist, so kann der letztere Ausdruck annäherungsweise gleich

$$P + \frac{\varepsilon^2 m}{6} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{a_2 - a_1} \frac{d^2 p}{da^2}$$

gesetzt werden, und man wird also zu dem oben gefundenen Werth von $P(\alpha, \beta)$ die Correction

$$\frac{\epsilon^2}{6r^2} \frac{d^2 P(\alpha, \beta)}{d\alpha^2}$$

hinzuzufügen haben.

Endlich tritt in dem Apparate eine Drahtrolle an die Stelle des in der Rechnung angenommenen Ringes. Wenn die Anzahl der Windungen der Drahtrolle gleich m ist, und wenn in jeder Secunde die Elektricitätseinheit durch jede Windung hindurchgeht, so werden m Elektricitätseinheiten durch den Durchschnitt der Rolle in der Secunde hindurchgehen, was dieselbe Elektricitätsmenge ist, die wir für den Ring angenommen haben. Der einzige Unterschied zwischen Ring und Drahtrolle ist, daß sich bei der letzteren nichtleitende Zwischenräume zwischen den Windungen befinden. Die hieraus erfolgende Correction für $P(\alpha, \beta)$ wird indeß im vorliegenden Falle ohne Bedeutung werden, weshalb ich mich darauf beschränken werde, nur das Resultat der Rechnung anzugeben, nämlich, daß die dem $P(\alpha, \beta)$ hinzuzufügende Correction gleich

$$-\frac{\eta^2}{24r^2} \left(\frac{d^2 P(\alpha, \beta)}{d\alpha^2} + \frac{d^2 P(\alpha, \beta)}{d\beta^2} \right)$$

seyn würde, wenn der Draht der Rolle linear wäre und η die Entfernung zweier benachbarten Windungen ist. Diese Correction beträgt indessen nicht 0,01 Procent, und da der Draht eine endliche Dicke hat, so ist dieselbe in der That noch kleiner.

In meinem Apparate ist für die ganze Drahtrolle $m = 894$, $\alpha_2 = -\alpha_1 = 0,1825$, $\beta_2 = 0,330$, $\beta_1 = 0,0289$,

$$\epsilon = 0,017, \eta = 0,0118,$$

und für die innere Rolle

$$m = 484, \beta_2 = 0,188,$$

während die anderen Größen die nämlichen bleiben.

Man findet im ersten Falle

$$P = 2,2124 \cdot 10^6,$$

und die Correction wegen der Dicke der Scheibe gleich — 0,04 Procent.

Für die innere Rolle findet man

$P = 1,3440 \cdot 10^6$, die Correction — 0,05 Procent.

VIII. *Gegen eine Bemerkung des Hrn. A. Schrauf über meinen Aufsatz: Zur Lehre von den Krystallzwillingen; von E. Reusch.*

In meinem Aufsatz über Krystallzwillinge habe ich

- 1) Die Anwendung der *stereographischen* Projection auf dieses Problem gezeigt,
- 2) nachgewiesen, wie in einfachster Weise die Hauptformeln für Zwillinge aus dem Fundamentalsatz über vier Pole derselben Zone für *jedes* Krystallsystem abgeleitet werden können.

So viel ich weiß ist Beides neu. Wenn nun bei Anwendung des allgemeinen Satzes auf specielle Fälle einige längst bekannte Formeln sich ergeben, so liegt das in der Natur der Sache, und es ist schwer zu begreifen, wie Jemand hieran Prioritätsansprüche knüpfen konnte. Daß aber Hr. Schrauf überhaupt nicht in der Lage war, meine auf die stereographische Projection basirte Arbeit zu würdigen, dürfte aus S. 229 und 230 seines Lehrbuchs der physikalischen Mineralogie hervorgehen, wo die Erläuterungen der sogenannten Neumann-Miller'schen Kugelprojection deutlich zeigen, daß ihm die geometrischen Principien dieser schönen, von ihm selber vielfach angewandten Darstellungsmethode unbekannt sind.

Tübingen 19. Juni 1873.

**IX. Historische Bemerkung betreffend das von
Hrn. Mousson angegebene Verfahren zur Unter-
suchung der Dispersion; von E. Mach.**

Das Verfahren, welches Hr. Mousson ¹⁾ angiebt, ist schon von Kundt ²⁾ bei der Untersuchung der anomalen Dispersion angewandt worden. Ich selbst verwende das Princip seit Jahren bei Collegienversuchen, habe aber erst in einer im August 1872 erschienenen Schrift ³⁾ darüber berichtet. Auch Hr. Dvořák ⁴⁾ hat auf meinen Rath dasselbe Princip mit Erfolg zur Untersuchung der Talbot'schen Streifen angewendet. Alle diese Versuche haben aber nur einen sehr geringen Anspruch auf Originalität, indem die Kreuzung des Gitters und des Prismas schon von Fraunhofer ⁵⁾ verwendet worden ist.

**X. Eine neue Methode Kreistheilungen zu unter-
suchen; von G. Quincke.**

(Aus d. Götting. Nachr., vom Verf.)

Die Aufgabe, eine Kreistheilung zu untersuchen, an welcher die Lage zweier Fernröhre mit Ablese-Mikroskopen auf einige Secunden genau bestimmt werden sollte, hat mich auf eine Untersuchungs-Methode geführt, welche Bequemlichkeit und Genauigkeit vereinigt und meines Wissens bisher noch nicht beschrieben worden ist.

Die Fernröhre sind mit einem Gauß'schen Ocular versehen (Astron. Nachr. 579, 31. 10. 1846), bei welchem

1) Pogg. Ann. Bd. 148, S. 660.

2) Pogg. Ann. Bd. 144, S. 133.

3) Optisch-akustische Versuche. Die spectrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper. Prag-Calve 1872.

4) Pogg. Ann. Bd. 147, S. 607.

5) Denkschriften d. Münchener Akademie Bd. 8, S. 11, 25.

durch ein unter 45° gegen die Fernrohraxe geneigtes Plan-
glas zwischen Ocularlinse und Eadenkreuz das letztere be-
leuchtet werden kann.

Das Fernrohr ist auf Unendlich und seine Axe nor-
mal gegen eine planparallele Glasplatte gestellt, wenn das
Fadenkreuz mit dem Spiegelbild zusammenfällt, welches
die von der Glasplatte zurückgeworfenen Strahlen ent-
werfen.

Die Glasplatte kann normal gegen die Kreistheilung
mit Wachs auf einem drehbaren Tischchen in der Mitte
derselben aufgestellt werden. Axe und Drehungsaxe des
Fernrohrs stehen genau senkrecht gegeneinander, wenn
Fadenkreuz und Spiegelbild desselben zusammenfallen, auch
nachdem das Fernrohr um 180° gedreht worden ist. Bei
verschiedenen Lagen des mit der Kreistheilung fest ver-
bundenen Planglases ergibt sich dadurch auch gleichzeitig
die etwa vorhandene Excentricität der Drehungsaxe gegen
den Mittelpunkt der Kreistheilung. Der größeren Licht-
intensität wegen benutzte ich Steinheil'sche Planparal-
lelgläser, deren eine Seite mit Silber belegt und polirt
worden ist.

Zwei Planparallel-Spiegel werden mit Wachs auf dem
Tischchen senkrecht gegen die Fernrohr-Axen befestigt.
Sie stehen genau senkrecht gegeneinander, wenn der von
ihnen gebildete Winkelspiegel die durch doppelte Reflexion
erzeugten beiden Spiegelbilder eines Fernrohrfadenkreuzes
mit diesem selbst zusammenfallen läßt.

Stellt man die Axen der Fernröhre 1 und 2 durch
Reflexion der beleuchteten Fadenkreuze normal gegen die
beiden Flächen des Winkelspiegels, so bilden sie genau
einen Winkel von 90° mit einander. Verschiedene Lagen
des Winkelspiegels bestimmen dann je 4 um 90° von ein-
ander entfernte Punkte der Kreistheilung.

Zwei Planglaser bilden genau einen Winkel von 120°
oder 60° mit einander, wenn zwei einzeln normal gegen
dieselben gestellten Fernröhre gleichzeitig durch doppelte
Reflexion das Fadenkreuz des Fernrohrs 1 im Fadenkreuz
von Fernrohr 2 erscheinen lassen und umgekehrt. Stellt
man bei verschiedener Lage des Winkelspiegels von 120°
oder 60° die beiden Fernröhre normal gegen die einzelnen
Spiegelflächen, so erhält man durch die Ablesungen der
Kreistheilung Punkte, die genau um 60° resp. 120° von
einander abstehen.

Bilden die beiden Plangläser einen Winkel $180 - 2\varphi$, die normal gegen dieselben gestellten Fernrohr-Axen einen Winkel 2φ mit einander, so läßt sich mit Wachs ein drittes Planglas auf dem Tischchen in der Mitte der Kreistheilung so befestigen, daß es die von dem Fadenkreuz des Fernrohrs 1 ausgehenden Strahlen nach dem Fadenkreuz des Fernrohrs 2 reflectirt. Das Planglas 3 ist dann unter dem Winkel φ gegen das Planglas 1 oder 2 geneigt und der aus 1 und 3 oder 2 und 3 gebildete Winkelspiegel kann wieder benutzt werden, die Fernrohraxen senkrecht gegen die Spiegelflächen zu stellen und Punkte der Kreistheilung zu bestimmen, die um den Winkel φ von einander entfernt sind.

Aus den Winkeln 90° und 60° erhält man mit diesem dritten Planspiegel also Winkel von 45° und 30° , aus diesem Winkel von $22\frac{1}{2}^\circ$ und 15° u. s. f.

Sollte Jemand eine Schwierigkeit finden die Plangläser mit Wachs und der freien Hand in die richtige Lage zu bringen, so wird sich diese Schwierigkeit durch eine einfache Vorrichtung mit Schraube und Druckfeder leicht beseitigen lassen.

Die Methode der Reflexion des Fadenkreuzes erlaubt auch Winkel von Glasprismen mit denen von Winkelspiegeln zu vergleichen, und mit dem unveränderlichen Winkel eines Glasprismas von genau 90° 60° 30° 20° 10° usw. die Kreistheilung auszumessen und zu calibriren. Das letztere habe ich noch nicht ausführen können, da die seit längerer Zeit für diesen Zweck bestellten Glasprismen noch nicht in meinem Besitze sind.

Die beschriebene Methode Kreistheilungen zu untersuchen ist bequem und genau, so weit die Vergrößerung der Fernröhre reicht und eine Unterscheidung der Ocularfäden möglich ist, d. h. so genau als man überhaupt mit dem betreffenden Apparat sehen kann. Da auch die Vollkommenheit der Plangläser mit dem Fernrohr leicht controlirt werden kann, so ist sie vielleicht auch bei der Herstellung einer neuen und genauen Kreistheilung mit Vortheil zu verwenden.

Würzburg den 1. Juni 1873.

I. *Optische Experimental-Untersuchungen;*
von G. Quincke.

XVI. Ueber das Verhalten des polarisirten Lichtes bei der Beugung.

(Fortsetzung von Pogg. Ann. Bd. 146, S. 65. 1872.)

Die Aenderungen, welche linear polarisirtes Licht bei der Beugung durch Gitter erleidet, sind schon mehrfach untersucht worden.

Stokes¹⁾ fand, daß die Polarisationssebene des linear polarisirten Lichtes nach dem Durchgange und der Beugung durch ein mit dem Diamanten in Glas getheiltes Gitter (Furchenabstand $0^{\text{mm}},01954$) sich von der Furchenrichtung um so mehr entfernte, je größer der Beugungswinkel war.

Holtzmann²⁾ kam bei Ruffgittern zu dem entgegengesetzten Resultat; bei Furchengittern fand derselbe Beobachter bald das eine, bald das andere.

Lorenz³⁾ fand linear polarisirtes Licht nach dem Durchgang durch Drahtgitter oder Goldgitter elliptisch, nach dem Durchgang durch Ruffgitter linear polarisirt. Die Polarisationssebene entfernte sich bei den letzteren, im Widerspruch mit den Holtzmann'schen Versuchen von der Richtung der Gitterstriche, oder näherte sich der Hauptbeugungsebene, wenn der Rufs den einfallenden Strahlen

1) *Cambr. trans.* IX. 2. p. 42. 1852.

2) *Pogg. Ann.* Bd. 99, S. 450. 1856.

3) *Pogg. Ann.* Bd. 111, S. 325. 1860.

zugewandt war. Fiel das Licht vom Glase her auf das Rulsgitter, so war die Drehung der Polarisationssebene nach der Beugung sehr gering

Ferner fand Stokes ¹⁾, daß die verschiedenen Farben nach der Beugung durch das oben erwähnte Furchengitter in verschiedenen Ebenen und nicht vollständig linear, sondern elliptisch polarisirt waren; das letztere war bei gleichem Beugungswinkel viel auffallender, wenn die geritzte Fläche dem einfallenden Lichte zugewandt, als wenn sie von demselben abgewandt war. War die geritzte Fläche dem im Azimuth 45° stehenden polarisirenden Nicol'schen Prisma zugewandt und normal gegen die auffallenden Strahlen, so war das mit dem Beugungswinkel $59^\circ 52'$ austretende Licht nahezu weiß. Drehte man das analysirende Nicol'sche Prisma allmählich durch das Azimuth, welches der geringsten Lichtintensität entsprach, hindurch, so wurde das Licht grünlich gelb, blau, pflaumenfarbig und röthlich.

Für $\alpha = -45^\circ$ mußte das analysirende Nicol'sche Prisma in der entgegengesetzten Richtung gedreht werden, um dieselbe Farbenfolge zu erhalten. Die Polarisationssebene der gebeugten Strahlen bildete mit der Beugungsebene einen kleineren Winkel für Blau, wie für Roth.

Arago ²⁾ fand das durch Reflexion an in Glas getheilten Furchengittern gebeugte Licht polarisirt. An dem durchgehend gebeugten Licht konnte er keine Polarisation wahrnehmen.

Fraunhofer ³⁾ liefs gewöhnliches Licht von einem mit dem Diamanten geschnittenen Furchengitter mit dem Furchenabstand $0^{\text{mm}},003311 = 0'',0001223$ reflectiren. Bei den Einfallswinkeln $69^\circ 40'$ und 49° war das Licht der Fraunhofer'schen Linie *E* resp. im 1^{sten} Spectrum links, oder im 1^{sten} oder 2^{ten} Spectrum rechts vollständig (linear) polarisirt, während die anderen Farben desselben Spectrums

1) l. c. S. 43.

2) Arago's Werke, deutsch von Hankel, Bd. 10, S. 61 (1812).

3) Gilbert's Ann. Bd. 74, S. 364. 1823.

partiell polarisirtes Licht zeigten. Eine Aenderung des Einfallswinkels liefs die Erscheinung in den verschiedenen Spectren sich verschieden schnell ändern. Bei Gittern mit anderem Furchenabstand mußten die Einfallswinkel anders gewählt werden, um das Licht der genannten Spectra zu polarisiren.

Brewster ¹⁾ liefs weißes Licht von einem Stahlgitter (Furchenabstand $0^{\text{mm}},00254$) unter einem Winkel von 30° reflectiren. Das direct reflectirte Licht war blau oder roth, je nachdem das Licht \neq oder \perp zu den Furchen, d. h. \perp oder \neq zur Einfalls- oder Hauptbeugungsebene polarisirt war. Bei anderen Einfallswinkeln war die Polarisation weniger deutlich.

Mascart ²⁾ leitete in den oberen Theil eines Collimatorspaltes Licht \neq , in dem unteren Licht \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt. Nach dem Austritt aus dem Collimator traf das Licht auf ein mit dem Diamanten in Glas getheiltes Furchengitter. Im durchgehenden und reflectirten Licht sah er dann zwei Reihen Beugungsspectra übereinander, welche für kleine Beugungswinkel dieselbe Intensität zeigten. Bei Beugungswinkeln $> 30^{\circ}$ überwog die Intensität des Lichtes \neq der Hauptbeugungsebene polarisirt, und zwar um so mehr, je größer der Beugungswinkel war.

Ditschejner ³⁾ bestimmte an dem von einem Furchengitter reflectirten, ursprünglich linear polarisirten Lichte Phasenunterschied und Amplitudenverhältniß für die Fraunhofer'sche Linie b mit einer Krystallplatte und einem analysirenden Nicol'schen Prisma. Der Abstand der mit dem Diamanten in Glas geschnittenen Furchen betrug $0^{\text{mm}},0046317$. In den verschiedenen Beugungsspectren hatten die \neq und \perp zur Einfallsebene polarisirten Componenten verschiedenen Gangunterschied (0 oder $\frac{\lambda}{2}$)

1) C. R. XXX, p. 497. 1850.

2) C. R. LXIII, p. 1005. 1866.

3) Wien. Sitzungsber. 15. 7. 1869. vgl. LX.

und verschiedene Schwächung erlitten. Die \perp zur Einfallsebene polarisirte Componente war stets mehr geschwächt, als die \parallel zur Einfallsebene polarisirte.

Da diese Versuche über die Beugung des polarisirten Lichtes nicht streng die der Theorie zu Grunde liegenden Voraussetzungen erfüllen, so kann man aus denselben, zumal sich die Beobachtungen zum Theil zu widersprechen scheinen, nicht auf die Lage der Schwingungen der Aethertheilchen gegen die Polarisationssebene schließen, wie das die Theorien und theoretischen Betrachtungen von Stokes¹⁾, Holtzmann²⁾, Lorenz³⁾ und Strutt⁴⁾ versucht haben, und später hat auch Stokes⁵⁾ wiederholt die Nothwendigkeit einer ausgedehnten Experimental-Untersuchung zur Feststellung der Thatsachen betont.

Die im Folgenden beschriebenen Versuche werden unter anderem zeigen, daß das Licht \parallel zur Hauptbeugungsebene polarisirt größere, kleinere oder dieselbe Intensität wie das Licht \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt haben kann, daß also über die Lage der Aetherschwingungen gegen die Polarisationssebene aus Versuchen über Beugung nichts entschieden werden kann⁶⁾.

§. 160.

Die Beugung des Lichtes bei Gittern mit undurchsichtigen oder durchsichtigen Stäben, bei Furchen- oder Hügelgittern muß nach der früher⁷⁾ von mir gegebenen Theorie in derselben Weise vor sich gehen, mag das einfallende Licht \parallel oder \perp zur Hauptbeugungsebene (xz Ebene) polarisirt seyn. Lichtintensität und Phasenänderung an den den Maximis 2^{ter} Klasse entsprechenden

1) *Cambr. trans.* IX, p. 35. 1851.

2) *Pogg. Ann.* Bd. 99, S. 446. 1856.

3) *Pogg. Ann.* Bd. 111, S. 321. 1860.

4) *Phil. Mag.* XLI, p. 450. 1871.

5) *Phil. Mag.* (4) XIII, p. 159. 1857; auch *Pogg. Ann.* Bd. 101, S. 156. 1857; *Phil. Mag.* (4) XVIII, p. 427. 1859.

6) Vergl. unten §. 184 u. 187.

7) *Pogg. Ann.* Bd. 146, S. 2. 1872.

Stellen des Gesichtsfeldes sind nach Gl. 16 und 17 §. 148 für eine Reihe von $p + 1$ congruenten Oeffnungsgruppen nebeneinander durch die Lichtintensität und Phasenänderung bestimmt, welche einer einzigen Oeffnungsgruppe entsprechen würde. Die Gl. 6, 7, 8, 9 zeigen aber, daß auch bei einer einzigen Oeffnungsgruppe das Verhältniß der Lichtintensitäten oder der Phasenunterschied der Strahlen \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt derselbe seyn muß für beliebige Beugungswinkel, wie wenn das Licht direct von der Oeffnung oder dem unverletzten Theile der Glasplatte durchgelassen oder reflectirt worden wäre.

Im Folgenden wird sich zwar zeigen, daß in manchen Punkten diese Theorie nicht mit den Thatsachen übereinstimmt. Jedoch zeigten Versuche über das Verhalten des polarisirten Lichtes bei der Beugung durch Gitter dieselben Erscheinungen, wenn man die Breite des wirksamen Theils des Gitters oder die Oeffnungsgruppen-Zahl änderte. Daraus folgt, daß in der That die Beschaffenheit *einer* Oeffnungsgruppe die Erscheinungen bedingt, und man hat dabei gegen die Versuche mit einer Oeffnungsgruppe den Vorzug einer größeren Lichtintensität und größeren Unabhängigkeit von kleinen zufälligen Verschiedenheiten der einzelnen Oeffnungsgruppen.

Außer den früher Tab. CII. §. 149 aufgeführten Gittern habe ich bei den folgenden Untersuchungen noch andere benutzt, deren Dimensionen in der folgenden Zusammenstellung gegeben sind, wobei wieder α den Abstand zweier Striche, a die Breite einer Oeffnung oder des unverletzten Theiles der Glasplatte bedeuten.

Die letzte Spalte zeigt die Stellen, an denen secundäre Maxima auf $\frac{k}{m}$ des Abstandes zweier benachbarter Maxima 2^{ter} Klasse auftreten. Ein Ausrufungszeichen bedeutet (vergl. Tab. CXIV. §. 158), daß die Lage der secundären Maxima durch möglichst genaue Messungen auf einige Sekunden genau controlirt worden ist.

CXV.
Uebersicht der Gitter. (Fortsetzung).

No.	Bezeichnung	Abstand der Striche α	Bengungs- winkel $\gamma_1 = \frac{1, \rho}{\alpha}$	$\frac{\alpha}{\alpha}$	Breite des Gitters	Secundäre Maxima $\frac{k}{m}$
28	Drahtgitter IV (Merz)	0,1601 ^{mm}	0° 12' 39"	2,667	18 ^{mm}	$\frac{1}{2} \frac{2}{2} \frac{3}{2} \frac{4}{2} \frac{5}{2} \frac{6}{2} \frac{7}{2} \frac{8}{2} \frac{9}{2} \frac{10}{2}$
29	" V (Würzburg)	0,1602	0° 12' 38", 7	1,716	18,6	$\frac{1}{2} (\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{2})$
30	" VI (München Ak.)	0,1607	0° 12' 36"	1,579	22,8	
31	" VII (München Ak. α)	0,1603	0° 12' 38"	1,600	21,8	$\frac{1}{2} \frac{2}{2} \frac{3}{2}$
32	Raßgitter III (Schwerd 160)	0,03779	0° 58' 36"	4,251	55	$\frac{1}{2} \frac{2}{2} \frac{3}{2} (\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{2} \frac{7}{2})$
33	" IV (Schwerd 153)	0,03771	0° 53' 43"	3,414	55	$\frac{1}{2}$
34	Goldblatt IV (Würzburg d)	0,08273	0° 24' 29"	5,500	24,9	
35	" V (Würzburg c)	0,04156	0° 48' 44"	2,590	23,5	
36	Furchengitter (Würzburg)	0,02589		1,227	8	$\frac{1}{2} \frac{2}{2} \frac{3}{2} \frac{4}{2} (\frac{1}{2} \frac{3}{2})$
37	" (Würzburg a)	0,009237	3° 39' 26"	2,034	16,5	$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{2} \frac{7}{2} \frac{9}{2} \frac{11}{2} \frac{13}{2} \frac{15}{2} \frac{17}{2} \frac{19}{2}$
38	" (München Akad.)	0,004625	7° 19' 9"	1,147		$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{2} \frac{7}{2} \frac{9}{2} \frac{11}{2} \frac{13}{2} \frac{15}{2} \frac{17}{2} \frac{19}{2}$
39	" (München Ak. ungefaßt)	0,007606	4° 26' 34"	1,099		

Durchgehendes Licht.

§. 161.

Läßt man von einer stark leuchtenden Natronflamme Licht auf ein mehrere Meter entferntes Gitter mit vertikalen Oeffnungen oder Furchen auffallen, und blickt durch dasselbe auf die Lichtflamme, so sieht man eine horizontale Reihe nebeneinander liegender „Flammenbilder zweiter Klasse“, welche den Maximis zweiter Klasse entsprechen und verschiedene Intensität haben, je nach der Beschaffenheit einer Oeffnungsgruppe und je nach dem Winkel, den die einfallenden Strahlen mit der Gitternormale bilden. Bringt man zwischen Auge und Gitter ein doppeltbrechendes achromatisirtes Kalkspathprisma mit vertikalem Hauptschnitt, so sieht man zwei horizontale Reihen Flammenbilder über einander. Die untere mag dem ordinären Strahl des Kalkspaths entsprechen und \perp , die obere dem extraordinären Strahl und \mp der Hauptbeugungsebene des Gitters polarisirt seyn. Die in beiden Reihen nahe übereinander liegenden Flammenbilder derselben Ordnung erscheinen im Allgemeinen gleich hell; nur an einzelnen Stellen, vorzugsweise solchen mit schwacher Lichtintensität, zeigen sich Unterschiede. Die Erscheinung ist dieselbe, wenn man das doppeltbrechende Prisma zwischen Gitter und Lichtquelle stellt.

In der folgenden Zusammenstellung ist durch die Zahl $+q$ oder $-q$ die Ordnung des Flammenbildes rechts oder links vom centralen Flammenbilde (den direct durchgegangenen Strahlen entsprechend) angegeben, für welche das Licht \mp der Hauptbeugungsebene polarisirt grössere ($>$) oder kleinere ($<$) Lichtintensität L^2 hatte, als das Licht \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt. Ein Stern * bedeutet daß der Unterschied sehr beträchtlich war.

In der mit $\gamma, -J$ überschriebenen Spalte stehen die aus den Dimensionen des Gitters berechneten Ablenkungswinkel, d. h. die Winkel, welche der gebeugte und der directe, ungebogene Strahl mit einander einschließen.

CXVI.

Durchgegangenes Licht.

Glasseite				Gitterseite			
dem Heliostaten zugewandt.							
J	q	$\gamma_q - J$	L^2	J	q	$\gamma_q - J$	L^2
Rufsgitter III (Schwerd 160).							
52°	— 5	— 6° 45'	>	58° 20'	5	9° 57'	>
Rufsgitter IV. (Schwerd 153).							
51° 30'	— 7	— 9° 11'	>	42°	7	9° 7'	>
Silber-Collodiumgitter. (Nobert VI).							
0°	4	12° 4'	<	0°	7	21° 28'	>
"	5	15 9	>	"	9	28 4	>
"	9	28 4	>	"	10	31 30	>
"	10	31 30	>	"	13	42 47	>
"	— 7	— 21 28	>	"	16	56 44	>
"	— 9	— 28 4	>	"	— 4	— 12 4	>
"	— 10	— 31 30	>	"	— 5	— 15 9	>
"	— 13*	— 42 47	>	"	— 7	— 21 28	>
"	— 16	— 56 44	>	"	— 9	— 28 4	>
52°	— 5*	— 20 13	>	"	— 14	— 47 1	>
"	— 7*	— 27 1	>	"	— 17	— 62 40	>
"	— 9	— 33 29	>				
80°	— 6	— 37 50	>				
"	— 8	— 45 28	>				
— 72°	8	39 57	>				
"	10	46 38	>				
Silber-Collodiumgitter (Nobert VII).							
0°	— 7	— 21° 26'	<	34°	7	33° 40'	<
"	— 17	— 62 38	>				
"	— 18	— 70 6	<				
Furchengitter (Nobert IX).							
				0°	— 16	— 38° 55'	<
Furchengitter (Nobert I).							
0°	+11	+59° 29'	>	0°	— 10	— 51° 33'	>
"	— 10	— 51 33	>	"	— 11	— 59 29	>
Furchengitter (Nobert IV).							
0°	— 10	— 51° 29'	>				
Furchengitter (Nobert II).							
0°	— 5	— 40° 43'	>				
Furchengitter (Nobert III).							
0°	4	69° 56'	>				
"	— 3	— 44 47	>				
"	— 4	— 69 56	>				

Verschiedene Stellen desselben Gitters zeigen zuweilen verschiedene Erscheinungen bei scheinbar derselben Gestalt der einzelnen Oeffnungsgruppen. Da die Unterschiede für Licht \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt besonders bei den Maximis zweiter Klasse von schwacher Lichtintensität hervortreten, so ist es nach dem früher (§. 153) Gesagten auch nicht auffallend, daß die Erscheinungen verschieden sind, je nachdem das Licht von der Glasseite oder Luftseite her auf das Gitter auffällt. Mit wachsender Neigung J der einfallenden Strahlen gegen die Gitternormale ändert sich die Erscheinung; Flammenbilder von gleicher Intensität erhalten verschiedene Intensität und überwiegt bald das Licht \mp , bald das Licht \pm zur Einfallsebene polarisirt, ja es können, wie bei dem Silber-Collodium-Gitter Nobert VI zwei nebeneinanderliegende Flammenbilder zweiter Klasse entgegengesetzte Verschiedenheit zeigen. Bei demselben Gitter verschwand, wenn der Einfallswinkel J von 52° bis 80° zunahm, die Verschiedenheit des fünften und siebenten Flammenbildes und trat bei dem sechsten und achten Flammenbild, d. h. bei Flammenbildern höherer Ordnung oder größeren Beugungswinkeln auf.

Andere homogene Flammen als Natronflammen eignen sich wegen ihrer geringen Intensität weniger für diese Versuche. Bei Lithium-Flammen fand ich jedoch nicht immer dieselbe Verschiedenheit, welche das q^{te} Flammenbild für \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirtes Licht bei einer Natrium-Flamme zeigte, so daß sich Anordnung und Vertheilung der Lichtintensität mit der Farbe der homogenen Lichtflamme ändern.

§. 162.

Aehnliche Erscheinungen zeigen sich auch im reflectirten Licht. Symmetrisch gestaltete Furchen und Hügelgitter geben kurze Zeit nach Herstellung der letzteren auf galvanoplastischem Wege dieselben Verschiedenheiten der Lichtintensität für dieselben Flammenbilder, wenn das

Hügelgitter durch Drehung um die Furchen- oder Hügelrichtung in die zur Beobachtung passende Lage gebracht, rechts und links dadurch also vertauscht worden ist.

Kleine Unterschiede in der Form oder Beschaffenheit der Oeffnungsgruppen haben aber schon bedeutenden Einfluß auf die Lichtintensität und so kann es nicht auffallen, wenn nach einiger Zeit bei demselben Gitter die Erscheinungen andere werden, da schon frühere Versuche ¹⁾ (§. 157) eine Gestaltsänderung der Furchen und Hügel wahrscheinlich gemacht haben. Diese Gestaltsänderung scheint bei verschiedenem Material (Glas und Metall) verschieden schnell und in verschiedener Weise aufzutreten, da die Verschiedenheit in der Lichtintensität der Flammenbilder \neq und \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt bei den verschiedenen Gittern in verschiedener Weise sich ändert und bei verschiedenen Gittern, die ursprünglich ähnliche Erscheinungen zeigten, nach Ablauf derselben Zeit bei Flammenbildern anderer Ordnung auftritt, oder ganz fehlt. Diese Umstände machen die Untersuchung schwierig und zeitraubend, so daß es mir nur in einzelnen Fällen gelungen ist, die Identität der betreffenden Erscheinung für symmetrisch gestaltete Furchen und Hügelgitter nachzuweisen.

Die Gitter wurden mit vertikaler Furchenrichtung auf einem Horizontalkreis in 2 bis 3^m Entfernung von einer Natron-Flamme aufgestellt. Sie reflectirten das Bild der Natron-Flamme nach dieser zurück, wenn die Kreistheilung auf 0° stand. Die Drehung des Kreises, der in ganze Grade getheilt war und durch Schätzung $\frac{1}{10}$ Grad zu bestimmen erlaubte, gab den Einfallswinkel J , welchen die einfallenden Strahlen mit der Gitternormale bildeten.

Die folgende Zusammenstellung giebt die Ordnung q der Flammenbilder, für welche die Lichtintensität des Lichtes \neq < oder > als die Intensität des Lichtes \perp zur Einfalls- oder Hauptbeugungsebene polarisirt war. Bei

1) Pogg. Ann. Bd. 134, S. 356. 1868. Pogg. Ann. Bd. 146, S. 54. 1872.

den nicht aufgeführten Flammenbildern war kein Unterschied wahrzunehmen.

CXVII. a.

Von versilberten Furchen- und Hügelttern reflectirtes Licht.

	J	q	$\gamma_q - J$	L^2
Nobert III. Furchen- und Hügeltter in Luft.	0°	2	$28^\circ 1'$	$<$
	± 16	2	$32 11$	$=$
	20	2	$27 11$	$>$
	0	-1	$34 16$	$<$
	± 16	-1	$-13 35$	$<$
			$-13 40$	$<$
	± 28	-1	$-13 42$	$=$
			$-14 26$	$=$
	30	-1	$-16 47$	$>$
	80	-1	$-14 37$	$>$
	± 28	-2	$-31 25$	$>$
Nobert III. Furchengitter in Wasser.	45°	0°	0°	$<$
	-45	0	0	$=$
Nobert II. Furchen- und Hügeltter in Luft.	$\pm 45^\circ$	-1	$-9^\circ 47'$ $-11 53$	$>$
Nobert I. Furchen- und Hügeltter in Luft.	0°	+10	$51^\circ 33'$	$<$
	"	11 *	59 29	$>$
Nobert IV. Furchen- und Hügeltter in Luft.	0°	-6	-28°	$>$
	"	-11	$-59 27'$	$<$
Nobert IX. Furchengitter in Luft.	34°	2	$5^\circ 37'$	$<$
	"	3	8 36	$<$
	"	4	11 45	$<$
	"	5	15 4	$<$
	"	6	18 38	$<$
	"	-9	-22 7	$<$
	"	-11	-26 41	$<$
	-50	5	15 16	$<$
	"	7	20 35	$<$
	"	8	23 8	$<$

Die Erscheinung war bei dem Gitter Nobert II dieselbe, mochte das Hügeltgitter eine glänzende Silber- oder Kupferoberfläche haben.

Die Versuche im reflectirten Licht zeigen wie die im durchgehenden Licht, daß die Lichtintensität \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt sich mit wachsendem Einfallswinkel in verschiedener Weise ändert; bald kann die erstere, bald die letztere überwiegen oder beide können gleich seyn. Da symmetrisch gestaltete Furchen- und Hügeltgitter sich gleich verhalten (sobald man rechts und links vertauscht), so kann man den Grund der Erscheinung nicht in Reflexionen des Lichtes an den Wänden der von den Furchen oder Hügeln gebildeten Thäler suchen. Bei der Beugung des reflectirten Lichtes fällt auch der Einwand fort, der für durchgehendes Licht noch möglich war, daß die planparallele Glasplatte, auf deren einer Fläche die Gitter angebracht sind, die Abhängigkeit der Lichtintensität von der Lage der Polarisationssebene des einfallenden Lichtes bedinge.

Um ferner zu entscheiden, ob nicht bei derselben Anordnung und Gestalt der Furchen das Material aus dem sie bestehen, auf die Eigenschaften des polarisirten Lichtes von Einfluß wären, ließ ich Licht von einer 8^m entfernten Natron-Flamme genau normal auf die Furchengitter auffallen, die mit einer sehr dünnen Silberschicht bekleidet oder nach dem Auflösen des Silbers in Salpetersäure, Abwaschen und Trocknen auf der Rückseite mit schwarzer Oelfarbe bedeckt waren, um die Reflexion an dieser ungeritzten Fläche fortzuschaffen.

Durch ein doppeltbrechendes Kalkspathprisma blickte ich auf möglichst dieselbe Stelle des belegten oder unbelegten Gitters..

Die den Maximis zweiter Klasse entsprechenden Flammenbilder, für welche eine Intensitätsverschiedenheit des Lichtes \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt sichtbar war, sind im Folgenden aufgeführt. Ein $>$ bedeutet ein Ueberwiegen des ersteren, ein $<$ ein Ueberwiegen des

letzteren; eine Klammer daß der Unterschied nicht bedeutend war.

CXVII. b.

Auf Furchengitter normal auffallendes Natriumlicht.
Reflexion in Luft.

Gitter	q	Beugungswinkel γ_q	L	
			Silber	Glas
Nobert III. (Silberdicke 0 ^{mm} ,000 080.)	2	28° 1'	<	=
	3	44 47	(<)	>
	-1	-13 35	>	=
	-3	-44 47	(>)	(>)
München Akademie. (Silberdicke 0 ^{mm} ,000 094.)	6	49 52	<	>
	7	63 6	<	>
	-2	-14 46	>	<
	-6	-49 52	<	(>)
	-7	-63 6	<	(>)
Münch. Akad. (ungef.) (Silberdicke 0 ^{mm} ,000 088).	3	13 26	>	(>)
	4	18 3	>	(>)
	11	58 26	<	<
	12	68 22	<	(>)
	-11	-58 26	<	(>)
	-12	-68 22	<	>
Würzburg. a. (Silberdicke 0 ^{mm} ,000 075.)	10	39 38	>	
	13	56 1	<	=
	14	63 16	<	=
	15	73 6	<	=
	-3	-11 2	>	=
	-11	-44 33	=	>
	-14	-63 16	<	>
	-15	-73 6	<	>

Furchengitter	Furchen			Silberdicke
	Abstand α	Breite $\alpha - a$	Tiefe h	
	λ	λ	λ	λ
Nobert III.	4,26	1,62	0,74	0,14
München Akademie	7,85	1,00	0,50	0,16
München Akad. (ungef.)	12,91	1,17	0,58	0,15
Würzburg a.	15,68	7,97	3,98	0,13

Die Dimensionen der Gitter sind am Fuße der Tabelle in Wellenlängen von Natron-Licht in Luft angegeben.

Die Versuche zeigen im Allgemeinen, daß für große Beugungswinkel das \perp der Hauptbeugungsebene polarisirtes Licht bei Reflexion auf Silber die kleinere, bei Reflexion auf Glas die größere Intensität hatte, während für kleinere Beugungswinkel ein Unterschied weniger hervortritt. Die Gestaltsänderung der Furchen durch das aufgelagerte Silber scheint von geringerem Einfluß, als die Aenderung der Substanz aus der die Furchen bestehen.

Es zeigen schon diese nach einer verhältnißmäßig rohen Methode angestellten Versuche, daß *je nach Beugungswinkel, Gestalt und Oberflächenbeschaffenheit der Furchen bald das Licht \perp , bald das \parallel zur Hauptbeugungsebene polarisirt die größere Intensität besitzt.*

§. 163.

Um genauer den Einfluß der Beugung auf linear polarisirtes Licht kennen zu lernen, ließ ich von einem Heliostaten Sonnenlicht in horizontaler Richtung durch einen Collimator mit vertikalem Spalt und achromatischer Objectivlinse von 28^{mm} Durchmesser und 250^{mm} Brennweite auf ein „polarisirendes“ Nicol'sches Prisma fallen, dessen Stellung oder Azimuth an einer Kreistheilung mit Hilfe zweier Nonien bis auf eine Minute genau bestimmt werden konnte. Die vom Spalt ausgehenden Strahlen traten als ein Bündel linear polarisirter Lichtstrahlen parallel der Collimator-Axe aus dem Nicol'schen Prisma aus und fielen auf das Gitter mit vertikalen Furchen oder Oeffnungen, dessen Drehung um eine verticale Axe an einem Horizontalkreis bis auf Minuten genau bestimmt werden konnte. Der Nonius stand auf 0°, wenn die Gitter-Normale mit den einfallenden Sonnenstrahlen zusammenfiel, wenn das Gitter dieselben nach der Collimatorlinse zurückwarf.

In einigen Fällen wurde das Gitter dadurch senkrecht gegen die einfallenden Strahlen gestellt, daß ein astrono-

misches Fernrohr mit Gauß'schem Ocular¹⁾ auf den Spalt des Collimators eingestellt wurde und die Glasplatte des Gitters die vom Fadenkreuz des Fernrohrs ausgehenden Strahlen nach diesem zurückwarf, daß also Fadenkreuz und Bild des Fadenkreuzes zusammenfielen.

Der Horizontalkreis mit dem Gitter ließ sich auf einem gehobelten gußeisernen Rahmen parallel mit sich selbst verschieben.

Nach dem Durchgang durch das Gitter oder der Reflexion von demselben traten die Lichtstrahlen durch ein analysirendes Nicol'sches Prisma in ein auf unendlich eingestelltes astronomisches Fernrohr oder direct in das Auge. Das letztere Verfahren gewährt den Vortheil eines größeren Gesichtsfeldes. Das Azimuth des analysirenden Nicol'schen Prismas konnte an einem vertikalen Kreise mit zwei Nonien bis auf Minuten genau gemessen werden.

Der Nonius des ersten Kreises stand auf 0° , wenn die vom polarisirenden Nicol'schen Prisma durchgelassenen Strahlen eine horizontale Polarisationssebene, parallel der Hauptbeugungsebene hatten. Es ließ sich dies controliren, indem das im Azimuth 90° polarisirte Licht, von einer vertikalen Glasplatte unter dem Polarisationswinkel reflectirt, ein Minimum der Lichtintensität zeigen mußte. Gelangte das im Azimuth 0° polarisirte Licht direct nach dem Austritt aus den polarisirenden Prisma auf das im Azimuth 0° stehende analysirende Nicol'sche Prisma, so war kein Bild des Lichtspaltes wahrzunehmen, derselbe erschien vollkommen dunkel oder schwarz.

Läßt man im Azimuth $\alpha = +45^\circ$ oder -45° polarisirtes Licht aus dem polarisirenden Nicol'schen Prisma austreten, so muß das analysirende Nicol'sche Prisma um 45° nach rechts oder links gedreht werden, um wieder ein dunkles Gesichtsfeld zu geben. Eigentlich läuft, weil das diffuse Licht selten ganz ausgeschlossen ist, ein dunkler oder schwarzer mehr oder weniger gekrümmter Streifen durch das Gesichtsfeld, der beim Drehen des

1) Astron. Nachr. 579. 31. 10. 1846.

einen Nicol'schen Prisma um 180° aus einer der Spalt-
richtung nahe parallelen Lage in eine zu derselben senk-
rechten Lage gebracht werden kann.

Beim Drehen eines Nicol'schen Prismas verschiebt
sich also der dunkle Streifen im Gesichtsfeld, und bei
genauen Messungen muß man dafür Sorge tragen, daß
er immer an derselben Stelle des Fadenkreuzes des Beob-
achtungsfernrohrs erscheint. Oft genügt es aus mehreren
Messungen das Mittel zu nehmen, bei denen die beiden
Nicol'schen Prismen um 180° gedreht wurden.

Läßt man den erwähnten dunklen Streifen quer über
den Spalt fortlaufen, und schiebt jetzt ein Drahtgitter oder
ein Gitter mit undurchsichtigen oder durchsichtigen Stä-
ben zwischen analysirendes und polarisirendes Nicol's-
ches Prisma, so wird das Gesichtsfeld an den verschie-
denen Stellen verschieden erhellt. Bei den groben Git-
tern, die mehrere Spectra oder Maxima zweiter Klasse
gleichzeitig im Gesichtsfeld des Fernrohrs erscheinen las-
sen, glaubt man den dunklen Streifen gebrochen über die
verschiedenen Spectra fortlaufen zu sehen. Die Lage des-
selben ist aber selbst für denselben Abstand α der Git-
terstäbe sehr verschieden je nach der Natur der Gitter-
stäbe oder der Natur des Mediums, in welchem die Beu-
gung stattfindet. Verschiedene Stellen desselben Gitters
verhalten sich verschieden, so daß die Erscheinung nicht
von dem das Gitter tragende Planglas bedingt seyn kann.
Oft läßt sich gar nicht eine solche Stellung des analysi-
renden Nicol'schen Prisma's finden, daß ein bestimmtes
Maximum ausgelöscht wird. Das Licht ist dann nicht
mehr linear, sondern elliptisch polarisirt, da es durch Ein-
schaltung eines Glimmerblattes von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge Gang-
unterschied in einem passenden Azimuth zum Verschwin-
den gebracht werden kann. Ja in manchen Fällen gelingt
dies auch nicht, da dann das gleichzeitig auftretende dif-
fuse Licht zu große Intensität hat, welches aus verschie-
den farbigen und verschieden elliptisch polarisirtem Lichte
besteht.

Für verschiedene Farben und verschiedene Maxima zweiter Klasse findet man dabei ein verschiedenes Azimuth des analysirenden Nicol'schen Prisma's oder Glimmerblattes.

Auch bei Furchengittern, mit dem Diamanten in Glas gezogen, lassen sich diese Erscheinungen wahrnehmen.

Das centrale Bild des Spaltes, den direct durch das Gitter gegangenen Strahlen entsprechend, erscheint bei verschiedenen Azimuthen β , des analysirenden Nicol'schen Prisma's, die wenig von 45° verschieden sind, gefärbt. Je nachdem das analysirende Nicol'sche Prisma im Azimuth $+$ oder $- 45^\circ$ steht, erscheint dieselbe Farbe für ein Azimuth $+\beta_0$ oder $-\beta_0$. Dabei kann das Licht von Glas oder von Luft aus auf das Gitter auffallen.

Uebrigens fand ich dieselbe Farbe und dieselben Werthe des Azimuths β , wenn ich verschiedene Nicol'sche Prismen benutzte, oder dieselben durch Kalkspathprismen nach der Construction von Foucault¹⁾ oder Hartnack²⁾ ersetzte.

Häufig wurde, um eine grössere Lichtintensität zu erzielen, eine Hülfslinse (Brillengas) von 25^{mm} Oeffnung und 200^{mm} Brennweite zwischen Heliostat und Spalt angebracht, so daß das von der Hülfslinse entworfene Sonnenbildchen auf die Spaltöffnung fiel. Es wird dann eine grössere Fläche des Gitters von den Sonnenstrahlen getroffen, dessen verschiedene Theile sich dann gleich verhalten müssen. Die Hülfslinse ist also nur bei Gittern von großer Regelmäßigkeit der Oeffnungen oder Furchen vortheilhaft.

Bei allen folgenden Versuchen lief der dunkle Streifen vertikal durch das Gesichtsfeld, der Spalt erschien also an allen Stellen ohne eingeschaltetes Gitter dunkel oder schwarz.

In Tabelle CXVIII findet man Azimuth β_0 und die Farbe des centralen Spaltbildes angegeben, welche die verschiedenen Gitter im durchgehenden Licht zeigten, je nachdem die Beugung in Luft oder in Wasser stattfand. Für

1) Pogg. Ann. Bd. 102, S. 642. 1857.

2) Pogg. Ann. Bd. 127, S. 494. 1866.

den letzteren Fall wurden die Drahtgitter in einen zwischen den Nicol'schen Prismen stehenden, mit destillirtem Wasser gefüllten und von parallelen Wänden begrenzten Glastrog gesetzt, nachdem das polarisirende Nicol'sche Prisma so gestellt war, daß der Spalt ganz dunkel erschien. Bei den Furchengittern wurde der von einem Planparallelglas und dem Gitter begränzte Raum (vergl. §. 149) mit destillirtem Wasser gefüllt.

Der Uebersicht wegen steht bei jedem Gitter der Abstand α der Furchen oder Oeffnungen, gemessen in Wellenlängen einer Natrium-Flamme in Luft.

CXVIII.

Farbe des centralen Bildes

nach der Beugung durch ein Gitter zwischen polarisirenden Nicol'schen Prismen in den Azimuthen $\pm 45^\circ$ und $\pm \beta_0$.

	Gitter	Abstand der Striche α	$\frac{\alpha}{\alpha}$	Farbe	β_0
Beugung in Luft.					
1.	Drahtgitter IV. (Merz)	λ 271,7	2,667	gelblich Weiß	44 ^a 54',2
	"	"	"	bläulich Weiß	45 5,5
2.	V. (Würzburg b)	271,8	1,766	Blau	44 50
	"	"	"	Orange	45 4
3.	VI. (München Akademie)	272,7	1,579	Himmelblau	44 56
	"	"	"	Orange	45 2,5

4.	Drahtgitter VII. (München Akademie)	272,2	1,600	Grünblau Orange	44° 56', 7 45 3
5.	Rufgitter I.	116	1,627	Grau	45 3, 5
6.	Rufgitter III. (Schwerd 160)	64,13	4,251	Orange Blau	44 53 45 7.
7.	IV. (Schwerd 153)	64	3,414	Blau röthlich Orange	44 54 45 5
8.	Goldblatt II.	135	4	Blau	44 54, 7
9.	IV. (Würzburg c)	70,52	2,590	Blaugrau	45 4
10.	V. (Würzburg d)	140,4	5,500	bläulich Weiß gelblich Weiß	44 55 45 15
11.	Silber II.	115,6	4	Blau Orange	45 45 5
12.	Silber I.	46,88	2,128	Blaugrau Braun	44 55, 7 45 4, 2
13.	Silber - Collodium (Nobert VII)	19,14	2,322	Blaugrün Purpur Gelbgrün Gelb	44 30 45 45 17 45 31

	Gitter	Abstand der Striche α	$\frac{\alpha}{\alpha'}$	Farbe	β_0
14.	Silber-Colloidum (Nobert VI)	19,14	2,319	bläulich Weiß	43° 36'
	"	"	"	Blaugrün	48 46
	"	"	"	Purpur	48 55
	"	"	"	grünlich Gelb	44 44
	"	"	"	Gelb	45
15.	Lamellengitter II	234,4	2,400	Orange	44 56
	"	"	"	Blau	45 8
16.	Lamellengitter I	232,1	3,380	Braun	44 58
	"	"	"	Grünblau	45 6
17.	Furchengitter (Würzburg)	43,93	1,227	grünlich Blau	44 46
	"	"	"	Orange	45 10
18.	Furchengitter (Nobert VIII)	51,01	1,270	röthlich Orange	44 53
	"	"	"	bläulich Violett	45
	"	"	"	Blaugrün	45 3
19.	" (Nobert IX)	25,48	1,745	Orange	44 48,5
	"	"	"	gelblich Weiß	45
	"	"	"	bläulich Grünweiß	45 19
20.	" (Nobert IV)	12,77	2,176	Blau	45 21
	"	"	"	Gelb	45 49

21.	Furchengitter (Nobert I)	12,76	1,445	Blaugrün Gelb	45° 16' 45 37
22.	" (Nobert V)	7,67	1,408	grünlich Blau Braungelb	45 45 45 55
23.	" (Nobert II)	7,67	1,458	Blaugrün	45 8
24.	" (Nobert III)	4,26	1,615	Weiß bräunlich Gelbgrün	45 45 15
Biegung in Wasser.					
1.	Drahtgitter IV (Merz)	271,7	2,667	gelblich Weiß bläulich Weiß	44° 55' 45 5
2.	" (Würzburg b)	271,8	1,766	bläulich Weiß gelblich Weiß	44 55 45 6
18.	Furchengitter (Nobert VIII)	51,01	1,270	Grünweiß grün Grün	45 45 2
19.	" (Nobert IX)	25,48	1,745	Grünweiß Blaugrün Orange	45 45 6 45 15
20.	" (Nobert IV)	12,77	2,176	Weiß	45 8
21.	" (Nobert I)	12,76	1,445	Graublau	45
22.	" (Nobert V)	7,67	1,408	bläulich Weiß	45 4
23.	" (Nobert II)	7,67	1,458	Graublau	45 4
25.	" (Nobert III)	4,26	1,615	hell Graublau	45 2

Die Farbe änderte sich nur unbedeutend, wenn Spalt oder Ocular des Beobachtungsfernrohrs absichtlich gegen die zugehörigen Objectivlinsen verstellt wurden.

Bringt man zwischen Auge und analysirendes Prisma einen kleinen Spectral-Apparat zum Directsehen, oder ein kleines Flintglasprisma von $27^{\circ} 3'$ brechendem Winkel, so bildet das centrale Spaltbild ein Spectrum (von circa $3\frac{1}{2}^{\circ}$, oder $\frac{3}{4}^{\circ}$ Breite), in welchem bei passender Breite des Spaltes sich die Fraunhofer'schen Linien erkennen lassen. Diesen parallel erscheint häufig ein dunkler Streifen im Spectrum, der beim Drehen des polarisirenden oder analysirenden Nicol'schen Prisma's durch das Spectrum wandert.

Durch Drehen des analysirenden Nicol'schen Prisma's auf grössere Azimuthen β_0 wanderte der dunkle Streifen im Spectrum des centralen Bildes

Von Roth nach Blau.	Von Blau nach Roth.
bei Drahtgitter V (Würzburg b)	Drahtgitter IV (Merz)
„ VI (München Akad.)	
„ VII (München Akad.)	
Rufsgitter IV (Schwerd 153)	Rufsgitter III (Schwerd 160)
Silber-Collodium (Nobert VII)	
„ (Nobert VI)	
Furchengitter Nobert IV (VIII?)	Furchengitter (Nobert III)
„ „	
I	

Bei dem Furchengitter Nobert III war der dunkle Streifen im Spectrum des centralen Spaltbildes nur matt; bei dem Drahtgitter III (Berlin) und dem Furchengitter II verschwand beim Drehen des analysirenden Nicol'schen Prisma's das Spectrum für alle Farben gleichzeitig, bei dem Furchengitter Nobert IX, den Lamellengittern und einem Theil der in Goldblatt oder Silber getheilten Gitter gar nicht.

Die Erscheinungen waren dieselben, mochte die brechende Kante des Ocular-Prisma's zur Rechten oder zur Linken liegen.

Bei den Silber-Collodium-Gittern war der dunkle Streifen auf den verschiedenen Fraunhofer'schen Linien bei folgenden Azimuthen β_0 des analysirenden Nicol'schen Prisma's:

CXIX.

Dunkler Streifen im Spectrum des centralen Spaltbildes.

Durchgehendes Licht.

Fraunhofer'sche Linie	Silber-Collodiumgitter	
	Nobert VII	Nobert VI
	β_0	
<i>D</i>	44° 48'	44° 1'
<i>E</i>	45	44 19
<i>b</i>	45 4	
<i>F</i>	45 8	44 40

Bei schwacher Neigung der Gitter Nobert VI und VII gegen die einfallenden Strahlen bleibt bei unveränderter Stellung der Nicol'schen Prismen der dunkle Streifen im Spectrum anscheinend an derselben Stelle; gleichzeitig treten aber neben ihm neue dunkle Interferenzstreifen auf (vergl. §. 80 Pogg. Ann. Bd. 132, S. 53. 1868), die mit zunehmender Neigung nach dem blauen Ende des Spectrums wandern, zahlreicher und matter werden, und die Beobachtung des ursprünglichen dunklen Streifens erschweren, welcher zuweilen nach Roth verschoben erschien, ehe er verschwand.

Je größer die Amplitude des Lichtes, \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt, ist im Verhältniß zur Amplitude des Lichtes, \mp zur Hauptbeugungsebene (also senkrecht gegen die Gitterstriche) polarisirt, um so größer wird β_0 gefunden.

Nach den vorstehenden Versuchen überwiegt also für eine Reihe von Gittern bei dem direct hindurchgegangenen Licht (dem centralen Bilde entsprechend) im rothen Ende des Spectrums die Amplitude \mp , im blauen Ende des Spectrums

die Amplitude \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt. Bei einer anderen Reihe von Gittern ist es umgekehrt. Der Unterschied ist im Allgemeinen um so größer, je mehr Ränder oder Oeffnungen auf den wirksamen Theil des Gitters kommen, der noch Licht zum Auge sendet.

Die Farbe des centralen Bildes für die in Tabelle CXVIII zusammengestellten Versuche erklärt sich als die Mischfarbe der mit verschiedener Intensität von analysirenden Nicol'schen Prisma hindurchgelassenen Strahlen.

§. 164.

Aehnlich wie für das centrale Bild des Spaltes wurden auch die Azimuthe $\pm \beta$, des analysirenden Nicol'schen Prisma bestimmt, bei denen das im Azimuth $\pm 45^\circ$ auffallende Licht die geringste Lichtintensität für das q^{te} Spectrum oder das q^{te} Maximum zweiter Klasse im durchgehenden Licht zeigte.

Die Drahtgitter wurden in folgender Weise senkrecht gegen die auffallenden Strahlen gestellt. Ein mit Silber belegtes Planglas wurde mit wenig Wachs auf der das Gitter tragenden geschwärzten Messingplatte befestigt, und das Gitter so gedreht, daß das vom Silberspiegel reflectirte Bild des Auges mit dem direct gesehenen Spaltbild zusammenfiel. In dieser Lage zeigte der Nonius des Horizontalkreises auf 0° und konnte durch Drehung an diesem der Winkel J , welchen die einfallenden Strahlen mit der Normale der Gitterebene bildeten, bis auf $1'$ genau abgelesen werden. Das Fernrohr mit dem analysirenden Nicol'schen Prisma vor dem Objectiv konnte auf einer horizontalen ebenen Tischplatte ein wenig verschoben werden, so daß das betreffende Maximum im Fadenkreuz des Fernrohrs lag. Vor das Auge wurde ein rothes oder blaues Glas gehalten, welches Licht von der Wellenlänge $0^{\text{mm}},00061$ resp. $0^{\text{mm}},00045$ hindurch liefs.

Die im Folgenden angegebenen Zahlen sind das Mittel aus den Bestimmungen von $+$ oder $- \beta$ für die Einfallswinkel $+J$, $-J$, $180^\circ + J$, $180^\circ - J$ und den Maximis

gleicher Ordnung zur Linken und Rechten des Gesichtsfeldes, deren Beugungswinkel sich im ungünstigsten Falle um 2 Minuten, meist aber nur um einige Secunden von einander unterscheiden. Unter den Azimuthen sind die Ablenkungswinkel γ , — J für positive q und die Fraunhofer'sche Linie D angegeben, berechnet nach Gl. 19 §. 149 aus den in Tab. CII §. 149 und CV §. 160 gegebenen Dimensionen des Gitters.

CXX.

Beugung in Luft.

J	Blau	Roth				
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	

Drahtgitter III. (Berlin.)

Azimuthe.

0°	45°	$45^\circ 0',5$	$44^\circ 56',9$	$45^\circ 6'$	$44^\circ 57',9$
$35^\circ 23'$	45	$45 0,3$	fehlt	$45 0,3$	fehlt
$52^\circ 23'$	45	$44 58,5$	$45 4',1$	fehlt	$44 48,1$

Ablenkungswinkel.

0°	0°	$9' 22''$	$18' 55''$	$28' 6''$	$37' 26''$
$35^\circ 23'$	0	$11 33$	$23 2$	$34 35$	$46 11$
$52^\circ 23'$	0	$15 24$	$30 51$	$46 27$	$62 7$

Drahtgitter IV. (Merz.)

Azimuthe.

0°	$44^\circ 53',3$	$45^\circ 5',4$	$45^\circ 0',1$	$44^\circ 57',4$	matt	$44^\circ 51',7$
$16^\circ 49'$	$44 51',4$	$45 7,4$	$45 0,1$	$44 58,3$	$(41^\circ 15')$	$44 47$

Ablenkungswinkel.

0°	0°	$12' 39''$	$25' 17''$	$38' 4''$	$50' 37''$
$16^\circ 49'$	0	$13 13$	$26 28$	$39 58$	$52 59$

Drahtgitter V. (Würzburg b.)

Azimuthe.

0°	$44^\circ 59',7$	$44^\circ 58',5$	$45^\circ 1',3$	$44^\circ 34',9$	$45^\circ 7',1$	$44^\circ 40',1$
$22^\circ 30'$	$44 59,6$	$44 58$	$45 1$	$43 32,1$	$45 3,2$	$44 33,2$
26	$45 0,2$	$44 56,9$	$44 59,5$	fehlt	$44 58,5$	$44 56,8$
45	45	$44 57$	$44 58,9$	$45 9$	$44 16,2$	$45 0,8$
$48^\circ 30'$	$45 1$	$44 53$	$44 56$	$45 9$	$(46 14,5)$	$44 27,7$
Roth 60		$44 44,5$	$44 40,6$	$44 55,7$	$44 53,7$	
Blau 60	$45 1$		$44 58,2$	$44 57,8$	$44 59,9$	

J	Blau	Roth				
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	

Ablenkungswinkel.

0°	0°	$12' 39''$	$25' 17''$	$38' 4''$	$50' 37''$
$22 \ 30'$	0	$13 \ 42$	$27 \ 25$	$41 \ 10$	$54 \ 56$
26	0	$14 \ 5$	$28 \ 15$	$42 \ 21$	$56 \ 32$
45	0	$17 \ 56$	$35 \ 57$	$54 \ 5$	$72 \ 18$
$48 \ 30$	0	$19 \ 9$	$38 \ 26$	$57 \ 50$	$77 \ 21$
60	0	$25 \ 27$	$51 \ 15$	$77 \ 23$	

Drahtgitter VI. (München).

Azimuthe.

0°	$45^\circ 1'$	$44^\circ 57',2$	45°	$45^\circ 52'$	$45^\circ 30'$
$39 \ 31'$	$45 \ 2,8$	$44 \ 56,2$	$45 \ 0',5$	fehlt	$45 \ 4$
60	$44 \ 59,1$	$44 \ 38,5$		$45 \ 5$	

Ablenkungswinkel.

0°	0°	$12' 36''$	$25' 11''$	$37' 55''$
$39 \ 31'$	0	$16 \ 15$	$32 \ 33$	$48 \ 55'$
60	0	$25 \ 21$	$51 \ 3$	$77 \ 5$

Der Fehler einer einzelnen Bestimmung der Azimuthe β überschreitet bei großer Lichtintensität, wie sie stets das centrale Bild zeigt, nicht eine 1 Minute, und ist selbst für die lichtschwachen Maxima, wegen der vielen Zahlen, aus denen das Mittel genommen wurde, nur gering. So ergab eine andere Bestimmung an dem Drahtgitter V (Würzburg b).

CXXI.

Drahtgitter V. (Würzburg b.)

J	Blau	Roth				
	β^0	β_1	β_2	β_3	β_4	

Azimuthe.

0°	$44^\circ 59',7$	$44^\circ 58',7$	$45^\circ 0',2$	$44^\circ 48'$	$45^\circ 2',7$	fehlt
$25 \ 11'$	$45 \ 3,6$	$44 \ 57,5$	$45 \ 0,2$	fehlt	$44 \ 59,5$	
51	$45 \ 1$	$44 \ 50,5$	$44 \ 56,4$	$45 \ 1,7$	$45 \ 38,2$	

Ablenkungswinkel.

0°	0°	$12' 39''$	$25' 17''$	$38' 4''$
$25 \ 11'$	0	14	28	$42 \ 3$
51	0	$20 \ 15$	$40 \ 30$	$60 \ 58$

Da sich bei den Drahtgittern mit J die Breite einer Oeffnung ändert, so verschwinden bestimmte Maxima für gewisse Werthe von J (vergl. §. 151). Es verschwanden für

Drahtgitter III (Berlin)	bei $J = 35^\circ 23'$ das 2te 4te Maximum
" "	52 23 3te 6te "
" IV (Merz)	16 49 3te 6te "
" V (Würzburg b)	25 11 2te 4te "
" VI (München)	39 31 2te 4te "

Diese Werthe von J stimmen mit den in Tabelle CIV und CXV aus mikroskopischen Messungen erhaltenen Dimensionen der Gitterstäbe gut überein.

Standen die Gitter in destillirtem Wasser, das in einem Glastrog mit planparallelen Wänden aus Spiegelglas sich befand, so erhielt ich folgende Resultate.

CXXII.

Beugung in Wasser.

J	Blau	Roth				
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5

Drahtgitter III. (Berlin.)

Azimuthe.

0°	45° 16'	45° 16'	44° 59'	45° 1' 5	44° 56'	
35 23'	45 15 *	45 15 *	fehlt	45 7,7	fehlt	44° 56',2
45	?	?	45 5,5	44 57,5		
52 23	44 50 *	44 50 *	45 1	fehlt	44 50	

Ablenkungswinkel.

0°	0°	7' 1"	14' 11"	21' 4"	28' 4"
35 23'	0	8 38	17 17	25 56	34 38
45	0	9 57	19 54	29 53	39 57
52 23	0	11 33	23 8	34 50	46 35

Drahtgitter IV. (Merz.)

Azimuthe.

0°	45° 18'	45° 11'	45° 6'		45° 6'
16 49'	45 22	45 22 *	45 4,2	fehlt	45 4,2
45	42 25 *	45 25 *	45 3	45° 5',7	44 58,9

Ablenkungswinkel.

0°	0°	9' 29"	18' 58"	28' 33"	37' 58"
16 49'	0	9 55	19 51	29 59	39 33
45	0	13 27	26 54	40 34	54 13

J	Blau	Roth				
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5

Drahtgitter V. (Würzburg b.)

Azimuthe.

0°	$45^\circ 2'$	$44^\circ 59'$	$44^\circ 59',5$	$44^\circ 38'$	45°	$44^\circ 38'$	$44^\circ 51'$
$25^\circ 11'$		$44^\circ 57'$	$45^\circ 7'$	fehlt	$44^\circ 51',5$	fehlt	
Roth 51		$44^\circ 48'$	$44^\circ 47'$	$45^\circ 20'$	fehlt	$44^\circ 7'$	
Blau 51	$44^\circ 40'$		$44^\circ 49'$	$44^\circ 58'$	fehlt	$44^\circ 34',5$	

Ablenkungswinkel.

0°	0°	$9^\circ 29''$	$18^\circ 58''$	$28^\circ 33''$	$37^\circ 58''$
$25^\circ 11'$	0	$11^\circ 30'$	23°	$33^\circ 32'$	$42^\circ 6'$
51		$15^\circ 11'$	$30^\circ 22''$	$45^\circ 44'$	$61^\circ 13'$

Ein * bei den Beobachtungen bedeutet, daß das Licht nicht vollständig verschwand. Durch Einschalten einer Glimmerplatte von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge konnte in vielen Fällen das Licht zum Verschwinden gebracht werden, war also elliptisch polarisirt (vergl. unten §. 169).

So konnte bei dem Drahtgitter IV (Merz) das dritte Spectrum links und rechts für $J = 16^\circ 49'$ ausgelöscht werden, wenn der Hauptschnitt der Glimmerplatte einen Winkel $> 45^\circ$ mit der Hauptbeugungsebene bildete, in dem gebeugten Licht des Maximums dritter Klasse war die Componente \mp gegen die Componente \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt verzögert.

Das Drahtgitter III (Berlin) bestand aus Silberdraht, das Drahtgitter IV (Merz) aus blankem, die Drahtgitter V, VI, VII aus ein wenig angelaufenem mit Silber plattirten Kupferdraht.

Bei derselben Farbe und der Beugung in derselben Substanz findet man unabhängig von der Ordnung des Spectrums für diese Drahtgitter für dieselben Ablenkungswinkel auch sehr nahe dieselben Werthe des Azimuths β .

Mit der Substanz, in welcher die Beugung stattfindet, und mit der Farbe ändert sich sowohl der Beugungs- und Ablenkungswinkel als das Azimuth β .

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß die Azimuthe β nicht, wie die Theorien (vergl. §. 159) von Stokes,

Holtzmann, Eisenlohr¹⁾ und Lorenz es hätten erwarten lassen, mit wachsendem Ablenkungswinkel continuirlich zu- oder abnehmen, sondern daß das Azimuth periodisch zu- und abnimmt, für Farben verschiedener Schwingungsdauer verschieden, und in verschiedener Weise, je nachdem die Beugung in verschiedenen Medien (Luft oder Wasser) stattfindet. Auch mit wachsendem Einfallswinkel J , den die auffallenden Strahlen mit der Gitternormale bilden, ändert sich β periodisch für dasselbe Maximum zweiter Klasse.

Im Allgemeinen wird β um so mehr von 45° verschieden gefunden, und die Unterschiede für Roth und Blau bei demselben Maximum sind um so größer, je feiner das Gitter oder je größer J ist. Die größten Abweichungen von dem Azimuth $\beta = 45^\circ$ liegen an den Stellen, wo die Theorie (§. 151) die kleinste Lichtintensität erwarten läßt, und betragen bedeutend mehr als der mögliche Beobachtungsfehler.

Ändert man die Oberfläche der die Gitter bildenden Metalldrähte, indem man sie mit einer Lösung von Schwefelammonium in Wasser bestreicht, dies mit Wasser abwäscht und trocknet, so findet man jetzt, bei (fast) denselben Dimensionen des Gitters und unter fast denselben Umständen, ganz andere Azimuthe β . So wurde bei dem Drahtgitter IV (Merz) für normal auffallende Strahlen durch die oben erwähnte Oberflächenänderung der Gitterstäbe das dritte Maximum rechts und links bedeutend lichtstärker, das 0^{te} und 1^{te} Maximum rechts und links dagegen lichtschwächer bei der Stellung des analysirenden Nicols auf 45° . Blickt man bei starkem Sonnenlichte mit bloßem Auge ohne Fernrohr durch das analysirende Nicol'sche Prisma und das Drahtgitter, so erschien manchmal das ganze Gesichtsfeld mit blauem oder gelbem diffusen Lichte erfüllt von ähnlicher Farbe, wie sie das centrale Spaltbild zeigte.

1) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 440. 1858. Vergl. auch §. 159.

§. 165.

Um die Schwankungen des Azimuths β zu vermehren, mußte ich feinere Gitter benutzen; die aber nicht mehr in freier Luft schwebten, sondern auf einer ebenen Glasplatte mit parallelen Flächen angebracht waren.

Auf das Rußgitter IV (Schwerd 153), dessen Striche und Oeffnungsränder unter dem Mikroskop schön scharf und gleichmäßig erscheinen, blickte ich durch das analysirende Nicol'sche Prisma mit bloßem Auge, und beobachtete für die im Azimuth $\pm 45^\circ$ linear polarisirten vom Collimator her auffallenden Strahlen das Azimuth $\pm \beta$ des analysirenden Nicol'schen Prisma's, für welches die hellsten Stellen der verschiedenen Spectra zweiter Klasse, dem gebeugten gelben Lichte entsprechend, verschwanden. Bei den in der folgenden Tabelle zusammengestellten Beobachtungen liefs sich das erste und vierte Spectrum nicht vollkommen auslöschen.

CXXIII.

Durchgehendes Licht mittlerer Wellenlänge.

Rußgitter IV. (Schwerd 153.)

$J = 0.$

q	Beugungs- winkel γ_q	Glasseite dem Heliostaten zugewandt.		Gitterseite		δ_q Mittel
		β_q		β_q		
		links	rechts	links	rechts	
0	0°	44° 59'				44° 59'
1	0 54'	45 11 *	45° 36' *	45° 10' *	44° 55' *	45 13 *
2	1 47	45 14	45 32,5	45 17,5	44 55	45 14,7
3	2 41	45 54	46 3,5	46 27	46 2	46 6,5
4	3 35	45 11	45 30 *	44 37,5	44 47 *	45 6,3
5	4 29	45 12	45 21	45 20	45 25	45 19,5
6	5 23	45 34	46 28	45 53	46 25	46 5

Das Azimuth β_0 des centralen Bildes fand ich bei verschiedenen Gittern mit undurchsichtigen oder durchsichtigen Stäben folgendermaßen:

CXXIV.

Durchgehendes Licht.

Centrales Spaltbild.

	J	β_0	
		Roth	Blau
Rufsgitter IV	0°	44° 50'	45° 7'
"	20	45 11,4	45 38,3
Rufsgitter III	0	45 7,7	44 53
Silbergitter I	0	44 57,5	45 2
" II	0	44 58	45 4
Jodsilbergitter	0	45 7	45 12

Das Jodsilbergitter war aus dem Silbergitter II durch Behandlung mit Jod erhalten.

In Bezug auf die Seitenspectra verhielten sich für das Silbergitter I blaues und rothes Licht verschieden, für Silbergitter II dagegen verschwanden alle Farben für die Spectra derselben Ordnung rechts und links gleichzeitig.

CXXV.

Durchgehendes Licht.

Gitterseite dem Heliostaten zugewandt.

Azimuthe.

	β_2	β_1	β_0	β_{-1}	β_{-2}	
Silbergitter I	44° 46',7	45° 13',5	44° 57',5	44° 58',7	44° 16'	Roth
"	44 55,7	44 57,3	45 2,2	45 5,2	45 39,7	Blau
Silbergitter II	45 15	45	45 1	45	45 15	Weifs

Beugungswinkel.

	γ_2	γ_1	γ_0	γ_{-1}	γ_{-2}	
Silbergitter I	2° 32'	1° 16'	0°	-1° 16'	-2° 32'	Roth
"	1 52	0 56	0	-0 56	-1 52	Blau
Silbergitter II	1	0 30	0	-0 30	-1	Weifs

§. 166.

Die zahlreichsten Messungen habe ich an den Silber-Collodiumgittern angestellt, welche die höchste Vollkommenheit in Bezug auf die Gleichartigkeit der Oeffnungen und Spaltränder zeigen und wohl die schönsten und reinsten Beugungsspectra mit Fraunhofer'schen Linien geben, die ich bisher gesehen habe. Mit der in §. 50 beschriebenen Methode fand ich die mittlere Dicke der undurchsichtigen Collodiumschicht, in welcher die Spalten angebracht waren bei den Gittern Nobert VI und VII $0^{\text{mm}},00116$ resp. $0^{\text{mm}},00180$.

Das Gitter Nobert VII wurde sehr bald nach seiner Vollendung untersucht, indem ich mit bloßem Auge durch das im Azimuth $+$ oder $- \beta$ stehende analysirende Nicol'sche Prisma auf das Gitter blickte, welches von den durch den Spalt und die Collimatorlinse gegangenen, im Azimuth $+$ oder $- 45^\circ$ polarisirten Sonnenstrahlen getroffen wurde. Das analysirende Nicol'sche Prisma war mit zugehörigem Kreise auf einer horizontalen ebenen Tischplatte verschiebbar.

Die Spectra mit Fraunhofer'schen Linien zeigten einen vertikalen dunklen Streifen, der beim Drehen des analysirenden Nicol'schen Prisma's durch das Spectrum wanderte. Derselbe wurde auf das äußerste Roth oder das äußerste Blau des Spectrums eingestellt, die wenig von einander abweichenden Stellungen in positiven und negativen Azimuthen β kurz hintereinander bestimmt und aus beiden das Mittel genommen.

CXXVI.

Silber-Collodium-Gitter Nobert VII.

Durchgehendes Licht. $J=0$.

g	Beugungswinkel γ_g	Glasseite			Gitterseite		
		dem Heliostaten zugewandt					
		links	β_g rechts	Mittel	links	β_g rechts	Mittel
Roth							
0	0°			44° 29'			44° 30'
1	3 10'	46° 16,5	45° 29,5	45 53	45° 52'	45° 19,5	45 35,7
2	6 21	49 20,5	49 41	49 30,7	49 12	49 19,5	49 15,7
3	9 32	45 35,5	44 40,5	45 8	44 20,5	46 49	45 34,7
4	12 46	48 12,5	48 0,5	48 6,5	47 40,5	48 36,5	48 8,5
Blau							
0	0°			45° 15'			45° 19'
1	2 20'	47° 29,5	45° 14'	46 21,2	46° 15'	44° 59,5	45 37,2
2	4 40	47 31	46 30,5	47 0,7	45 58	47 13,5	46 35,7
3	7 1	45 35,5	44 40,5	45 8	45 20,5	46 49	46 4,7
4	9 22	48 12,5	45 43	46 57,5	46 14	45 21	45 47

Aus diesen Beobachtungen folgt, daß das Azimuth des gebeugten Lichts bald $>$, bald $<$ als 45° seyn kann, daß bald die Amplitude des Lichtes \perp , bald die des Lichtes, \neq zur Hauptbeugungsebene polarisirt, überwiegt. Beim Drehen des analysirenden Nicol'schen Prisma's auf größere Azimuthe läuft der dunkle Streifen nach Roth im zweiten und vierten Spectrum, nach Blau im ersten und dritten Spectrum oder in dem mit einem Ocular-Prisma zu einem Spectrum auseinander gezogenen centralen Spaltbilde.

Uebrigens war der dunkle Streifen nicht genau parallel den Fraunhofer'schen Linien, sondern dagegen etwas geneigt, so daß er symmetrische Lage gegen die Mitte des Gesichtsfeldes, oder das direct gesehene centrale Spaltbild hatte. Es rührte dies daher, daß die Spaltöffnungen des Gitters oben ein wenig andere Beschaffenheit wie unten hatten. Liefs man das Licht durch einen

anderen (scheinbar breiteren)¹⁾ Theil der Spaltöffnungen gehen, so ging bei unveränderter Stellung der Nicol'schen Prismen der dunkle Streifen in dem Spectrum des centralen Spaltbildes oder im ersten Spectrum rechts und links nach dem rothen, in dem zweiten Spectrum rechts und links nach dem blauen Ende. Dabei konnte die Glas- oder Gitterseite dem Heliostaten zugewandt seyn.

Wegen der vielfachen Reflexionen an den Flächen des Planglases treten mit wachsendem Einfallswinkel, wie bei dem Spectrum des centralen Bildes (vergl. §. 168), neue Interferenzstreifen auf, die nach dem blauen Ende der Seiten-Spectra wandern, immer zahlreicher und matter werden, und die Beobachtung der ursprünglichen dunklen Streifen oder der Lage der Polarisationssebene im gebeugten Licht sehr erschweren.

Später habe ich Messungen an demselben Gitter mit einem großen Horizontalkreis angestellt, an welchem die Drehung des Collimators und des Fernrohrs bis auf 2" genau bestimmt werden konnte. Fernrohr und Collimator-Axe wurden, nachdem vor ihren achromatischen Objectiv-Gläsern gekreuzte Nicol'sche Prismen im Azimuth $\pm 45^\circ$ angebracht waren, in der üblichen Weise mit einem Gauß'schen Ocular (zur Beleuchtung des Fadenkreuzes) und einem Planparallelglas auf unendlich und senkrecht gegen die Axe des Horizontalkreises gestellt²⁾.

- 1) Anm. Mit dem Mikroskop liefs sich ein Unterschied in der Breite nicht nachweisen. Bei dem einen Theil des Gitters erschien aber mit einer Natron-Flamme das 7te Maximum zweiter Klasse am lichtschwächsten für einen Einfallswinkel $J = 30^\circ 30'$, bei dem anderen Theil für $J = 25^\circ$, und würde darnach jenem Theile die breitere Spaltöffnung zukommen. Bei der geringen Dicke der Silber-Collodiumschicht (circa 2 mittlere Lichtwellen) halte ich aber die Berechtigung dieses Schlusses noch für zweifelhaft.
- 2) Anm. Leider kann man, ohne die ganze Einstellung der Fernröhre zu ändern, die Nicol'schen Prismen nicht um 90° oder 180° drehen, man kann also nur positive Azimuthe β in der Nähe von 45° mit Sicherheit beobachten. Es ist mir wenigstens trotz vieler Bemühungen nicht möglich gewesen, polarisirende Kalkspathprismen nach der

Zwischen Auge und Fernrohr-Ocular wurde bei diesen Bestimmungen ein rothes oder blaues Glas gehalten, das Licht von der Wellenlänge $0^{\text{mm}},00061$ resp. $0^{\text{mm}},00045$ durchliefs.

Die in den drei letzten Spalten der folgenden Tabelle angegebenen Zahlen sind das Mittel aus den Bestimmungen an Spectren gleicher Ordnung zur Linken und Rechten des centralen Spaltbildes bei normal auffallendem Licht, wenn die Gitter- oder Glasseite dem Heliostaten zugewandt war. Da sie etwas von den 9 Monate früheren Bestimmungen abweichen, so hat das Gitter in dieser Zeit seine Eigenschaften ein wenig geändert.

CXXVII.

q	Roth	Blau	Diff.	Roth	Blau	Diff.
0	44° 29',5	45° 17'	−0° 48',5	44° 47' 5	45° 18',5	−0° 26'
1	45 44,3	45 59,2	−0 14,9	45 7,2	45 19,2	−0 12
2	49 23,2	46 48,2	2 35	48 1	46 25,2	1 35,5
3	45 21,3	45 36,3	−0 15	45 8,7	45 18,5	−0 9,8
4	48 7,5	46 22,2	1 45,3	47 8	45 33	1 35
kurze Zeit				9 Monat		
nach Anfertigung des Gitters.						

Bei dem Silber-Collodiumgitter Nobert VI erschien der dunkle Streifen in den einzelnen Spectren ein wenig matter und hatte auch nicht so vollkommen regelmäßige Gestalt. Bei der oben beschriebenen ersten Methode mit bloßem Auge und der Einstellung des dunklen Streifens auf die Fraunhofer'sche Linie D fand ich die in Tabelle CXXVIII angegebenen Werthe. Die Beobachtungsreihe

Construction von Nicol, Foucault oder Hartnack zu erhalten, die nicht um 10' oder mehr die Richtung der auffallenden Strahlen geändert hätten. Eine solche Ablenkung ist aber für so empfindliche Untersuchungen, wie die vorliegenden, viel zu groß. Die meisten Kalkspathprismen haben nicht einmal ebene Flächen, und können daher gar nicht vor dem Objectiv eines achromatischen Fernrohrs benutzt werden. Nicol'sche Prismen und Fernröhre gleichzeitig zu drehen war bei der einmal gegebenen Construction des Apparates nicht thunlich.

an der Linie *E*, welche $\frac{3}{4}$ Jahr später angestellt wurde, zeigt, daß auch dieses Gitter sich ein wenig geändert hatte, daß die Symmetrie der linken und rechten Seite des Gitters verschwunden war. Das Mittel beider Beobachtungsreihen stimmt aber gut mit einander überein. Das Gitter Nobert VI hatte ähnliche Eigenschaften wie Nobert VII.

CXXVIII.

Silber-Collodium-Gitter Nobert VI.

Durchgehendes Licht $J=0$.

q	Beugungswinkel γ_q	Glasseite dem Heliostaten zugewandt			Gitterseite			Gesamtmittel
		links	β_q rechts	Mittel	links	β_q rechts	Mittel	

Fraunhofer'sche Linie *D*.

0	0°							43° 56'	43° 56'
1	3	44° 36'	44° 44'	44° 40'	45° 11'	45° 19'	45 15	44 58	
2	6	51 55	49 10	50 32	51 53	51 58	51 55	51 14	
3	9 2'	43 10	44 9	43 39	44 45	43 31	44 8	43 54	
4	12 5	52 39	52	52 19	51 38	51 10	51 24	51 52	

Fraunhofer'sche Linie *E*.

0	0°			44° 1'				44° 17'	44° 9'
1	2 41'	43° 32'	45° 8'	44 20	44° 45'	44° 27'	44 36	44 28	
2	5 22	50 10	50 1	50 5	50 36	49 15	49 55	50	
3	8 4	43 47	44 1	43 54	43 34	44 18	43 56	43 55	
4	10 48	52 31	48 6	50 18	48 25	53 8	50 46	50 32	

Der Fehler einer einzelnen Beobachtung betrug höchstens ein Paar Minuten. Die dunklen Streifen treten nur für die Linie *E* deutlich hervor; bei den anderen Farben waren sie matt, auch wohl an einer oder an beiden Seiten verwaschen, oder sie zerfielen in zwei Streifen, die durch eine lichte Stelle getrennt waren. Das letztere war besonders bei dem dritten Spectrum links der Fall, wo das Azimuth β_{-3} 43° 32' für die Fraunhofer'sche Linie *C* und *D* dasselbe war.

Bringt man zwischen Auge und analysirendes Nicol'sches Prisma ein rothes oder blaues Glas, so kann man auch Spectra höherer als vierter Ordnung untersuchen, ohne daß die Gränzen der Spectra verschiedener Ordnung übereinander fallen. Die Beobachtungen wurden an dem großen Horizontalkreis in der oben bei Gitter Nobert VII beschriebenen Weise angestellt. Auf den etwa $0^{\text{mm}},3$ breiten Spalt des Collimators fiel das Sonnenbildchen einer Convexlinse von 180^{mm} Brennweite und 27^{mm} Oeffnung. Die Normale des Gitters bildete den Winkel J mit den vom Glase her auf das Gitter auffallenden Strahlen, der an einem kleineren Hilfskreise bis auf Minuten genau bestimmt wurde. Wegen der geringeren Lichtintensität haben die einzelnen Bestimmungen von β_1 , zumal für die Maxima höherer Ordnung, einen größeren Fehler als bei der Methode, den dunklen Streifen auf eine Fraunhofer'sche Linie fallen zu lassen. Die angegebenen Zahlen sind das Mittel aus 3 bis 6 einzelnen Bestimmungen.

Da β um so größer gefunden wird, je größer die Amplitude des Lichtes \perp zur Hauptbeugungsebene polarisirt ist, so wird schon dadurch β in verschiedener Weise für die verschiedenen Maxima vergrößert, daß den Maximis verschiedener Ordnung und Farbe Strahlen entsprechen, welche verschiedene Winkel i_1 mit der Normale des Planglases in Luft einschließen. Nennt man i'_1 den zu i_1 gehörigen Brechungswinkel im Innern des Planglases, so ist der eigentliche Werth von β_1

$$\text{arc} [\text{tg} = \text{tg } \beta_1 \cos^2 (i_1 - i'_1)].$$

In den im folgenden aufgeführten Zahlen ist diese Correction schon enthalten. Bei den früheren Angaben war diese Correction, als von unwesentlichem Einfluß, fortgelassen worden.

CXXIX.

Silber-Collodium-Gitter Nobert VI.

R o t h.

B l a u.

q	Ablenkungswinkel		Azimuth		Mittel	q	Ablenkungswinkel		Azimuth		Mittel
	links	rechts	links	rechts			links	rechts	links	rechts	
$\gamma_q - J$		β_q		$\gamma_q - J$		β_q		$\gamma_q - J$		β_q	

J = 0°.

0	0°	44° 12'	45° 8'	45° 6'	44° 12'	0	0°	44° 12'	45° 11'	44° 40'
1	3 10'	45 7	45° 8'	45° 6'	45 7	1	2 20'	45 7	45° 11'	45 7
2	6 21	51 9	50 58	51 20	51 9	2	4 40	46 46	45 24	46 5
3	9 32	53 39	43 45	43 34	43 39	3	7 1	43 47	44 10	46 5
4	12 46	54 54	48 54	54 26	51 40	4	9 22	49 39	46 27	48 3
5	16 1	42 54	46 31	39 17	42 54	5	11 45	41 16	47 32	44 24
6	19 21	49 34	51 6	48 9	49 34	6	14 8	46 23	47 35	46 59
7	22 45	50 36	39 6	72 7	50 36	7	16 33	47 26	39 23	43 24
8	26 13					8	19	47 11	46 57	47 4

J = 0°.

0	0°	44° 12'	45° 8'	45° 6'	44° 12'	0	0°	44° 12'	45° 11'	44° 40'
1	2 20'	45 7	45° 8'	45° 6'	45 7	1	4 40	46 46	45 24	46 5
2	4 40	46 46	45 24	45° 11'	46 46	2	7 1	43 47	44 10	46 5
3	7 1	43 47	44 10	46 27	43 47	3	9 22	49 39	46 27	48 3
4	9 22	49 39	46 27	47 32	49 39	4	11 45	41 16	47 32	44 24
5	11 45	41 16	47 32	47 35	41 16	5	14 8	46 23	47 35	46 59
6	14 8	46 23	47 35	39 23	46 23	6	16 33	47 26	39 23	43 24
7	16 33	47 26	39 23	46 57	47 26	7	19	47 11	46 57	47 4
8	19	47 11	46 57			8				

J = 10°.

0	0°	44° 21'	45° 19'	44° 57'	44° 21'	0	0°	44° 21'	45° 33'	44° 58'
1	3° 12'	45 19	45° 19'	44° 57'	45 19	1	2° 22'	45 19	45° 33'	45 32
2	6 23	51 4	51 4	51 10	51 4	2	4 42	46 39	45 59	46 19
3	9 33	53 28	43 28	42 50	43 28	3	7 3	45 12	43 49	44 30
4	12 43	51 15	51 15	48 30	51 15	4	9 23	49 48	46 16	48 2
5	15 53	43 21	43 21	44 36	43 21	5	11 43	41 50	45 48	43 49
6	19 5	49 30	49 30	50 24	49 30	6	14 3	46 22	47 41	46 31
7	22 18	52 58	52 58	40 8	52 58	7	16 24	48 59	37 39	43 59

J = 10°.

0	0°	44° 21'	45° 19'	44° 57'	44° 21'	0	0°	44° 21'	45° 33'	44° 58'
1	2° 22'	45 19	45° 19'	44° 57'	45 19	1	2° 23'	45 19	45° 33'	45 32
2	4 42	46 39	45 59	45 59	46 39	2	4 47	46 39	45 59	46 19
3	7 3	45 12	43 49	43 49	45 12	3	7 12	45 12	43 49	44 30
4	9 23	49 48	46 16	46 16	49 48	4	9 40	49 48	46 16	48 2
5	11 43	41 50	45 48	45 48	41 50	5	12 9	41 50	45 48	43 49
6	14 3	46 22	47 41	47 41	46 22	6	14 42	46 22	47 41	46 31
7	16 24	48 59	37 39	37 39	48 59	7	17 18	48 59	37 39	43 59

q	Ablenkungswinkel		Azimuth		Mittel
	$\gamma_q - J$	β_q	links	rechts	
$J = 20^\circ$					
0	0°	3° 24'	45° 3'	44° 30'	44° 21'
1	3° 20'	6 55	50 2	47 51	44 46
2	6 37	10 31	44 46	43 22	48 56
3	9 51	14 16	53 53	49 4	44 4
4	13 3	18 11	41 50	38 59	51 58
5	16 14	22 20	46 58	49 21	40 25
6	19 23	26 47	56	36 37	48 9
7	22 34				46 18
$J = 45^\circ$					
0	0°	4° 40'	46° 7'	43° 25'	43° 44'
1	4° 18'	9 51	50 6	50 24	44 46
2	8 22	15 47	46 8	30 47	50 15
3	12 13	23 9	56 53	32 45	38 27
4	15 55	34 22	43 14	31 19	44 49
5	19 28				37 16

q	Ablenkungswinkel		Azimuth		Mittel
	$\gamma_q - J$	β_q	links	rechts	
$J = 20^\circ$					
0	2° 28'	2° 30'	44° 50'	45° 44'	44° 47'
1	4 54	5 3	45 41	45 48	45 17
2	7 18	7 39	43 26	43 1	45 44
3	9 40	10 19	49 13	45 52	43 13
4	12 2	13 4	42	47 19	47 82
5	14 23	15 54	46 3	47 11	44 40
6	16 44	18 50	48 6	42 8	46 37
7					45 7
$J = 45^\circ$					
0	3° 12'	3° 24'	44° 42'	45° 17'	45° 1'
1	6 16	7 3	44 42	46 26	45 34
2	9 12	11 1	46 52	38 37	42 44
3	12 1	15 27	43 57	40 53	42 25
4	15 46	20 35	44 57	36 35	40 46
5					

Die als Mittel der Beobachtungen am q ten Maximum rechts und links vom centralen Spaltbild aufgeführten Zahlen lassen übersehen, daß diese Mittelwerthe für dasselbe Spectrum mit wachsendem J sich nur langsam ändern, daß also einer starken positiven Differenz mit 45° , welche β , auf der einen Seite des centralen Spaltbildes zeigt, meist eine nahe ebenso große negative Differenz auf der anderen Seite entspricht.

Im Uebrigen lehren die aufgeführten Messungen an diesen Gittern mit undurchsichtigen Stäben von Silber-Collodium, daß 1) *die geraden Spectra die größten Abweichungen von Azimuth 45° zeigen*, 2) *daß dieselben für rothes Licht bedeutender, wie für blaues sind* und 3) *daß die Abweichungen wieder in der Nähe der matten Maxima 2, 5, 7 (vergl. §. 151) auftreten*.

Beim Neigen des Gitters gegen die einfallenden Strahlen, wo sich bei der sehr geringen Dicke der Silber-Collodiumschicht die Oeffnungsbreite a sehr wenig ändert, ändert sich bei demselben Spectrum zweiter Klasse auch nur wenig das Verhältniß der Amplituden \mp und \pm zur Haupteinfallsebene polarisirt.

Bei dem Silber-Collodiumgitter findet man also nicht, wie oben bei den Drahtgittern, denselben Werth von β für gleich große Ablenkungswinkel bei den Spectren verschiedener Ordnung und verschiedener Neigung J der Gitternormale gegen die einfallenden Strahlen.

§. 167.

Ich habe schließlicb nach der letzterwähnten Methode mit dem großen Horizontalkreis noch einige Bestimmungen an Furchengittern gemacht, deren Glasseite dem Heliostaten zugewandt war. Die Strahlen fielen normal auf die Gitter auf. Zwischen Auge und polarisirendes Nicol'sches Prisma wurde ein rothes Glas eingeschaltet. Es ist jedoch zu bemerken, daß bei den Furchengittern die Farben desselben Spectrums sehr nahezu gleichzeitig bei der Drehung des Nicol'schen Prismas verschwanden.

Bei einigen Gittern waren die Furchen mit wässrigem Alkohol und einem Planglase bedeckt (vergl. §. 149), so daß die Beugung nicht mehr in Luft, sondern in dieser Flüssigkeit stattfand.

CXXX.

Furchengitter.

Durchgehendes rothes Licht. $J = 0^\circ$.

Beugung in Luft.

q	Beugungswinkel γ	Azimuth β		
		links	rechts	Mittel

Nobert III.				
0	0°			$45^\circ 22'$
1	14 4'	$47^\circ 13'$	$43^\circ 15'$	45 14
2	29 5	43 49	43 49	43 49
3	46 49	41 51	31 45	36 49
4	76 28	34 54	34 17	34 35

Nobert II.				
0	0°			$44^\circ 57'$
1	7 46'	$45^\circ 26'$	$43^\circ 33'$	44 29
2	15 41	44 44	43 41	44 12
3	23 55	44 35	44 24	44 29

Nobert IX.				
0	0°			$44^\circ 51'$
1	2 20'	$45^\circ 7'$	$44^\circ 41'$	44 54
2	4 40	44 30	44 15	44 22
3	7 1	44 15	44 1	44 8
4	9 22	45 1	42 54	43 57
5	11 45	49 16	43 38	46 27
6	14 8	43 56	46 2	44 59

Nobert VIII.				
0	0°			$44^\circ 50'$
1	1 9'	$45^\circ 6'$	$45^\circ 36'$	45 21
2	2 18	45	44 43	44 51
3	3 27	44 6	43 52	43 59
4	4 36	42 29	44 5	43 12
5	5 46	43 23	44 41	44 2
6	6 55	44 56	42 50	43 53
7	8 4	45 7	49 24	47 15
8	9 14	45 34	43 36	44 35

CXXXI.

Furchengitter.

Durchgehendes rothes Licht. $J = 0^\circ$.

Beugung in wässrigem Alkohol.

q	Beugungs- winkel	Azimuth		
	γ	links	rechts	Mittel
Nobert III.				
0	0°			45° 34'
1	10 14'	45° 21'	43° 34'	44 27
2	20 48	43° 54	43 15	43 34
Nobert XI.				
0	0°			45° 7'
1	1 42'	44° 54'	47° 8'	46 1
2	3 24	44 57	45 5	45 1
3	5 7	44 47	45 18	45 2
4	6 49	45 6	44 59	45 2
5	8 32	44 51	44 41	44 45
Nobert VIII.				
0	0°			45° 12'
1	0 51'	44° 44'	(43° 42')	44 44
2	1 41	44 36	46 16	45 26
3	2 32	44 40	45 23	44 31
4	3 22	44 17	44 48	44 32
5	4 13	44 37	44 28	44 32

Auch bei diesen *Furchen-Gittern* tritt eine *periodische Ab- und Zunahme des Azimuths β* mit wachsendem *Beugungswinkel* deutlich hervor, die je nach *Beschaffenheit des Gitters* und der *Substanz* in den *Furchen* desselben *verschieden* ist.

§. 168.

Bringt man statt eines einzigen Gitters mehrere Gitter hintereinander zwischen das polarisirende und analysirende Nicol'sche Prisma, so erscheint das centrale Bild gefärbt, sobald man durch schwache Neigung der Gitter dafür sorgt, daß die verschiedenen Maxima zweiter Klasse nicht auf das centrale Bild, sondern neben dieses fallen.

Die Drehung der Polarisationssebene ist dann für dieselbe Farbe grösser, wie bei einem einzigen Gitter.

Die neben dem centralen Bilde liegenden Spectra scheinen auf einer schiefen Cylinderfläche zu liegen und sind in verschiedenen Azimuthen polarisirt, für verschiedene Farben verschieden; rechts und links vom centralen Bilde bei dem Spectrum derselben Ordnung auch nahezu in demselben Azimuth.

Bei Beobachtung mit einem Ocular-Prisma wanderte der dunkle Streifen im Spectrum des centralen Bildes beim Drehen des analysirenden Nicol'schen Prisma's

für 1 Silber-Collodium-Gitter (Nobert VII)	von $\beta_0 = 44^\circ 48'$ auf $45^\circ 8'$
" 2 "	von $\beta_{00} = 44^\circ 10'$ auf $45^\circ 45'$
(Nobert VI und VII)	von Roth nach Blau.

Stellt man die Gitter parallel, so erscheint kein dunkler Streifen im Spectrum des centralen Bildes, weil dann durch die Beugung an beiden Gittern neue centrale Bilder auftreten. (Vergl. den Schluß dieses §.) Der dunkle Streifen wird jedoch sichtbar, sobald man durch passend gestellte Schirme die Seitenspectra abblendet, so daß nur das centrale Bild des ersten Gitters auf das zweite Gitter fällt. Der dunkle Streifen des centralen Bildes stand

im Roth bei dem Azimuth $\beta_{00} = 43^\circ 54'$
" Blau " " " $\beta_{00} = 45^\circ 22'$

Wurden die vom ersten Gitter gebeugten Strahlen so abgeblendet, daß nur das erste Spectrum links oder rechts auf das zweite Gitter fiel, und beobachtete man dann wieder das Spectrum, das dem ersten Maximum zweiter Klasse links oder rechts entsprach, erschien ein dunkler Streifen

	links		rechts
im Roth für das Azimuth	$\beta_{11} = 45^\circ 8'$	und	$\beta_{-1-1} = 44^\circ 53'$
im Blau " " "	$\beta_{11} = 45^\circ 11'$	und	$\beta_{-1-1} = 45^\circ 57'$

Wurde das erste Gitter um 180° gedreht, so war der dunkle Streifen

	links		rechts
im Roth für das Azimuth	$\beta_{11} = 46^\circ 39'$	und	$\beta_{-1-1} = 44^\circ 33'$
im Blau " " "	$\beta_{11} = 45^\circ 39'$	und	$\beta_{-1-1} = 46^\circ 16'$

Bei dem zweiten Spectrum links oder rechts war nach der Beugung durch beide Silber-Collodium-Gitter hintereinander die Lichtintensität so schwach, daß sich der dunkle Streifen im Spectrum nicht mehr mit genügender Sicherheit beobachten liefs.

Aehnliche Versuche mit Ocular-Prisma bei dem centralen Bilde des Drahtgitters VI oder der beiden einander gleichen und möglichst parallel gestellten Drahtgitter VI und VII ergaben

CXXXII.

<i>J</i>	Drahtgitter VI		Drahtgitter VI und VII	
	β_0		β_0	
	Blau	Roth	Blau	Roth
6°	45° 1'	44° 57',2	45° 6',5	44° 52',5
39	45 2,8	44 56,2	45 11,5	44 45,5
50			45 10,5	44 40
60	44 59,1	44 38,5	45 13,5	44 24

Läfst man Licht durch ein Gitter *F* auf einen mit diesem parallelen und wenige Millimeter entfernten ebenen Silber-Spiegel *E* fallen und nach der Reflexion von neuem durch das Gitter gehen, so sind an diesen Strahlen, die zwei Mal in entgegengesetzter Richtung das Gitter passiert haben, die besprochenen Erscheinungen nicht wahrzunehmen.

Die Anordnung des Versuches ist aus der Fig. 1 Taf. I direct zu ersehen. *P* bezeichnet das polarisirende, *A* das analysirende Nicol'sche Prisma. Das Planglas *G* wird so dick gewählt, daß nur Strahlen in das Auge gelangen, welche einmal durch das Planglas gegangen sind. Das Spectrum des centralen Bildes verschwindet dann in allen Farben gleichzeitig für ein bestimmtes Azimuth β , das bei meiner Anordnung des Apparates nahezu 20° betrug.

Die Erscheinung erklärt sich wieder durch eine Ueber-einanderlagerung der verschiedenen Spectra, wie bei parallelen Gittern.

Entfernt man den ebenen Spiegel weiter vom Gitter und blendet die Seitenspectra ab, so stören die Kritzen des Planglases G und des Planspiegels wegen der durch dieselben hervorgebrachten unregelmäßigen Drehung der Polarisationsebene die genaue Bestimmung von β .

Für die Strahlen des centralen Bildes, welche in der beschriebenen Weise zwei Mal ein Gitter in der entgegengesetzten Richtung passirt hatten, fand ich:

	b_0	β		$\beta_{00} = \arccos\left(\frac{\tan \beta}{\tan b_0}\right)$	
		Roth	Blau	Roth	Blau
Nobert VI	19° 19'	18° 9'	20° 24'	43° 5'	46° 42'
Nobert VII	18 58	18 20	20 25	43 57	47 17

b_0 bezeichnet das Azimuth des analysirenden Nicol'schen Prisma's, welches bei Ausschaltung des Gitters gefunden wurde. Die Zahlen der letzten beiden Columnen stimmen mit den oben an zwei verschiedenen hintereinander geschalteten Gittern gefundenen Werthen von β_{00} so weit überein, als die Genauigkeit dieser Bestimmungen es erwarten läßt.

Ich bemerke hier beiläufig, daß bei parallelen Gittern, (zu denen auch Gitter über einem ebenen Spiegel in der Fig. 1 Taf. I angegebenen Anordnung zu rechnen wären) bei auffallendem weißem Licht Systeme von schön gefärbten Hyperbeln oder auch von schwach gekrümmten oder geradlinigen farbigen Streifen auftraten. Die strenge Theorie dieser Erscheinungen, mit denen sich auch Brewster¹⁾ und Orova²⁾ beschäftigt haben, führt auf ziemlich complicirte mathematische Ausdrücke.

§. 169.

Die in dem vorstehenden Paragraphen beschriebenen Versuche haben gezeigt, daß linear polarisirtes Licht bei der Beugung durch ein Gitter die Eigenschaft verliert, von

1) *Phil. Mag.* (4) XXXI, p. 22 und 98. 1866.

2) *C. R. LXXII*, p. 855. 1871. *LXXIV*, p. 932. 1872.

einem Nicol'schen Prisma ausgelöscht zu werden und daß es in elliptisch polarisiertes Licht übergeht, da es bei passender Einschaltung eines Glimmerblattes von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge wieder in linear polarisiertes zurückgeführt werden kann.

Bei einem möglichst vollkommenen Gitter, dessen linke und rechte Oeffnungsränder symmetrisch gestaltet sind, müssen die durch Beugung hervorgerufenen Veränderungen der Lichtwellen zu der Hauptbeugungsebene und zu der auf derselben normalen Richtung der Gitterstäbe in irgend welcher Beziehung stehen. Es ist zu erwarten, daß die elliptische Polarisation dadurch bedingt ist, daß die beiden Componenten \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt, in welche man das einfallende linear polarisierende Licht zerlegen kann, bei der Beugung einen Phasenunterschied bekommen. Da meine Apparate nicht darauf eingerichtet waren, diesen Phasenunterschied mit einem Glimmerblatt von $\frac{\lambda}{4}$ zu messen, welche Methode in Bezug auf Genauigkeit wohl den Vorzug verdienen würde, so ersetzte ich das Beobachtungsfernrohr mit analysirendem Nicol'schen Prisma durch den schon früher (§. 14 Pogg. Ann. 127, S. 203. 1866) benutzten Babinet'schen Compensator, der 100 bis 200^{mm} hinter dem Gitter aufgestellt wurde, und sich mit dem analysirenden Nicol'schen Prisma auf einer horizontalen ebenen Tischplatte verschieben liefs. Es wurde Sorge getragen, daß die Strahlen möglichst normal auf die Quarzplatten des Compensators auftrafen, dessen Mikrometerschraube horizontal, parallel der Hauptbeugungsebene stand.

Zwischen Auge und analysirendem Nicol'schen Prisma, dessen Lage bis auf 2' genau bestimmt werden konnte, ward ein rothes Glas eingeschaltet.

Im folgenden ist der Gangunterschied δ , positiv gerechnet, wenn die \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirte Componente, gegen die \mp zur Hauptbeugungsebene polarisirte Componente verzögert war. Das Amplituden-

Verhältniß beider ist direct durch $\tan \beta$, gegeben, da das polarisirende Prisma auf $\pm 45^\circ$ stand.

Die Werthe von β , müßten eigentlich mit den Werthen identisch seyn, die bei denselben Gittern mit den früheren Methoden gefunden wurden. Die Abweichungen erklären sich zum Theil durch freiwillige oder zufällige Aenderungen des Gitters, zum Theil durch die geringere Anzahl von Beobachtungen und die besonders bei schwacher Lichtintensität bedeutend geringere Genauigkeit, die bei Compensator-Messungen in der Bestimmung des Azimuth β erreicht werden kann.

Ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{4}$ entsprach 7,9 Umgängen der Mikrometerschraube. Der wirkliche Gangunterschied kann sich von dem in den Tabellen aufgeführten um ein Vielfaches von $\pm \frac{\lambda}{2}$ unterscheiden, da man *a priori* nicht wissen kann, ob sich derselbe beim Fortgehen von einem Maximum zweiter Klasse zum folgenden continuirlich ändert. Die früher (§. 151 und 155) beschriebenen Versuche zeigten aber nur, daß sich mit denselben für die direct durch ein Gitter gegangenen Strahlen, dem centralen Spaltbild entsprechend, keine durch Beugung hervorbrachte Phasenänderung von merklicher GröÙe nachweisen läßt.

Die Ablenkungswinkel γ , — J sind aus den bekannten Dimensionen der Gitter mit Hülfe der Gl. 19 §. 149 berechnet.

Bei den Drahtgittern lieÙ sich wegen der kleinen Beugungswinkel der Babinet'sche Compensator nicht benutzen.

Von den Gittern mit undurchsichtigen Stäben zeigten die RuÙgitter III und IV nur einen sehr geringen Phasenunterschied der Strahlen \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt.

CXXXIII.

Rufsgitter IV. (Schwerd 153).

Babinet'scher Compensator. Rothcs Licht. $J = 0^\circ$.

Glasseite dem Heliostaten zugewandt.

φ	Beugungswinkel γ_1	Azimuth β_1			Gangunterschied δ_1		
		links	rechts	Mittel	links	rechts	Mittel
0	0°			$44^\circ 52'$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$-\frac{\lambda}{4}$ -0,015
1	$0\ 56'$	$46^\circ 34'$	$45^\circ 58'$	$46\ 16$	0,005	0,008	0,006
2	$1\ 51$	$46\ 20$	$45\ 24$	$45\ 52$	-0,005	-0,008	-0,006
3	$2\ 47$	$45\ 7$	$47\ 30$	$46\ 18$	0,002	0,025	0,013
4	$3\ 43$	$46\ 4$	$44\ 20$	$45\ 12$	0,002	-0,010	-0,004
5	$4\ 38$	$49\ 40$	48	$48\ 50$	0,002	-0,010	0,004

Weit größere Werthe und analoge periodische Schwankungen mit wachsendem Einfallswinkel zeigten die Silber-Collodiumgitter. Für $J = +$ oder $-76^\circ 20'$ (dieselben waren um die Richtung der Gitterstäbe gedreht worden) wurden die Maxima zur Linken oder Rechten des centralen Bildes beobachtet, so daß die Beugungswinkel in beiden Fällen gleich waren.

Die im folgenden angegebenen Zahlen sind das Mittel aus nahe übereinstimmenden Beobachtungen bei positivem und negativem Azimuth. Dabei ist schon die Drehung der Polarisationssebene durch das Planglas des Gitters berücksichtigt.

CXXXIV.

Silber-Collodium-Gitter Nobert VII.

Babinet'scher Compensator.

Roths durchgehendes Licht.

q	Ablenkungs- winkel		Azimuth			Gangunterschied		
	$\gamma_1 - J$		β_1			δ_1		
	links	rechts	links	rechts	Mittel	links	rechts	Mittel

$J = 0^\circ.$								
0	0°		45°		45°	$\frac{\lambda}{4}$ 0,002	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$ 0,002
1	3 10'		44 33'	44° 30'	44 31'	-0,006	0,004	-0,001
2	6 21		48 1	47 22	47 46	-0,045	-0,079	-0,062
3	9 32		45 30	44 41	45 5	0,056	0,030	0,043
4	12 46		46 57	46 23	46 40	-0,032	-0,026	-0,029
5	16 1		49 42	44 51	47 16	0,007	0,075	0,041
6	19 21		48 45	46 21	47 33	-0,035	0,004	-0,015
7	22 45		46 47	49 27	48 14	0,074	0,074	0,074
8	26 13		45 58	45 54	45 56	0,083	0,083	0,058

$J = -30^\circ.$								
0	0°	0°	44° 40'		44° 40'	$\frac{\lambda}{4}$ -0,055	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$ -0,055
1	3 44'	3 35'	46 22	45° 34'	45 58	-0,055	-0,081	-0,068
2	7 38	7 4	46 54	46 54	46 54	-0,134	-0,082	-0,108
3	11 44	10 28	46 8	45 21	45 45	0,013	0,019	0,016
4	16 8	13 48	47 6	44 49	45 58	-0,088	-0,099	-0,093
5	20 55	17 4	51 38	45 14	48 26	-0,209	-0,033	-0,121
6	26 15	20 17	48 42	45 14	46 58	0,008	-0,126	-0,054
7	32 28	23 29	44	42 42	43 21	-0,075	0,033	-0,054
8	40 23	26 40	35 5	49 43	42 24	-0,082	-0,110	-0,096

$J = 76^\circ 20'.$								
0	0°		46° 51'	46° 34'	46° 42'	$\frac{\lambda}{4}$ 0,081	$\frac{\lambda}{4}$ 0,153	$\frac{\lambda}{4}$ 0,117
1	9 55'		30 38	39 22	35 10	0,023	0,010	0,016
2	16 53		37 59	37 24	37 41	-0,067	-0,067	-0,067
3	22 38		45 23	35 7	40 15	-0,228	-0,416	-0,322
4	27 41		34 0	31 49	32 54	0,054	0,099	0,077
5	32 16		28 3	36 6	32 4	-0,287	-0,251	-0,269
6	36 31		24 11	32 50	28 30	(-0,152)	0,301	0,074
7	40 31		32 5	26 25	29 15	-0,337	-0,119	-0,228
8	44 21		33 19	?	33 19	0,549	?	0,549

CXXXV.

Silber-Collodium-Gitter Nobert VI.
Babinet'scher Compensator.

Roths durchgehendes Licht.

g	Ablenkungs- winkel		Azimuth			Gangunterschied		
	$\gamma_g - J$		β_g			δ_g		
	links	rechts	links	rechts	Mittel	links	rechts	Mittel

$J = 0.$

						$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$
0	0°				44° 36'	0,008		0,008
1	3 10'	45° 38'	45° 14'	45 26		0,008	-0,020'	0,008
2	6 21	51 30	50 20	50 55		0,049	-0,024	0,012
3	9 32	43 28	44 34	44 1		0,004	0,022	0,013
4	12 46	51 3	53 1	52 2		-0,040	-0,011	-0,025
5	16 1	47 35	41 3	44 19		+0,024	0,127	0,075
6	19 21	52 54	47 30	50 12		0,056	0,054	0,055
7	22 45	39 53	56 46	48 19		0,291	0,237	0,264
8	26 13	46 3	49 12	47 38		0,089	0,154	0,121

$J = 76^\circ 20'.$

				$\frac{\lambda}{4}$
0	0°	44° 23'		0,035
1	9 55'	39 48		0,008
2	16 53	39 31		-0,182
3	22 38	47 9		-0,024
4	27 41	27 13		-0,008
5	32 16	38 12		0,423
6	36 31	15 46		(-0,446)
7	40 31	40		-0,517
8	44 21	18 39		1,722

Für $J = 60^\circ$ fand ich bei dem Silber-Collodium-Gitter Nobert VII

für das centrale Bild $\beta_0 = 42^\circ 44'$ $\delta_0 = \frac{\lambda}{4} 0,040$

für das dritte Maximum $\beta_3 = 40^\circ 5'$ $\delta_3 = \frac{\lambda}{4} 0,356$

Bei diesen Gittern mit undurchsichtigen Stäben aus Silber-Collodium treten merkliche Phasenunterschiede der Strah-

len \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt auf, die mit wachsendem Beugungswinkel für dieselbe Stellung des Gitters gegen die einfallenden Strahlen zu- oder abnehmen, bald positiv, bald negativ seyn können. Die Phasenunterschiede sind im Allgemeinen um so merklicher, je schiefer die auffallenden Strahlen das Gitter treffen. Für kleinere Einfallswinkel sind sie etwa von derselben Ordnung, wie diejenigen, welche nach dem Durchgange des Lichtes durch Plangläser überhaupt gefunden werden (vergl. §. 35, Pogg. Ann. Bd. 128 S. 394. 1866).

Bei den Furchengittern Nobert V, II, IV, IX, VIII habe ich, selbst bei starker Neigung der Gitter gegen die einfallenden Strahlen, nur einen sehr geringen Phasenunterschied des gebeugten Lichtes \mp und \pm zur Hauptbeugungsebene polarisirt wahrnehmen können, der jedoch auch periodische Schwankungen, ähnlich wie das Azimuth, zeigte.

Die größten Werthe des Phasenunterschiedes nach der Beugung durch Furchengitter fand ich bei dem sehr feinen Gitter Nobert III.

CXXXVI.

Furchengitter Nobert III. Babinet'scher Compensator.

Rothes durchgehendes Licht.

Glasseite dem Heliostaten zugewandt.

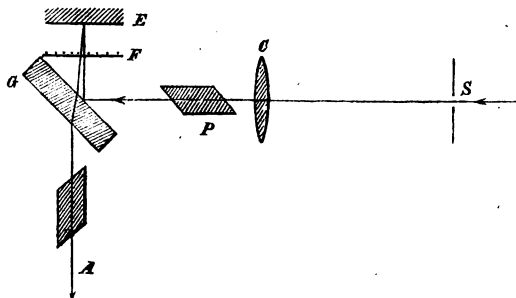
q	Ablenkungs- winkel $\gamma_1 - J$	Azimuth β_1			Gangunterschied δ_1		
		links	rechts	Mittel	links	rechts	Mittel
		$J = 0^\circ.$					
0	0°			45°	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$
1	14 4'	45° 48'	43° 58'	44 53'	-0,036	-0,036	-0,036
2	29 5	45 4	45 42	45 23	-0,036	-0,071	-0,053
3	46 49	42 26	32	37 13	-0,033	0	-0,016

q	Ablenkungs- winkel $\gamma_q - J$	Azimuth β_q			Gangunterschied δ_q		
		links	rechts	Mittel	links	rechts	Mittel
					$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$
0	0°	47° 11'	46° 10'	46° 40'	-0,020		-0,020
1	19 15'	53 47	41 5	47 26	0,074	0,029	0,051
2	34 48	36 35	36 15	36 25	-0,005	0,011	0,003
3	49 1	24 18	26 28	25 23	0,115	0,159	0,137

Würzburg den 15. März 1873.

(Fortsetzung folgt.)

Berichtigung. Mit der auf S. 316 und 317 fälschlich citirten Figur ist nachstehender Holzschnitt gemeint:



II. Ueber die Zeitdauer, die das Flintglas braucht, um sich zu magnetisiren, zu entmagnetisiren und die Polarisationsebene zu drehen; von Prof. E. Villari.

(Auszug aus d. *Rendiconti* des *Istit. Lombardo Ser. II, T. III*, übersetzt von Ant. Brumatti, Zögling d. physikal. Instit. in Wien.)

Die bekannten Erfahrungen Weber's und Tyndall's haben die Existenz der Polarität der diamagnetischen Körper in den Repulsionerscheinungen, die sie unter der Einwirkung starker Elektromagnete darbieten, außer allem Zweifel gesetzt. Jedoch hat noch Niemand bis jetzt, so

viel mir wenigstens bekannt ist, mit Genauigkeit die Zeit bestimmen können, die ein Körper braucht, um diese diamagnetische Polarität zu gewinnen oder zu verlieren. Der einzige, Plücker, glaubte die Permanenz des Diamagnetismus in einem Wismuthstabe nachgewiesen zu haben, weil er bemerkte, daß der Stab abgestoßen wurde, wenn er zwischen die beiden Pole eines starken Elektromagneten gesetzt und in einer nahezu axialen Richtung gehalten wurde; dagegen augenblicklich angezogen, sobald man die Polarität der Elektromagnete umkehrte.

Ich will die Schwierigkeiten einer solchen Experimentirmethode und die Unmöglichkeit, daraus sichere Schlüsse zu ziehen, übergehen, und bemerke nur, daß es weder Tyndall noch Becquerel gelungen ist, irgendwie die Ansichten Plücker's zu bestätigen.

Ich habe denselben Gegenstand nach einer ganz anderen Methode wieder aufgenommen. Da man bei diesen Untersuchungen weder auf die Inductions-, noch auf die gegenseitige Attractions- und Repulsionserscheinungen, ihrer sehr geringen Energie wegen, Gewicht legen kann, so habe ich meine Aufmerksamkeit gewendet auf die Veränderungen, die das Licht durch einige diamagnetische Körper erleidet, wenn letztere unter dem Einflusse kräftiger Elektromagnete stehen. Und auf diesem Wege ist es mir wirklich gelungen die Aufgabe zu lösen, die ich mir vorgestellt, und ich hoffe in Kurzem die Resultate, zu denen ich gelangt bin und nun gegenwärtig veröffentlichte, mit neuen Forschungen bekräftigen zu können.

Es ist eine bekannte Thatsache, daß der Magnetismus auf viele durchsichtige Körper so einwirkt, daß er ihnen ein Drehvermögen zu ertheilen im Stande ist, wonach diese dann ihre Polarisationssebene im Sinne des Stromes selbst drehen, vorausgesetzt, daß der Strom sich vom positiven zum negativen Pole bewege. Die vielen Erfahrungen von berühmten Gelehrten haben gezeigt, daß diese Wirkung der magnetisirenden Kraft proportional zunimmt.

Es ist daher klar, daß wenn der Magnetismus (magnetisirende Kraft) eine gewisse Zeit braucht, um einen

diamagnetischen Körper zu polarisiren, sich sein Drehvermögen auf die Polarisationssebene ebenfalls nach Ablauf dieser Zeit kundgeben wird, und sodann nach und nach zunehmen wird mit dem Wachsen des Diamagnetismus im diamagnetischen Körper. Dasselbe wird stattfinden, wenn der diamagnetische Körper eine gewisse Zeit braucht, um sich zu entmagnetisiren; denn auch in dem Falle wird das Drehvermögen des Diamagneten in derselben Zeit abnehmen und verschwinden. Meine Untersuchungen sind eben auf das Messen dieser Zeiten gerichtet, welche von vornherein bemerkt, wohl sehr klein sind.

Ich liefs also einen Cylinder aus sehr dichtem Flintglas (im Französischen nennt man es *extra-dense*) von 10^{mm},5 Höhe und 63^{mm} Durchmesser schneiden, der bei fixer Stützung, nämlich über einem darauf fest gekitteten messingnen Ring geschliffen wurde, von welchem er nicht mehr losgerissen worden ist, damit er so gut centrirt werde. Dieser Cylinder wurde geglättet und an seinem Rande durchsichtig gemacht; hierauf mittelst des Ringes auf der letzten Axe eines rasch drehbaren Drehungsapparates, der so beschaffen war, daß man die Scheibe leicht mit einer Geschwindigkeit von etwa 200 Umdrehungen in der Secunde drehen konnte, fest eingeschraubt. Es muß gleich hier bemerkt werden, daß, um die Scheibe mit einer solchen Umdrehungsgeschwindigkeit drehen zu können, es unumgänglich nothwendig ist, daß die Scheibe auf ihrer Axe vollkommen centrirt sey, und daß andererseits letztere im Rotiren keine Schwingungen mache. Zu diesem Zwecke war die Axe aus halbgehärtetem Stahl und ruhte auf der einen Seite auf einem festgeschraubten wohlgehärteten Stahlkissen; auf der anderen Seite und mit ihrem Ende war sie an einer Schraube aus hartem Stahl, die mit ihrer conischen Extremität in eine entsprechende Bohrung des Axenkopfes eindrang, angelehnt. Nur auf diese Weise konnte der Apparat sich während des ganzen Verlaufes meiner Untersuchung bewähren, theils wegen der großen Härte der Unterstützungspunkte, theils weil diese mittelst Schrauben so an einander angepaßt werden konnten, daß

dem Cylinder jede Möglichkeit zum Schwingen genommen war.

Der Drehungsapparat war in der Nähe eines von Rühmkorff zum Studium der magnetischen Drehungspolarisation construirten Elektromagneten aufgestellt und derart angeordnet, daß die Glasscheibe bei verticaler Stellung zwischen den durchbohrten Polen des Elektromagneten so zu stehen kam, daß ein durch diese Pole durchgehender Lichtstrahl genau auf einen Durchmesser der Scheibe fiel. Mittelst einer Schraubenvorrichtung war diese Anordnung möglich. Es muß überdies bemerkt werden, daß es von großer Wichtigkeit ist, den Drehungsapparat und die Magnete mit der größtmöglichen Festigkeit zu fixiren, um ja auch die geringste gegenseitige Verrückung der Theile des Apparates zu verhindern und so jede Störung zu vermeiden. Deswegen wurde das Ganze auf einem Tische von schwerem Nufsbaumholz mit großen Schrauben unverrückbar befestigt.

Es ist an und für sich klar, daß wenn z. B. ein von einem Nicol polarisirter Lichtstrahl auf die Glasscheibe fällt, diese wie eine cylindrische Linse wirken wird, und sobald sie vom Elektromagneten stark magnetisirt ist, die Polarisationssebene des leuchtenden Strahles um eine Größe drehen wird, die von einem zweiten Nicol gemessen werden kann. Diese Art zu experimentiren ist jedoch viel zu wenig empfindlich, und daher nicht hinreichend, wenn man Messungen mit Genauigkeit ausführen will. Ich habe daher mit dem von einem Pouillet'schen Doppelquarz erhaltenen empfindlichen Farbenton experimentirt. Zu dem Zwecke stellte ich an einem Ende des Magneten ein doppeltbrechendes achromatisches Prisma, durch welches das Licht einer Gasflamme polarisirt wurde, und es drang davon nur ein Bild durch, da das zweite von einem Diaphragma aufgefangen war. Es fiel somit das Licht auf den ersten Magneten des Apparates, ging sodann durch die Glasscheibe und drang in den zweiten Magneten ein, wo es vom Doppelquarz aufgefangen war, und endlich wurde es vom bekannten Analysator des So-

leil'schen Saccharimeters, das ich an dem Elektromagneten angepaßt hatte, analysirt und compensirt. Mit diesen Mitteln und nach einiger Uebung konnte ich es zu einer großen Genauigkeit bringen im Abschätzen der Gleichheit der beiden Färbungen auf dem Doppelquarz und im Messen der Drehung der Polarisationsebene. Nachdem ich das vorausgeschickt, lasse ich nun die auf folgende Weise ausgeführten Versuche folgen.

Ich richtete das Fernrohr des Analysators so, daß ich ein reines Bild der doppelten Quarzplatte erhielt, welche aber in Folge der Glasscheibe, die als cylindrische Linse wirkte, horizontal verzogen war; daher stellte ich, um das Bild besser abschätzen zu können, den Doppelquarz vertical auf der Verbindungslinie. Indem ich das doppelbrechende Prisma umdrehte, erhielt ich eine einzige Färbung auf dem Doppelquarz, die ich bei der Nullstellung des Compensators auf die bekannte Uebergangsfarbe reducirte, indem ich den Erzeuger des empfindlichen Farbentons bewegte.

Eine erste Vergleichsprobe machte ich, indem ich die Scheibe mit derselben Geschwindigkeit in Rotation versetzte, mit welcher ich später meine Untersuchungen anstellte; und wenn alles gut angeordnet war, zeigte sich keine Aenderung in der Färbung des Doppelquarzes¹⁾. Dies bewies natürlich, daß die Rotation an und für sich die optischen Eigenthümlichkeiten der Scheibe keineswegs änderte. Nachdem ich mich so gegen jede Störung geschützt, magnetisirte ich die Elektromagnete mit 10 bis 15 Kohlenelementen und bestimmte die von der magnetisirten Scheibe hervorgebrachte Drehung der Polarisationsebene des Lichtes, indem ich sie nach der Verrückung

- 1) Ich bemerke hier, daß zuweilen, wahrscheinlich wegen nicht genauer Einstellung der Scheibe, sich beim Drehen in derselben immer in demselben Sinn ein Drehungsvermögen zeigte, welches aber durch Verrücken, Entfernen und ordentliches Centriren des Ganzen verschwand. Eine solche Störung kann man in Rechnung ziehen, ohne sie zu beseitigen; denn sie bleibt immer constant der Intensität und Richtung nach, wenn man den Apparat nicht verrückt. Es ist jedoch besser bei genauen Untersuchungen sie zu eliminiren, wie ich es gethan habe.

maß, die ich dem Compensator ertheilen mußte, um die Homogenität der Farbe im Doppelquarz wiederherzustellen. Dann ließ ich von einem Assistenten, der die Bewegung der Kurbel des Drehungsapparates nach den Schwingungen eines Metronoms regulirte, rasch die Scheibe drehen. In Folge der Rotation zeigte sich eine neue Aenderung in dem empfindlichen Farbenton, die neuerdings mit einer passenden Verrückung des Compensators compensirt und gemessen wurde. Auf diese Weise habe ich viele Messungen und Untersuchungen ausgeführt, und habe hier unten einige der gewonnenen Resultate zusammengestellt.

Drehung der Polarisationsebene von der Flintscheibe erzeugt.

Ordnungszahl	Unmagnetisirt		Magnetisirt		Differenz
	Fix	Gedreht mit 143 Umdrehungen in der Secunde	Fix	Gedreht mit 143 Umdrehungen in der Secunde	
1	0	0	+14	+8	6
2	"	"	-16	-8	8
3	"	"	-15	-6	7
4	-1	+1	+14	-6	8,5
5	"	"	+16	+8	8
6	"	"	-15	-5	10
7	"	"	-15	-6,5	8,5
8	"	"	+15	+6	9
9	"	"	+14	+6,5	7,5')
10	"	+1,5	.	.	.

Aus diesen und vielen anderen ähnlichen Resultaten ersieht man:

1. Daß die Scheibe, wenn sie nicht magnetisirt ist, vollkommen neutral sich zeigt gegen das polarisirte Licht, mag sie ruhig oder mag sie in rascher Drehung versetzt seyn;

- 1) Die unter dieser Rubrik angegebenen Differenzen sind nicht alle unter einander gleich, weil es unmöglich ist die Scheibe, wenn man sie mit der Hand dreht, immer gleichförmig zu bewegen, so daß sie wirklich nach der Annahme 143 Umdrehungen in der Secunde vollführe.

NB. Die im Original angegebenen numerischen Werthe sind von den in dieser Uebersetzung angeführten verschieden, weil dort aus Versehen die absolute Schwingungsdauer des Metronoms nicht berücksichtigt wurde.

2. Daß das von der fixen Scheibe gewonnene magnetische Drehvermögen abnimmt, und sich auf weniger als auf die Hälfte reducirt, wenn die Scheibe mit 140 Umdrehungen in der Secunde gedreht wird. Das heißt, daß wenn die Scheibe sich rasch umdreht, sie unter der Wirkung der Elektromagnete sich weniger polarisirt, als wenn sie fix ist, und dies ganz natürlich, weil die sich drehende Scheibe allzu kurze Zeit mit jedem ihrer Durchmesser in der axialen Richtung der magnetisirenden Magnete verbleibt, um den ganzen Magnetismus zu gewinnen, den die Magnete bei längerer Zeit ihr zu ertheilen im Stande gewesen wären.

Um die Zeit, die die Scheibe zu ihrer Magnetisirung nöthig hat, messen zu können, ist es zuerst nothwendig zu wissen, welchen Einfluß die verschiedene Drehungsgeschwindigkeit auf die Intensität des in der Scheibe entwickelten Diamagnetismus ausübt. Zu dem Zwecke liefs ich den (immer mit derselben Energie magnetisirten) Diamagneten mit verschiedener Geschwindigkeit drehen, und merkte mir in den verschiedenen Versuchen die verschiedenen Abnahmen des Drehungsvermögens, denen die Scheibe unterworfen war. Die von solchen Forschungen gewonnenen Resultate sind hier unten angeführt.

Die Elektromagnete wurden von 10 Bunsen'schen Elementen erhalten. Das von 19 Theilstrichen am Compensator gemessene Drehvermögen der Scheibe nahm ab mit der Drehung

von 110 Umdrehungen in der Secunde um 2 Theilstriche

121	"	"	"	"	5	"
143	"	"	"	"	10	"
180	"	"	"	"	17	"
180	"	"	"	"	17	"

Diese Zahlen beweisen, daß mit der Zunahme der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe ihr magnetisches Drehvermögen rasch abnimmt, so daß es fast Null wird bei einer Geschwindigkeit von 180 Umdrehungen in der Secunde. Das von nur 2 Theilstrichen gemessene, noch zu-

rückgebliebene Drehvermögen ist fast an der Gränze der Empfindlichkeit des Apparates und ist überdies so gering, daß man wohl ohne merkliche Fehler die Geschwindigkeit von 180 Umdrehungen in der Secunde für hinreichend groß ansehen kann, den Magnetismus der Scheibe zu vernichten.

Nachdem ich dies vorausgeschickt, wird es nicht schwer fallen die Zeit zu bestimmen, während welcher die mit 180 Umdrehungen in der Secunde gedrehte Glässcheibe unter der Einwirkung der Magnete bleibt ohne sich zu magnetisiren. Und man weiß es wirklich aus dem Cosinusetze, daß das Drehvermögen der Scheibe Null ist in der Richtung des Aequators, oder in einer auf der Verbindungslinie der Magnetpole senkrechten Richtung. Es muß daher ein Durchmesser der Scheibe, der sich in der Richtung des Aequators befindet, ganz indifferent seyn gegen das polarisirte Licht, aber sobald er in Folge der Drehung diese Richtung verläßt, wird er sich zu magnetisiren anfangen und sein Magnetismus wird immer mehr zunehmen bis er in die Richtung der Axe kommt, von wo an der Magnetismus immer mehr abnehmen wird bis auf Null, um hierauf umzukehren. Betrachtet man daher die Scheibe in der Richtung der Axe, so wird sie den in dieser Stellung auftretenden Magnetismus und das Drehvermögen in einer Zeit gewonnen haben, die sie gebraucht hat um die 90° zu durchlaufen, die von der Aequatorlinie, wo der Magnetismus Null ist, bis zur Axiallinie, wo er ein Maximum wird, sich erstrecken. Nun findet man mittelst einfacher Rechnung, daß die mit 180 Umdrehungen in der Secunde gedrehte Scheibe eine Größe von $0'',0014$ Secunde braucht um die 90° zu durchlaufen; somit wird $0'',0014$ das Maximum der Zeit seyn, durch welche der diamagnetische Körper unter der Wirkung der Magnete bleiben kann ohne sich merklich zu magnetisiren; oder es bedarf der diamagnetische Körper einer längeren Zeit als $0'',0014$ um sich merklich zu magnetisiren unter den Um-

ständen, unter welchen ich meine Untersuchungen geführt habe.

Ein solches Zeittheilchen kann noch um eine geringe GröÙe reducirt werden, wenn man bedenkt, daß eine Geschwindigkeit von 180 Umdrehungen nicht hinreichend war das Drehvermögen der Scheibe, welches eben mit 2 Theilstrichen an der Compensatorscale gemessen war, gänzlich aufzuheben. Ich ließ den Apparat mit einer gröÙeren Geschwindigkeit nicht drehen, weil es erstens nur schwer zu erreichen gewesen wäre, und weil man bei gröÙerer Geschwindigkeit eine Aenderung des Drehvermögens, die weniger als 2 Scalentheilchen beträgt, kaum wird abschätzen können; weshalb ich auch bei der oben angegebenen Geschwindigkeit stehen blieb. Man kann aber doch leicht die Geschwindigkeit berechnen, die man der Scheibe ertheilen müÙte, damit sie auch diesen letzten Rest des Drehvermögens verliere. Wenn man eben als der Wirklichkeit entsprechend annimmt, daß der Magnetismus der Scheibe mit der Zunahme ihrer Drehungsgeschwindigkeit in demselben Verhältnisse um geringes abnehme, in welchem er eben in den 2 letzten Versuchen abgenommen hat, d. i. mit den 2 Geschwindigkeiten von 143 und 180 Umdrehungen in der Secunde, so wird man leicht nach Aufstellung einer Proportion finden, daß bei 201 Umdrehungen in der Secunde das Drehvermögen der Scheibe gänzlich verschwunden seyn wird. Und wenn man nun neuerdings die Zeit aus dieser Drehungsgeschwindigkeit berechnet, so wird man finden, daß die Scheibe 0",001244 Secunden braucht um einen Quadranten zu durchlaufen. Man kann daher behaupten, daß dieses Zeittheilchen mit gröÙerer Genauigkeit, als das eben gefundene, das Maximum ist, während welcher die Scheibe oder ein dichtes Glas das magnetisirte Feld durchlaufen kann ohne sich zu magnetisiren.

Aus derselben Reihe von Versuchen kann man gleichfalls das Minimum der Zeit feststellen, die die Scheibe braucht um sich vollständig und mit jener Intensität zu

magnetisiren, die die Elektromagnete ihr eben zu ertheilen vermögen. Man ersieht in der That aus der vorstehenden Tabelle, daß eine Drehung von 110 Umdrehungen in der Secunde der Scheibe eine kaum schätzbare Menge von Magnetismus entzieht. Wenn man sonach diese Geschwindigkeit als die größte annimmt, die man überhaupt der Scheibe geben kann, ohne daß sie merklich ihren Magnetismus verliere, so findet man leicht, daß die Scheibe bei dieser Geschwindigkeit 0",00227 Secunde braucht um die 90° zu durchlaufen; und es wird daher dies das Maximum der Zeit seyn, die die Scheibe nöthig hat, um sich vollständig unter der Wirkung der von mir angewandten Elektromagnete zu magnetisiren. Man kann hier auch den im vorigen Paragraphen durchgeführten Calcul wiederholen um die Zeit genau zu bestimmen, die zur vollständigen Entwicklung des Magnetismus nöthig ist, welcher um jene geringe GröÙe von 2 Scalentheilen, die sich bei der Drehung von 110 Umdrehungen zeigte, noch nicht abgenommen hat. Wenn man also alle jene Betrachtungen wiederholt und dasselbe Gesetz der magnetischen Abnahme für die zwei Minima der Drehungsgeschwindigkeiten in den angeführten Versuchen, so wie auch für die noch kleinere, beibehält, so findet man, daß das Minimum der Zeit die die Scheibe braucht um sich vollständig zu magnetisiren, sich auf 0",00241 reducirt.

Diese Angaben sind den Verhältnissen der von mir ausgeführten Versuche entsprechend; dieselben Zahlen dürften nicht genau auf andere Untersuchungen bezogen werden, in welchen die magnetisirende Kraft der angewendeten Magnete verschieden war. Um den Einfluß der magnetisirenden Kraft auf die Zeit, die der diamagnetische Körper zur Gewinnung des Magnetismus braucht, in vollster Evidenz zu bringen, habe ich einen Vergleich aufgestellt zwischen den in der Scheibe von magnetisirenden Kräften verschiedener Intensität hervorgebrachten Wirkungen und den in derselben von einer constanten Drehungsgeschwin-

digkeit erzeugten. Die Resultate dieser Untersuchungen sind folgende:

Drehungspolarisation der magnetisirten Scheibe.

I.	II.	III.	IV.	V.
Anzahl der Batterien	$I. = \text{tg}$	Fix	Gedreht mit 143 Umdrehungen in der Secunde	Differenz III.—IV.
10 Bunsen'sche Elem.	52°	19	9	10
8 „	48,5	15,5	7	8,5
6 „	45,5	17	8	9
4 „	39,5	11,5	5	6,5
2 „	26	6,5	2,5	4,0
1 „	14	4,0	1	3,0

Diese Zahlen sagen uns, daß dieselbe Drehungsgeschwindigkeit verschieden wirkt auf die verschiedene Intensität des in der Scheibe inducirten Magnetismus; wodurch sie dem absoluten Werthe nach um so mehr verliert, je stärker sie magnetisirt ist. So verliert die von 19 magnetisirte Glasscheibe mit derselben Geschwindigkeit 10 mit solcher sie nur 4 verliert, wenn sie von 6,5 magnetisirt ist; sie verliert 3, wenn sie von 4 magnetisirt wird. Dem relativen Werthe nach aber wirkt dieselbe Drehungsgeschwindigkeit viel energischer auf die wenig magnetisirte, als auf die stärker magnetisirte Scheibe; deshalb vernichtet die Drehung im ersten der angeführten Beispiele die Hälfte des Magnetismus der Scheibe, und im letzten drei Vierteltheile.

Dieselben vorgeführten Zahlen belehren uns auch hierin, daß die Bewegungen der magnetisirten Molecüle in der Scheibe mit verschiedener Geschwindigkeit vorgehen, je nach den magnetisirten Kräften. Und man entnimmt wirklich aus ihnen, daß bei einer und derselben Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe (d. h. sobald jeder Theil derselben immer eine gleiche Zeit unter der Einwirkung des magnetisirenden Magneten bleibt) sie sich nur

wenig oder gar nicht magnetisirt, wenn sie unter der Wirkung einer schwachen magnetisirenden Kraft sich befindet; dagegen magnetisirt sie sich um 9, wenn sie unter der Wirkung einer stärkeren magnetisirenden Kraft steht; was eben besagen will, daß die Molecularbewegungen rascher vor sich gehen, wenn sie von kräftigen als wenn sie von schwachen Magneten erzeugt werden. Dieses Resultat konnte man leicht auch voraussehen.

Eine zweite Frage drängt sich unwillkürlich in diesen Untersuchungen auf, und zwar betrifft sie die Dauer des Diamagnetismus in der Glasscheibe, wenn einmal die magnetisirende Kraft aufgehört hat, oder im Abnehmen begriffen ist. Dieses Studium führt uns neuen Schwierigkeiten entgegen, und die Resultate zu denen ich gelangt bin, sind nur Gränzwerthe, aber keine absoluten Werthe. Ich ging bei diesen Untersuchungen so vor:

Ich begann mit der Umänderung und anderen Aufstellung des Apparates. Ich befestigte die zwei Rühmkorff'schen Elektromagnete auf einer Eisenplatte, so daß das Ganze einen eigentlichen Hufeisenmagneten bildete. Dieser war mittelst einer eisernen Axe, die durch die Querstange ging, horizontal an einen Holzklotz derart befestiget, daß er leicht um seine horizontale Axe gedreht werden konnte, und man auf diese Weise seine Axiallinie verschieden gegen den Horizont neigen konnte. Zwei kegelförmige Pole waren schraubenartig an den Magneten angebracht und umfaßten unsere Scheibe, die mittelst des wie früher aufgestellten Rotationsapparates in der gewöhnlichen Weise gedreht werden konnte. Die bereits beschriebenen Polarisator und Analysator waren von Füßen getragen, die an zwei eisernen Schienen des Brechungsapparates gut angepaßt waren, und ihre kleine Bewegungen waren mittelst Stellschrauben hervorgebracht.

Bei dieser Anordnung ging das von einer Gasflamme kommende Licht horizontal durch den Polarisator, durch die Scheibe und sodann durch den Analysator. Die Scheibe war, wie schon gesagt, zwischen den Polen des Elektro-

magneten angebracht, dessen Axiallinie vermöge der hier eigens angewandten Construction verschieden gegen den Lichtstrahl geneigt werden konnte.

Nachdem ich den Apparat aufgestellt und ihn so centriert hatte, daß die Drehung der Scheibe allein keine Aenderung in dem empfindlichen Farbenton des Doppelquarzes erzeugte, magnetisirte ich den Elektromagneten, maß mit dem Compensator die der fixen Scheibe ertheilte magnetische Drehungskraft, und bestimmte hierauf die von ihr während der raschen Drehung erlittene Aenderung. Einige der in diesen Untersuchungen gewonnenen Resultate sind in der folgenden Tabelle angeführt.

Drehung der Polarisationssebene von der magnetisirten
Scheibe erzeugt.

Mit 143 Umdrehungen in der Secunde gedreht.

Fix	Rechts	Links	Differenzen
Axiallinie um 20° gegen die Visirlinie ¹⁾ geneigt.			
+12,5		+4,5	8
+12,5	+4,5		8
-13		-4,5	9
-12	-4,5		8
Axiallinie um 40° gegen die Visirlinie geneigt.			
+12		+4	8
+11,5		+3	8,5
+13	+5		8
-11,5		-2	9,5
-12	-2,5		9,5
Axiallinie um 45° gegen die Visirlinie geneigt.			
-12	-2		1,0
-12		-2	1,0
Axiallinie um 78° gegen die Visirlinie geneigt.			
- 6,5	-2		4,5
- 6,5		-2	4,5

- 1) Um die Axiallinie bedeutend gegen den Lichtstrahl neigen zu können, war bei diesem Versuche nöthig die Elektromagnete etwas zurückzuziehen, so daß die Scheibe vor und außer den Poloberflächen derselben zu stehen kam. Die Zeichen + und - zeigen die zwei entgegengesetzten Magnetisirungsrichtungen an; und endlich heißt die Scheibe rechts drehen sie im Sinn des Zeigers einer Uhr, und links sie im entgegengesetzten Sinne drehen.

Die vorstehenden Zahlen beweisen nochmals, daß die Wirkung der Drehung eine Abnahme des Diamagnetismus der Scheibe ist. Man entnimmt außerdem aus ihnen noch, daß die Wirkung immer dieselbe bleibt, in welchem Sinne man immer die Scheibe drehen mag. Es ist deshalb nothwendig anzunehmen, daß die in der Scheibe inducirte Polarität keine hinreichend große Zeit dauert, um vermöge ihrer Rotation die in einem Punkte geweckte Polarität auf einen anderen zu übertragen, und so ein verschieden magnetisirter Theil der Scheibe unter den Analysator komme, weil in dem Falle sicher der Sinn der Drehung auf die Erscheinungen der oben besprochenen Drehungspolarisation nicht gleichgültig seyn könnte. Auch bei diesem Versuche hilft das Zunchmenlassen der Drehungsgeschwindigkeit gar nichts, weil damit der in der Scheibe inducirte Magnetismus bis auf Null sinkt und es verliert dann die Scheibe jedes magnetische Drehvermögen, und stellt sich als ein der magnetisirenden Wirkung absolut indifferenter Körper dar.

Ich habe hier unten neue Angaben zusammengestellt, die eben die verschiedene Wirkung der Drehungsgeschwindigkeit auf den Magnetismus der Scheibe nachweisen, und daß der Sinn der Drehung, wenn der Lichtstrahl auf die Axialrichtung geneigt ist, gar keinen Einfluß hat.

Die Axiallinie ist gegen die Visirlinie um 45° geneigt; das Drehvermögen der Scheibe wird von 12 Theilstrichen am Compensator gemessen:

Dreht man die Scheibe

mit 90 Umdrehungen in der Secunde,

	so reducirt sich das Dreh-		rechts	links
	vermögen auf		10	10
„ 110	do.	do.	9,5	9,5
„ 121	do.	do.	7,0	7,0
„ 143	do.	do.	2,0	2,0.

Diese Zahlen geben also an, wie ich bereits bemerkt, daß der Sinn der Drehung auf die Abnahme des magne-

tischen Drehvermögens der Scheibe gar keinen Einfluß übt, selbst wenn die Scheibe mit einer solchen Geschwindigkeit gedreht wird, daß sie ihren Diamagnetismus gänzlich verliert. Wir sind daher gezwungen anzunehmen, daß der Diamagnetismus der Scheibe eine kürzere Zeit dauert, als es erforderlich wäre um mit dem Sinn der Drehung auf ihn einen Einfluß ausüben zu können; und diese Zeit kann leicht aus folgenden Betrachtungen gefunden werden.

Man muß für diese Bestimmung vor Allem der Scheibe eine hinreichend große Drehungsgeschwindigkeit geben, damit sie den Magnetismus derselben etwas vermindere und zwar so viel, daß er eben beobachtet werden kann; jedoch immer so wenig als möglich, um mit einer stark magnetisirten Scheibe experimentiren zu können. Der erste der vorhergehenden Versuche entspricht eben diesen Bedingungen. Man entnimmt daraus, daß bei einer Neigung der Axialrichtung gegen die Richtung des Lichtstrahles von 45° , die Scheibe je nach der Richtung des Strahles selbst um 12 Scalentheilchen des Compensators magnetisirt bleibt; daß hingegen bei einer Drehung der Scheibe von 90 Umdrehungen in der Secunde ihr in derselben Richtung beobachteter Magnetismus nur um 2 Theilstriche abnimmt und sich somit auf 10 reducirt. Nimmt man nun an, daß bei der Drehung der Scheibe eine Aenderung in dem empfindlichen Farbenton wahrgenommen werden kann, die nur 2 Scalentheilchen entspricht, d. i. $\frac{2}{10}$ der den übriggebliebenen Magnetismus messenden Theilstriche; so ist es klar, daß sich diese Differenz nur dann zeigen sollte, wenn man mit der Drehung der Scheibe in einem Sinne unter den Analysator mehr magnetische Punkte auf einen einzigen Theilstrich bringen würde, und bei der Drehung im entgegengesetzten Sinne gleichfalls weniger magnetische Punkte auf den Werth eines einzigen Theilstriches. Nun weiß man aber aus dem Cosinussatze¹⁾, daß der Winkel d , um welchen die Polarisations-

1) Verdet, *Ann. de Chim. et de Phys.* 3. Série, Bd. XLIII, S. 37; und Wiedemann, *Galvanismus und Elektromagnetismus*, Bd. II, S. 602.

ebene gedreht wird, bei gleicher magnetisirender Kraft dem Cosinus des Neigungswinkels, den die Richtung des Lichtstrahles mit der Axiallinie des Elektromagneten bildet, proportional ist. Geht man daher in diesem Versuche von der Neigung des besagten Lichtstrahles gegen die Verbindungslinie der beiden Magnetpole von 45° aus, so erhält man für die Zunahme des Diamagnetismus um einen einzigen Theilstrich (d. i. um $\frac{1}{10}$ des übriggebliebenen Magnetismus) einen entsprechenden Winkel von $6^{\circ} 3'$ von der Visirlinie, und in einem dieser Richtung entgegengesetzten Sinne bei einer Winkeldistanz von $5^{\circ} 29'$ resultirt eine Abnahme des Drehvermögens von ebenfalls einem Theilstrich. Deshalb wird bei einem Winkel von $11^{\circ} 33'$, den die Visirlinie einschließt, eine Aenderung des Diamagnetismus stattfinden, die durch 2 Scalentheilothen ausgedrückt ist. Es ist hiermit klar, daß wenn der den obigen zwei Winkeldistanzen entsprechende Magnetismus so lange dauern würde, als die Scheibe eben braucht um in beiden Sinnen diesen durch $\frac{11^{\circ} 33'}{2}$ ausgedrückten Winkel zu durchlaufen, man einen Unterschied in der Wirkung wahrnehmen müßte dadurch, daß man die Scheibe in zwei entgegengesetzten Richtungen dreht. Da aber ein solcher Unterschied nicht zu erkennen ist, so folgt daraus unmittelbar, daß die Dauer des Diamagnetismus geringer ist als ein solches Zeittheilchen. Es wird leicht berechnet und man findet es gleich $0,000178$. Es muß also die Zeit, durch welche der Diamagnetismus in der Scheibe dauert, kürzer seyn, als der oben angegebene Bruchtheil einer Secunde. Man könnte zwar diesen Bruch beinahe auf das Doppelte bringen, wenn man zur größeren Genauigkeit voraussetzen wollte, daß das Auge nur eine von 2 ganzen Theilstrichen angezeigte Aenderung des Magnetismus unterscheiden kann, mag man die Scheibe in dem einen, oder in dem anderen Sinn drehen. Jedenfalls also kann man annehmen, daß der Diamagnetismus in runder Zahl

höchst wahrscheinlich weniger als 18, sicher aber weniger als 36 Hunderttausendstel einer Secunde dauert.

Fassen wir alles das Vorausgesagte zusammen, so können wir folgende Schlüsse ziehen:

- 1) daß die Wirkung einer raschen Drehung einer zwischen den Polen eines Elektromagneten gebrachten Scheibe aus Flintglas die sey, den in der Scheibe geweckten Magnetismus zu vermindern;
- 2) daß diese Verminderung eine desto gröfsere ist, je rascher die Drehung;
- 3) daß um einen schwachen Diamagnetismus verschwinden zu machen, eine weniger rasche Drehung nöthig ist, als um einen kräftigen zu zerstören;
- 4) daß um im Flintglas eine solche diamagnetische Intensität zu erzeugen, die mit der Drehung der Polarisationsebene beobachtet werden kann, eine Zeit nöthig ist, die nicht weniger als $0'',001244$ beträgt;
- 5) daß diese Zeit nicht immer gleich ist, und mit dem Wachsen der magnetisirenden Kraft abnimmt, weshalb die diamagnetischen Bewegungen im Flintglas desto rascher sind, je gröfser die magnetisirende Kraft ist;
- 6) daß um im Flintglas den ganzen Diamagnetismus, den es unter der Wirkung eines starken Elektromagneten anzunehmen im Stande ist, zu erwecken, eine Zeit nothwendig ist von mindestens $0'',00241$, die fast dreimal so groß ist, als die Zeit die erfordert wird, damit die ersten Spuren von Diamagnetismus sich zu zeigen beginnen;
- 7) endlich daß der Diamagnetismus im Flintglas, unter den Verhältnissen meiner Versuche, sicher eine Zeit dauert, die kleiner ist als 18 Hunderttausendstel einer Secunde.

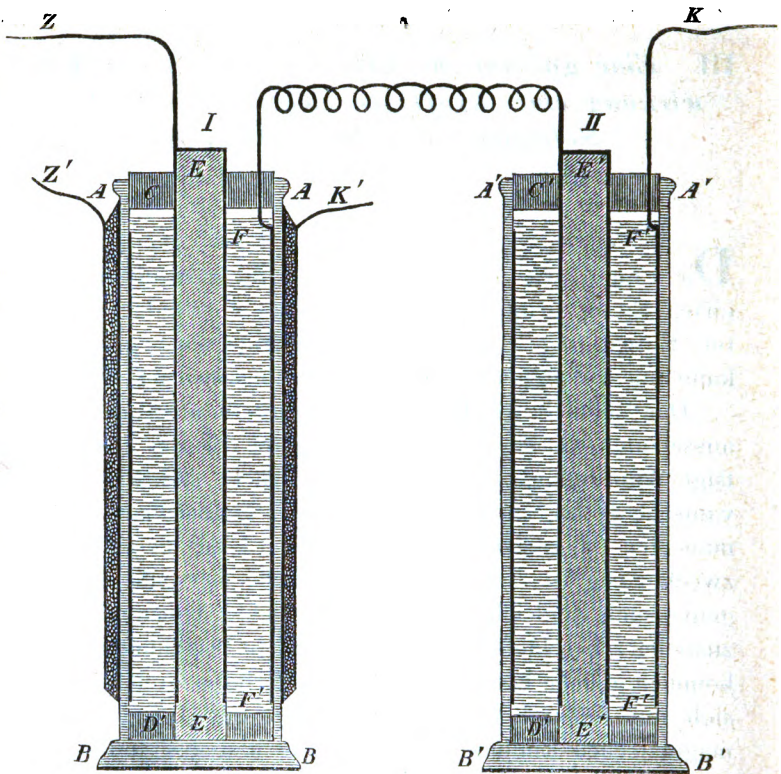
III. *Eine galvanische Eisenreduction unter Einwirkung eines kräftigen elektromagnetischen Solenoids; von M. v. Jacobi.*

(Aus d. Bull. de l'acad. de St. Pétersbourg, T. VIII.)

Die Frage, wie sich die Molecüle des galvanisch reducirten Eisens gruppieren werden, wenn die Reduction unter Einwirkung eines kräftigen Magnetismus geschieht, kann nur auf experimentellem Wege beantwortet werden.

Der Versuch wurde von mir angestellt unter der Voraussetzung, es sey recht wohl möglich, durch zweckmäßige Anordnung, das ohnehin im Bruche stahlartige galvanische Eisen zu determiniren, sich unmittelbar zu permanenten Magneten zu constituiren. Und da es immer zweckmäßig ist, wenn irgend möglich, Versuch und Gegenversuch zugleich und unter ähnlichen Umständen anzustellen, beschloß ich, zwei in allen Beziehungen vollkommen gleiche Eisen-Voltameter anfertigen zu lassen, die sich nur dadurch unterschieden, daß nur das eine unter magnetischen Einfluß gestellt würde und das andere davon frei bliebe. Werden beide Voltameter unter einander verbunden und von demselben Strome durchflossen, so wird zugleich die Frage entschieden, ob unter solchen Umständen die Gewichtsmengen des in beiden Voltametern reducirten Eisens keine Unterschiede nachweisen, sondern ob sie dem bekannten Gesetze entsprechend gleich seyn werden. Ich will sogleich hier befürworten, daß Letzteres sich in der That bestätigte, und daß die Gewichtsmengen in beiden Voltametern bis auf geringe, zufälligen und unvermeidlichen Fehlern der Wägungen, zuzuschreibende Unterschiede sich als gleich erwiesen.

Was die Anordnung des Versuchs betrifft, so verweise ich auf die hier beistehende Figur:



AA, *BB* und *A'A'*, *B'B'* sind zwei Standgläser 7^{cm},5 im Durchmesser und 32^{cm},5 hoch. Jedes derselben ist mit einem Korkstöpsel verschlossen, in dessen Mitte eine 2^{cm} weite Oeffnung eingebohrt war. Außerdem befanden sich in diesen Korkstöpseln noch Oeffnungen zum Durchlassen der sich bei der Reduction etwa entwickelnden Gase. Aehnliche ebenfalls in der Mitte durchbohrte Korkstücke *D*, *D'* befanden sich auf dem Boden der Standgläser. *EE* und *E'E'* sind zwei in diesen und den oberen Korkstücken befestigte Wachskerzen von etwa 34^{cm} Länge; dieselben sollten als Cathoden dienen und waren deshalb vorher graphitirt, und da sich das Eisen nur schwer und sehr langsam auf graphitirten Oberflächen nicht leitender Substan-

zen niederschlägt, noch mit einer dünnen Schicht galvanischen Kupfers bedeckt; vom unteren Ende der Kerzen waren 2^{cm} sowohl von der Graphitirung als der Kupferbedeckung frei geblieben. Der obere Theil der Kerzen war mit einem Ringe umgeben, an welchem die Leiter befestigt werden konnten.

Die Anoden *FF*, *F'F'* waren aus Eisenblech zusammengebogene Röhren, welche dicht an den inneren Wänden der Standgläser anlagen, und deren Zuleiter durch die Korke hindurch gingen.

Bis dahin waren beide Apparate vollkommen gleich; jetzt aber wurde das Standglas des Apparates I von aussen noch mit einer ebenfalls zusammengebogenen Röhre aus Eisenblech umgeben und über dieselbe eine beinahe die ganze Höhe des Glases einnehmende Spirale gewickelt, die aus 4 continuirlichen Lagen eines 1^{mm},5 dicken Kupferdrahtes bestand, der mit Baumwolle umspunnen und in Wachs getränkt war.

Beide Gefässe wurden mit einer Eisenauflösung gefüllt, die schon früher zu galvanischen Eisenreductionen gedient hatte. Dieselbe war nach Hrn. Klein's Angabe zusammengesetzt und bestand aus einer durch Zusatz von kohlensaurer Magnesia möglichst neutralisirten Auflösung von 135 Theilen schwefelsaurem Eisenoxydul und 123 Theilen schwefelsaurer Magnesia, oder nach ihrer atomistischen Zusammensetzung aus $\text{FeO} + \text{MgO} + 2\text{SO}^3 + 14\text{HO}$. Durch angemessene Verdünnung wurde das specifische Gewicht dieser Lösung auf 1,270 gebracht.

Zur Reduction des Eisens in den beiden, hinter einander verbundenen Voltametern wurde ein Smee'sches Element verwendet, und an einer in einiger Entfernung aufgestellten Bussole die Constanz des Stromes beobachtet und gelegentlich regulirt, was übrigens nur selten nöthig war. Die elektromagnetische Spirale dagegen, deren Enden mit *Z'*, *K'* bezeichnet sind, war mit einer, aus 4 Elementen mittlerer Gröfse bestehenden Bunsen'schen Batterie verbunden, die täglich frisch geladen wurde. Durch

Glühen eines, von Zeit zu Zeit eingeschalteten Probedrahtes von Platin, konnte man sich von der guten Wirksamkeit dieser Batterie überzeugen, deren Unterhaltung, wegen ihrer täglichen Umladung, einen ziemlich beträchtlichen Aufwand an concentrirter Salpetersäure veranlasste.

Nachdem die Voltameter während 28 Tagen in ununterbrochener Thätigkeit gewesen waren, wurden dieselben auseinandergenommen. Es zeigte sich sogleich, daß sich im Voltameter No. II auf der Wachskerze eine schöne vollkommen glatte Eisenröhre gebildet hatte, welche nur an ihrem unteren Ende einige blasige Stellen besaß.

Im Voltameter No. I hatte sich ebenfalls auf dem Kerne eine Röhre abgelagert, die in der Mitte ziemlich glatt war, aber am oberen und besonders am unteren Ende starke Anhäufungen von Eisenpartikeln darbot, die beim ersten Anblick an die magnetischen Curven erinnerten, nach welchen sich Eisenfeilspäne um die Pole von Magnetstäben gruppieren. Bei näherer Besichtigung zeigten aber diese Eisenpartikel keineswegs die entschiedene polare Richtung, welche man bei den wirklichen magnetischen Curven an jedem Individuum auch der feinsten Eisenfeilspäne wahrnimmt. Diese Anhäufungen waren vielmehr dendritenartig, wie die metallischen Vegetationen, welche man aus Auflösungen von Silbernitrat, essigsäurem Blei usw. unter Einwirkung schwacher Ströme an dünnen Drähten erhält; sie zeigten zwar einen krystallinischen Charakter, es waren aber nirgends gut ausgebildete Flächen wahrnehmbar; die Partikel hatten übrigens unter sich einen bedeutend festeren Zusammenhang, als bei den gewöhnlichen Metallvegetationen, und waren, wie durch ein Bindemittel, unter einander verbunden; die vereinzelt klebenden, z. B. auf der Mitte befindlichen Gruppen, saßen auf der glatten Oberfläche überaus fest und erforderten eine ziemliche Gewalt, um losgebrochen zu werden. Im Uebrigen ist noch zu bemerken, daß die einzelnen Gruppen, woraus die Anhäufungen bestanden, meist rechtwink-

lig auf der Oberfläche saßen und nur hin und wieder eine Richtung nach den Polen zeigten.

Die Abbildung auf Taf. II ist vollkommen naturgetreu. Gleich nach Beendigung des Versuches war von dieser Röhre mit ihren Vegetationen eine Photographie gemacht worden, vermittelt welcher der Photograph der Kaiserlichen Staatsdruckerei Hr. Scamoni nach einem höchst merkwürdigen, ihm vollkommen eigenthümlichen galvanoheliographischen Verfahren, eine zum Kupferdruck vollkommen geeignete galvanoplastische Eisenplatte herstellte, welche eine beinahe unbegrenzte Anzahl von Abdrücken gestattet. Das Verfahren des Hrn. Scamoni ist, beiläufig bemerkt, von unschätzbbarer Wichtigkeit, wenn es sich um naturgetreue Abbildungen unregelmäßig gebildeter Gegenstände handelt, deren feine Nuancen der Griffel selbst des geschicktesten Zeichners in allen Details wiederzugeben nicht im Stande ist.

Hinzuzufügen ist, daß beide Röhren nur einen sehr schwachen, nahezu gleichen remanenten Magnetismus besaßen, der bei beiden gleich, oben südpolär, unten nordpolär war, und der verticalen Stellung entsprach, welche die Röhren bei ihrer Bildung hatten. Die Richtung des Stromes in der elektromagnetischen Spirale war zufällig vergessen worden zu notiren; mochte dieselbe nun im Sinne des terrestrischen Magnetismus oder diesem entgegen gewirkt haben, jedenfalls war die Einwirkung dieser Spirale, allen meinen Erwartungen zuwider, in dieser Beziehung von keiner Bedeutung.

Nachdem die beiden in den Voltametern gebildeten Röhren mit destillirtem Wasser abgespült und sorgfältig, zuletzt unter der Luftpumpe, getrocknet worden waren, wurde der Wachskern ausgeschmolzen und das Innere der Röhren durch Terpentin-Spiritus vollkommen gereinigt. Hierauf wurden die unteren Oeffnungen dicht verkorkt und die Röhren, in deren Mitte ein dicker Platindraht angebracht war, mit einer Auflösung von Kalium-Cyanur gefüllt. Zum Zwecke der Entfernung der die innere Ober-

fläche der Röhren bedeckenden dünnen Kupferschicht, wurde nun der Platindraht mit dem Zinkpole eines Bunsen'schen Elements und die Röhre selbst mit dem negativen Pole (der Kohle) verbunden. Wegen der bedeutenden Passivität, welche das Eisen in der genannten alkalischen Flüssigkeit besitzt, wird dasselbe nicht im mindesten angegriffen, nachdem die dünne Kupferschicht in weniger als einer Stunde aufgelöst worden war. Beim Hindurchsehen erwies sich das Innere der Röhren vollkommen rein und blank.

Die Wägung der auf solche Weise von allen fremden Substanzen befreiten Röhren ergab für No. I 89^{gr},8 und für No. II 90^{gr},7; der Unterschied beider Wägungen von 0^{gr},9 ist, wie oben bemerkt, nur zufälligen Umständen zuzuschreiben.

Zur weiteren Verfolgung des merkwürdigen Resultats dieses schon vor etwa drei Jahren angestellten Versuches war vorläufig keine Veranlassung vorhanden. Nachdem die Reduction etwa zwei Tage gewährt hatte, war eine Besichtigung beider Cathoden vorgenommen und keinerlei Unterschied an den auf denselben vorhandenen Niederschlägen wahrgenommen worden. Beide verkupferten Wackkerne hatten sich gleichmäßig mit einer schönen Schicht silberweißen, seidenartig glänzenden Eisens bedeckt. Später wurden weitere Besichtigungen unterlassen, um keine Störungen im Prozesse zu veranlassen. Es wurde nur hin und wieder eine auf einer Spitze schwebende Magnetenadel, nach Unterbrechung der elektromagnetischen Spirale, dem einen oder dem anderen Glase genähert, ohne daß auffallende Unterschiede in der Ablenkung dieser Nadel beobachtet worden wären. Der Moment, wo die magnetischen Anhäufungen sich zu bilden anfangen, konnte leider nicht beobachtet werden, da das Innere der Gläser den Blicken nicht zugänglich war. Diese Erscheinung mußte wahrscheinlich eingetreten seyn, sobald die erste Eisenschicht eine solche Dicke erlangt hatte, die sie befähigte, eine magnetische Polarität anzunehmen, stark genug, um auf

die regelmässige elektrochemische Ablagerung der Eisenpartikel störend einzuwirken. — Es wäre nicht uninteressant zu untersuchen, ob nicht die diamagnetischen Eigenschaften der Metalle sich ebenfalls an der Form ihrer elektrochemischen Niederschläge betheiligen müßten, wenn diese letzteren unter Einwirkung höchst kräftiger Magnetpole gestellt, oder auf diesen selbst vollzogen würden.

Wie oben erwähnt, besaß die Eisenröhre No. I nur einen geringfügigen remanenten Magnetismus, obgleich diese Röhre unter Einwirkung einer elektromagnetischen Spirale gebildet worden war, deren Windungen sich durch den kräftigen constanten Strom, der sie durchfloss, wohl auf 50° — 60° R. erwärmt haben mochten. Diese Erscheinung steht im Zusammenhange mit dem beinahe gänzlichen Mangel an magnetischer Coërcitivkraft, welche das galvanische Eisen besitzt, und worüber ich bereits der Akademie in ihrer Sitzung vom 24 November 1870 (siehe Protokoll der physico-mathematischen Classe No. 10 §. 276) eine Mittheilung gemacht hatte.

Es war zu den betreffenden Versuchen eine eben vorhandene Röhre von galvanischem Eisen genommen worden, von 18^{cm} Länge, 3^{cm},5 äußerem Durchmesser und einer mittleren Wanddicke von 0^{mm},95¹⁾, deren Gewicht 145^{gr},819 betrug. Diese Röhre besaß in ihrem natürlichen Zustande die dem galvanischen Eisen eigenthümliche Härte und Sprödigkeit; nachdem dieselbe in einer Art Muffel allmählich bis zur dunkelrothen Glühhitze erwärmt und sehr langsam abgekühlt worden war, erlangte sie ganz die Eigenschaft des guten Schmiedeeisens, dessen Weichheit und Zähigkeit. Später wurde versucht, diese Röhre zu härten und in Stahl zu verwandeln, was in der That durch eine Art Cämentation gelang, welche dieselbe glashart machte. Dann wieder wurde die glasharte Röhre blau angelassen und zuletzt durch wiederholtes allmähliches Erwärmen und langsames Abkühlen wieder in weiches Eisen verwandelt.

1) In dem angeführten §. befindet sich ein Druckfehler, indem die mittlere Dicke der Röhrenwand nicht 0^{mm},75, sondern 0^{mm},95 betrug.

In allen diesen verschiedenen Molecularzuständen, worin die Röhre nach und nach versetzt worden war, zeigte dieselbe unter Anwendung der verschiedensten und kräftigsten Magnetisirungsmethoden, durch starke elektromagnetische Spiralen oder durch Streichen vermittelt kräftiger Stahlmagnete, ohne Ausnahme einen sehr starken temporären Magnetismus, welcher dem eines massiven Eisencylinders von denselben Dimensionen wenig nachgab und den einer aus weichem Eisenblech gebogenen ähnlichen Röhre bedeutend übertraf. Dieser temporäre Magnetismus verschwand aber augenblicklich, ohne eine nennenswerthe Spur zu hinterlassen, sobald die magnetisirenden Einwirkungen aufhörten. Nur in ihrem glasharten und blau angelassenen Zustande gelang es, die Röhre dahin zu bringen, einige Eisenfeilspäne und leichte Drahtstückchen an ihren Kanten festzuhalten.

Ebenso gab die in eine Inductionsspirale gebrachte Röhre physiologische Erschütterungen, welche bedeutend empfindlicher waren, als die eines massiven Eisencylinders und auch noch merklich empfindlicher als die Erschütterungen der aus zusammengebogenem Eisenblech construirten Röhre, beide von denselben Dimensionen, wie das galvanische Eisenrohr. Dagegen waren die Erschütterungen ungleich stärker, als die Höhlung der Inductionsspirale durch ein Drahtbündel aus lakirten, 1^{mm} dicken Eisendrähten beinahe ausgefüllt worden war. Nun aber zeigte sich constant bei allen den, sehr oft und mit Strömen von verschiedener Stärke wiederholten Versuchen, daß: *als man die Anzahl der Drähte bis auf 55 — 60 verringerte, so daß, so weit man es beurtheilen konnte, die Erschütterungsschläge der galvanischen Röhre von denen der Drähte nicht zu unterscheiden waren, daß alsdann die Gewichte beider sich als nahezu gleich erwiesen.*

Ich machte mir den Einwand, daß im Grunde die Dimensionen der galvanischen Eisenröhre kein für die Entwicklung eines permanenten Magnetismus günstiges Verhältniß darböten. In der That, denkt man sich diese

Röhre abgewickelt, so erhält man einen Eisen- oder Stahlstreifen von 18^{cm} Höhe und 11^{cm} Breite, der sich wahrscheinlich ebenfalls schwer in einen permanenten Magneten verwandeln ließe. Indessen habe ich später zu anderen Zwecken eine Anzahl galvanischer Eisenröhren anfertigen lassen, die bei einer Wanddicke von 1^{mm},2 eine Länge von 37^{cm},5 und einen Durchmesser von 1^{cm},5 hatten; aber auch diese Röhren verhielten sich bezüglich ihres remanenten Magnetismus nicht anders, als die zu den obigen Versuchen angewandte Röhre.

Es muß weiteren Versuchen überlassen bleiben, ob nicht dem galvanischen Eisen eine vortheilhafte Benutzung im Gebiete des Elektromagnetismus in den Fällen bevorstehe, wo es sich, wie z. B. bei Inductionsapparaten, bei telegraphischen Längenbestimmungen, elektromagnetischen Motoren usw., darum handelt, einen starken temporären und ohne Residuum augenblicklich verschwindenden Magnetismus herzustellen.

IV. *Ueber quantitative Analyse durch Spectralbeobachtung;*

von R. Hennig,

Apotheker in Nimptsch.

Gleichliegende Absorptionsstreifen der Spectren von verschiedenprocentigen Lösungen eines und desselben Farbstoffes zeigen ein Lichtabsorptionsvermögen, welches dem Procentgehalt der Lösungen umgekehrt proportional ist. Oder umgekehrt: Zeigen gleichliegende Absorptionsstreifen gleiches Lichtabsorptionsvermögen, so verhalten sich bei ungleichen Concentrationsgraden die Flüssigkeitsschichten umgekehrt wie die Concentrationsgrade. Beide Sätze grün-

den sich darauf, daß bei wachsender Dicke der Schicht irgend eines Licht absorbirenden Mediums, welches der Spectralbeobachtung unterworfen wird, das Lichtabsorptionsvermögen der einzelnen Schichten ihrer Dicke proportional ist. Zur practischen Verwerthung des Vorstehenden ist also zuerst eine Vorrichtung nöthig, welche uns gestattet, die beobachtete Flüssigkeitsschicht nach Belieben höher oder niedriger machen zu können und es zugleich zuläßt, mit möglichster Genauigkeit die Höhe derselben zu bestimmen. Die Ausführung dieser Hauptbedingung habe ich nun wesentlich dadurch erleichtert, daß ich einen Spectralapparat anwandte, der eine verticale Aufstellung erlaubt.

Der benutzte Spectralapparat (siehe die schematische Profilzeichnung Fig. 8 Taf. I)¹⁾ ist nach Janssen-Hofmann'scher Construction verfertigt und hat ein Statif, welches einem großen Mikroskopstatif ähnlich, und außer mit einem mit Oeffnung versehenen Objecttisch, auch noch zur Aufnahme eines allseitig verstellbaren Spiegels hergerichtet ist. Gewöhnlich läßt sich jedes größere Mikroskopstatif leicht zur Aufnahme des Spectroskopes einrichten dadurch, daß man ev. die Tubusröhre bis zur leichten Reibung mit Kork ausfüllt. Das Spaltrohr des Spectralapparates ist etwas abweichend von der gewöhnlichen Weise construirt. Zur Abhaltung des sämmtlichen fremden Lichtes ist die Spaltvorrichtung etwa 2,5 Centimeter vom Rande innerhalb des Rohres angebracht und der überstehende Rand außen mit einem Tischchen an der Seite versehen, welches in der Mitte eine Oeffnung hat, die mit dem Reflexionsprisma correspondirt. Dieses Tischchen dient zur

1) Es ist darin:

- A* Spaltrohr,
- S* Spalt nebst Schraube *s*,
- R* Reflexprisma,
- T* seitlicher Objecttisch,
- T*₁ horizontaler Objecttisch,
- P* und *P*₁ Spiegel,
- K* Federklammer.

Aufnahme des Objectes, das mit Federklammern darauf befestigt wird. Das Object wird ebenso, wie das Spaltrohr von unten, durch einen ganz gleichen versilberten Planspiegel von der Seite erleuchtet; die allseitige Beweglichkeit beider Spiegel gestattet aber zugleich sie auf dieselbe Lichtquelle einzustellen. Der Flüssigkeitsbehälter G_1 , welcher auf den anderen Objecttisch kommt, hat folgende Einrichtung (siehe Fig. 9 Taf. I). Ein ringförmiges Glasgefäß C , ein Stück von einer genau calibrischen Glasröhre, ist unten durch eine gut plan geschliffene Glasplatte geschlossen, und in den Falz eines Messingringes M eingesetzt, dessen drei Stellschrauben s gestatten, dem Gefäß eine völlig horizontale Stellung zu geben.

Am besten hält man sich Gefäße von verschiedener Höhe vorrätig und giebt ihnen eine innere Weite von $1 - 2^{\text{cm}}$.

Man bestimmt alsdann in diesen Gefäßen, welche Höhe eine genau gemessene Quantität Wasser in ihnen einnimmt, und kann hieraus dann leicht diese Höhe für jede beliebige Quantität Wasser durch Rechnung finden.

Für den seitlichen Objecttisch benutzt man ähnliche Gefäße G_2 , aber ohne den Messingring und durch eine federnde Vorrichtung von beiden Seiten durch aufgelegte Glasplatten verschließbar. Die Höhe dieser Gefäße wird durch genaue Messung festgestellt.

Außerdem bedarf man noch einer in $\frac{1}{10}$ Cubikcentimeter eingetheilten Bürette B mit Glashahn.

Zur Beobachtung füllt man das seitliche Objectgefäß mit der zu untersuchenden Lösung, während das horizontale Gefäß zur Aufnahme einer ebensolchen Lösung, aber von genau bekanntem Gehalt dient.

Vorher muß jedoch noch der Lichtverlust bestimmt werden, welchen das zweite Spectrum durch das Reflexionsprisma, die Ungleichheit der Gefäße etc. gegenüber dem anderen erleidet.

Dieser Verlust ist für die verschiedenen Concentrationsgrade einer und derselben Flüssigkeit stets gleich und es

genügt deshalb eine einmalige Bestimmung desselben. Von einer Farbstofflösung von bestimmtem Gehalte wird sowohl G_2 , wie G_1 angefüllt und zwar G_1 ungefähr so weit, daß die Schicht darin etwas niedriger steht als in der Glaszelle G_2 , ebenso füllt man die graduirte Bürette mit der genannten Flüssigkeit. Dann richtet man den Apparat so, daß beide Spiegel gegen Object und Lichtquelle (Petroleumflamme) gleich geneigt sind, und tropft hierauf aus der Bürette soviel zu der Lösung in G_1 , daß die beobachteten Absorptionsstreifen der beiden übereinanderliegenden Spectra von G_1 und G_2 gleiche Intensität besitzen.

Da der Streifen im Spectrum von G_2 durch die angeführten Ursachen dunkler erscheint, so muß die Schicht h_1 natürlich höher seyn wie h_2 , um eine eben so große Absorption zu veranlassen. Der Unterschied beider Schichten, $h_1 - h_2$ ist demnach der Werth, den wir in allen Fällen dem erhaltenen Ausdruck für die Schicht in G_1 zuzählen müssen, um genaue Resultate zu erlangen.

Bei verschiedenen Concentrationen werden die Differenzen zwischen den beiden Flüssigkeitsschichten bedeutend erheblicher seyn. Es wirkt aber nicht allein der gelöste Farbstoff absorbirend auf die betreffenden Spectralregionen, sondern auch das Lösungsmittel hat seinen Antheil daran, und um den daraus resultirenden Fehler zu vermeiden, müssen wir den Werth für den Unterschied der beobachteten Flüssigkeitssäulen, multiplicirt mit dem Absorptionscoëfficienten des Lösungsmittels, in Abzug bringen.

Um die Beobachtung der Helligkeitsunterschiede der betreffenden Absorptionsstreifen zu erleichtern, habe ich mich einer Abblendungsvorrichtung bedient, nach dem Vorgange von Vierordt, in seiner Anwendung des Spectralapparates zu photometrischen Zwecken. Nur habe ich diese Vorrichtung etwas modificirt.

In dem Ocularrohr des Beobachtungsfernrohrs sind an der Stelle, wo die gewöhnliche Blende und auch das Fadencross sich befinden, auf zwei gegenüberliegenden Stellen Oeffnungen von etwa 3^{mm} Höhe gemacht, welche fast

den ganzen Umfang des Rohres bis auf zwei Stellen von je 0^{cm},5 durchschneiden. Durch diese Schlitzte läßt sich eine Platte hin- und herschieben, welche in der Mitte eine durch s'Gravesand'sche Schneiden verschließbare Oeffnung hat. Die Schneiden sind von aussen durch eine Schraube beweglich, und gestatten eine beliebige Verengerung der Spalte. Auch ich kann die Beobachtung von Vierordt nur bestätigen, daß gerade diese Abblendungsvorrichtung sehr viel zur Schärfe der Resultate beiträgt, ja daß ohne sie eine genaue Beobachtung gar nicht möglich wäre.

Es lassen sich nun nicht bloß Lösungen von Farbstoffen nach der hier angeführten Methode vergleichen, sondern man kann dieselbe auf die verschiedensten Aufgaben der quantitativen Spectralanalyse ausdehnen. Doch würde es zu weit führen, wenn ich mich über die engsten Grenzen hinausbewegen wollte. Vorstehendes hatte nur den Zweck ein allgemeines Bild der angewandten Untersuchungsmethode zu geben und behalte ich mir für später vor, genauere Angaben, sowie meine näheren Versuche mitzutheilen.

Ich arbeite schon seit 1½ Jahren in dieser Weise und kann nur versichern, daß mich die Ergebnisse des angegebenen Verfahrens in hohem Grade befriedigt haben.

Nimptsch 20. März 1873.

V. *Zur Dioptrik eines Systems centrirter Kugelflächen; von Victor von Lang.*

1. Das Nachfolgende ist im Wesentlichen eine Reproduction eines in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 63 S. 666 erschienenen Aufsatzes. Nur zur Ableitung der nachfolgenden Gleichung (8) habe ich hier einen directeren Weg eingeschlagen, wodurch der Zweck der

citirten Abhandlung, eine möglichst einfache Ableitung der dioptrischen Grundformeln im Anschlusse an die Darstellung von Helmholtz zu geben, noch besser wie ich glaube erfüllt wird. Der Vollständigkeit halber will ich auch hier mit einer brechenden Kugelfläche beginnen.

2. Es sey o der Mittelpunkt und r der Radius der brechenden Kugelfläche; ein Lichtstrahl, der vom Punkte s des ersten Mediums ausgeht, treffe die Kugelfläche in c , die Axe so aber nach der Brechung in t . Sind dann n_1 , n_2 die Brechungsquotienten der beiden Medien, so hat man (Fig. 11 Taf. I)

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin sco}{\sin tco} = \frac{\sin sco}{\sin cos} \cdot \frac{\sin cot}{\sin tco} = \frac{so}{sc} \cdot \frac{tc}{to} \quad \dots (1).$$

Vernachlässigt man nun zweite und höhere Potenzen des Bogens bc , so wird bc senkrecht zu st und die Längen sc , tc werden gleich sb , tb , da sich die Quadrate dieser Linien nur um das Quadrat von bc unterscheiden. Man erhält so für das *anharmonische* Verhältniß der Punkte o , t zu den Punkten b , o den von der Größe des Winkels cso unabhängigen Werth

$$\frac{sb}{tb} : \frac{so}{to} = \frac{n_1}{n_2} \quad \dots \dots \dots (2).$$

t ist also das Bild von s

3. Sind p , q die Durchschnitte der in den Punkten s , t zur Axe st senkrechten Ebene mit der Geraden co , so giebt die letzte Gleichung, wenn man jedes Glied des linken Theils mit $\cos pos$ multiplicirt

$$\frac{pc}{qc} : \frac{po}{qo} = \frac{n_1}{n_2} \quad \dots \dots \dots (3).$$

Die Punkte p und q sind also ebenfalls conjugirte Bildpunkte, und die von ebenen Objecten entworfenen Bilder müssen daher wieder eben und ähnlich seyn.

4. Durch die Punkte p , q kann das constante Größenverhältniß ($\beta_1 : \beta_2$) von Object und Bild für die conjugirten Punkte s , t gefunden werden. Nennen wir nämlich α_1 , α_2 die Winkel, welche der Lichtstrahl sct vor

und nach der Brechung mit der Axe, immer in demselben Sinne gerechnet, bildet, so giebt bei der eingeführten Näherung Gleichung (2)

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{bc}{\tan \alpha_1} \cdot \frac{\tan (180^\circ - \alpha_2)}{bc} : \frac{\beta_2}{\beta_1}$$

und daher

$$n_1 \beta_1 \tan \alpha_1 = n_2 \beta_2 \tan \alpha_2 \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

5. Das in §. 3 erhaltene Resultat gilt nun unmittelbar auch für ein System centrirter Kugelflächen, wenn nur das ebene Object senkrecht zur Axe des Systems ist. Kennt man aber für ein solches System die Lage zweier conjugirter Axenpunkte (s, t), das Bildgrößenverhältniß ($\beta_1 : \beta_2$) in diesen zwei Punkten und noch die Lage der beiden Brennpunkte P_1, P_2 , so kann man für einen beliebigen Punkt x das Bild y durch folgende Construction finden (Fig. 12 Taf. I).

Wir ziehen von x aus einen Strahl parallel der Axe st und einen Strahl der durch den ersten Brennpunkt P_1 hindurchgeht. Diese beiden Strahlen sollen die Bildebene von s in den Punkten h, m schneiden; nach der letzten Brechung müssen dann diese Strahlen durch die Bilder k, n der Punkte h, m hindurchgehen. Diese Bilder werden in der Bildebene von t liegen, so zwar, daß der Aehnlichkeit der Bilder zufolge

$$\frac{hs}{ms} = \frac{tk}{tn} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

ist, wobei die Punkte x, y, h, k, m, n sämmtlich in einer Ebene liegen, die auch die Axe st enthält.

6. Setzen wir nun zur Abkürzung

$$\begin{aligned} P_1 s &= H_1 & t P_2 &= H_2 \\ P_1 p &= l_1 & q P_2 &= l_2 \end{aligned}$$

so hat man zufolge der Aehnlichkeit der Dreiecke

$$\left. \begin{aligned} \frac{hs}{ms} &= \frac{xp}{ms} = \frac{P_1 p}{P_1 s} = \frac{l_1}{H_1} \\ \frac{tk}{tn} &= \frac{tk}{qy} = \frac{t P_2}{q P_2} = \frac{H_2}{l_2} \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und mit Rücksicht auf Gleichung (5) somit

$$H_1 H_2 = l_1 l_2. \quad (7).$$

Nennt man die Entfernungen der Punkte p, q von s, t etwa h_1, h_2 und rechnet alle Entfernungen im ersten Medium von s entgegengesetzt der Lichtbewegung, im letzten Medium von t parallel derselben, so hat man statt der letzten Gleichung

$$H_1 H_2 = (H_1 - h_1) (H_2 - h_2),$$

woraus leicht

$$\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

folgt.

7. Um auch den zweiten Theil der gestellten Aufgabe zu lösen, bemerken wir vorerst, daß Gleichung (4) auch für das erste und letzte Medium eines Systems centrirter Kugelflächen gelten muß. Diese Gleichung gilt ja für jede einzelne Fläche, so daß, wenn wir einen bestimmten Strahl ins Auge fassen, bei der Addition dieser Gleichungen sich alle Glieder bis auf das erste und letzte wegheben.

Es schneide nun ein Strahl (Fig. 13 Taf. I), der durch die conjugirten Axenpunkte s, t des ersten und letzten Mediums unter den Winkeln α_1, α_2 zur Axe st hindurchgeht, im ersten Medium die erste Brennebene in d , im letzten Medium die zweite Brennebene in e . Zieht man dann den Strahl df parallel zur Axe, so muß derselbe natürlich im letzten Medium durch den zweiten Brennpunkt P_2 hindurchgehen und muß parallel dem Strahl te seyn, da ja beide durch denselben Punkt d der ersten Brennebene hindurchgehen.

Schneidet nun der Strahl df die Bildebene s im Punkte f , und nach der letzten Brechung die Bildebene t im Punkte g , so sind auch f und g conjugirte Punkte, und es ist daher, wenn $\beta_1 : \beta_2$ das Bildgrößenverhältniß für die Punkte s, t bedeutet

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{fs}{gt} = \frac{dP_1}{eP_2} = \frac{P_1 s \cdot \tan \alpha_1}{t P_2 \cdot \tan \alpha_2}.$$

Hieraus folgt wegen der Gleichung (4), wenn wir noch von der früheren Bezeichnung Gebrauch machen

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{H_1 \tan \alpha_1}{H_2 \tan \alpha_2} = \frac{H_1}{H_2} \frac{n_2 \beta_2}{n_1 \beta_1}$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = - \sqrt{\frac{H_1}{H_2} \frac{n_2}{n_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = - \sqrt{\frac{H_2}{H_1} \frac{n_2}{n_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10),$$

da hier, wie aus dem speciellen Falle einer Kugelfläche hervorgeht, die Wurzel mit negativem Zeichen zu nehmen ist.

Durch Gleichung (9) ist auch der zweite Theil unserer Aufgabe gelöst.

8. In der angegebenen Bildconstruction ist es natürlich zweckmäßig, solche Punkte s, r zu wählen, für welche das Verhältniß $\beta_1 : \beta_2$ ein einfaches wird. Setzt man $\beta_1 = \beta_2$, so erhält man die sogenannten *Hauptpunkte*, von welchen die Brennpunkte um die Größen F_1, F_2 , die sogenannten *Hauptbrennweiten*, entfernt seyn sollen. Die Gleichung (9) wird in diesem Falle

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Für den allgemeinen Fall hat man aber jetzt

$$\left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^2 = \frac{H_1 F_2}{H_2 F_1}$$

und da zufolge Gleichung (7) auch

$$H_1 H_2 = F_1 F_2$$

seyn muß:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = - \frac{H_1}{F_1} = - \frac{F_2}{H_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = - \frac{F_1}{H_1} = - \frac{H_2}{F_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Diese Gleichungen lehren unter anderem, daß, wenn die conjugirten Punkte p, q mit den Punkten s, r gleiches, aber entgegengesetztes Bildgrößenverhältniß haben, die Punkte p, q symmetrisch mit s, r gegen die Brennpunkte

liegen; auch ist für beide Punktepaare das Verhältniß $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2}$ gleich und entgegengesetzt.

Geht dagegen für die Punkte p, q das Bildgrößenverhältniß v über in v' , so giebt die Gleichung (12) nach der früheren Bezeichnung

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= F_1 (v - v') \\ h_2 &= F_2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (14),$$

welche Gleichungen, wie Töpler¹⁾ gezeigt hat, zur Bestimmung der Brennweiten verwendet werden können.

Den *positiven Hauptpunkten* entsprechen zwei *negative*, für welche das Bildgrößenverhältniß gleich -1 wird, und die nach dem eben Gesagten, gegen die Brennpunkte die entgegengesetzte Lage der positiven Hauptpunkte haben.

9. *Knotenpunkte* heißen diejenigen conjugirten Punkte, für welche $\alpha_1 = \alpha_2$ wird. Sind G_1, G_2 die Entfernungen der Brennpunkte von den Knotenpunkten, so geben die Gleichungen (12) sogleich

$$G_2 = F_1, G_1 = F_2 \quad (15).$$

Es liegen also die Knotenpunkte symmetrisch mit Hauptpunkten gegen die Brennpunkte. Den *positiven Knotenpunkten* entsprechen wieder zwei *negative* mit entgegengesetzter Lage gegen die Brennpunkte, für welche $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = -1$ ist. Zur Construction der Bilder lassen sich auch die Knotenpunkte mit Vortheil verwenden.

10. Aus der Gleichung (8) erhält man

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{h_1 - H_1}{H_2}$$

und somit, wenn die Punkte p, q unendlich nahe an s, t liegen

$$\lim \left[\frac{h_1}{h_2} \right] = - \frac{H_1}{H_2} \dots \dots (16),$$

welchen Ausdruck Töpler „das Bildgrößenverhältniß der Tiefendimensionen“ für die Punkte s, t nennt. Die Divi-

1) Diese Ann. Bd. 142, S. 232.

sion der Gleichungen (16) und (9) giebt aber mit Rücksicht auf Gleichung (10) für das „Verhältniß der räumlichen Verzerrung“

$$W = \left[\frac{h_1}{h_2} \right] : \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \quad . . . \quad (17).$$

Der Ausdruck (16) giebt auch die sogenannte Fokaltiefe; hat nämlich dieser Ausdruck einen großen Werth, so werden im Punkte t auch noch Punkte ziemlich gut ausgebildet, die vor oder hinter dem Punkte s liegen. Bei der eingeführten Näherung läßt sich aber die Fokaltiefe nicht unabhängig von dem Bildgrößenverhältniß ($\beta_1 : \beta_2$) ändern.

VI. *Rückwirkung von Nebenströmen in einer unveränderten Schließung auf den Hauptstrom der leydenr Batterie; von P. Riefs.*

(Akad. Monatsber. Januar 1872.)

Der Nebenstrom der Batterie wirkt schwächend auf den ihn erregenden Hauptstrom zurück. Die Rückwirkung, welche nach einander eine Reihe von Nebenströmen ausübt, die durch Veränderung ihrer Leitung mehr und mehr geschwächt werden, durchläuft zwei Phasen. In der ersten Phase, die mit der vollkommensten Leitung des Nebenstroms ohne merkliche Schwächung des Hauptstroms beginnt, nimmt die Rückwirkung zu, derzufolge die erregenden Hauptströme an Stärke abnehmen; in der zweiten Phase nimmt die Rückwirkung ab, die Hauptströme werden desto kräftiger, je schwächer der wirkende Nebenstrom ist. Greifen wir von dieser Reihe von Nebenströmen zwei heraus, so entspricht, wenn sie der ersten Phase zugehören, der schwächere Nebenstrom einem schwächeren Haupt-

strome, und einem stärkeren, wenn sie der zweiten Phase zugehören. Die letzte Thatsache hat nichts Auffallendes, da unter sonst gleichen Bedingungen der schwächere Nebenstrom die schwächere Rückwirkung auf den Hauptstrom üben muß, und das Auffallende der ersten Thatsache habe ich dadurch zu beseitigen gesucht, daß ich dem schwächeren Partial-Nebenstrom eine längere Dauer und dadurch ein tieferes Eingreifen in den folgenden Partial-Hauptstrom beimafs, so daß seine Schwäche durch seine Dauer mehr als aufgewogen wurde (Riefs Elektr. Lehre 2. 307).

Bei der Entdeckung der Rückwirkung des Nebenstroms auf den Hauptstrom und noch lange nachher gab es nur ein Mittel einen Nebenstrom zu ändern, der von einem gegebenen Theile der Hauptschließung in einem in bestimmter Entfernung davon liegenden Nebendrahte erregt wird, nämlich die Aenderung des Drahtes, der den Nebendraht zum Kreise schließt. Die Versuche über jene Rückwirkung waren daher auf Nebenströme in verschiedenen Nebenbogen beschränkt. Jetzt sind mehrere Mittel bekannt, verschieden starke Nebenströme in einem und demselben Nebenkreise zu erhalten und es blieb die Frage zu erledigen, in welchem Sinne die so veränderten Nebenströme auf den Hauptstrom zurückwirken.

Es sey der Draht, in dem der Schließungsbogen einer leydener Batterie einen Nebenstrom erregt, durch einen ausgebreiteten Draht zum Kreise geschlossen. Nahe und parallel diesem ausgebreiteten Drahte liege ein zweiter (Hülf-) Draht, dessen Enden mit einander verbunden sind oder frei liegen. Bei verbundenen Drahtenden ist der am Thermometer gemessene Nebenstrom stärker als bei freien Enden. Um ein Beispiel zu geben: als der ausgebreitete (Kupfer-) Draht $100\frac{1}{4}$ Fuß lang war, verhielt sich der Nebenstrom bei verbundenen Enden des Hülf-drahts zu dem bei freien Enden wie 7 zu 5 ¹). Größere Veränderungen des Nebenstroms werden durch dies Mittel erhalten, wenn der zur Schließung des Nebendrahts

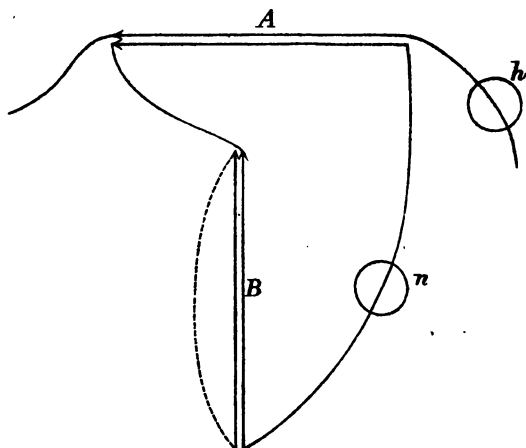
1) Akad. Monatsber. 1862. S. 349.

benutzte Draht nicht ausgebreitet, sondern in die Form eines N mit nahe an einander liegenden Schenkeln gebracht ist. Als dieser Draht 203 Fufs, der den Schenkeln des N parallele Hilfsdraht $100\frac{1}{4}$ Fufs lang war, verhielt sich der Nebenstrom bei verbundenen und freien Enden des Hilfsdraht wie 67 zu 24^1). Am bequemsten ist der Versuch auszuführen, wenn der zur Schließung des Nebendrahts gebrauchte Draht spiralförmig gewunden ist, wo dann der Hilfsdraht dieselbe Form besitzen muß. Mit einer ebenen zur Schließung benutzten Spirale von 53 Fufs Drahtlänge wurde in der angegebenen Weise ein Nebenstrom im Verhältnisse 76 zu 52 geschwächt ²⁾). Diese letzte Anordnung wurde jetzt zur Hervorbringung von zwei verschieden starken Nebenströmen getroffen und der sie erregende Hauptstrom dabei untersucht.

Eine ebene Spirale aus $53\frac{7}{12}$ Fufs eines $\frac{3}{8}$ Linie dicken Kupferdrahtes gewunden, war in den Schließungsbogen der aus drei Flaschen bestehenden Batterie eingeschaltet, der außerdem ein elektrisches Thermometer enthielt (Platindraht darin 97,5 Lin. lang 0,057 Lin. dick). In einer Linie Entfernung stand der Spirale die gleiche Nebenspirale gegenüber und letztere war durch Kupferdrähte mit einer ebenen Spirale von Kupferdraht (53 Fufs lang $\frac{5}{8}$ Lin. dick) verbunden, der eine gleiche 1 Lin. entfernte Spirale nahe stand, welche hier als Hilfsspirale diente, deren Enden durch 1 Fufs Kupferdraht verbunden werden konnten. In den secundären Kreis war ein Thermometer eingeschaltet (darin Platindraht 231 Lin. lang 0,057 Lin. dick). Folgendes das Schema des Apparats:

1) Akad. Monatsber. 1862. S. 352.

2) Elektr. Lehre 2. 339.



Die zwei Paare ebener Spiralen sind durch die Doppelpfeile *A* und *B*, die Thermometer durch Kreise angedeutet. Der Batteriestrom wurde am Thermometer *h*, der Nebenstrom an *n* gemessen.

Ich erhielt die folgenden Werthe für Haupt- und Nebenströme. Es sind die aus 6 Thermometerbeobachtungen abgeleiteten Erwärmungen für die in einer Flasche befindliche Elektrizitätsmenge 1, zu welchen drei verschiedene Ladungen der Batterie, an der Maafsflasche mit $\frac{1}{4}$ Lin. Schlagweite gemessen, benutzt wurden. Bei Bestimmung des Hauptstroms der ersten Zeile war die Schließung der Nebenspirale von *A* geöffnet, also kein Nebenstrom vorhanden.

Versuchs - Reihe 1.

	Nebenstrom	Hauptstrom
		0,90 100
Hülfsspirale geschlossen	0,58	0,57 63
offen	0,31	0,765 85.

Während durch Oeffnung der Hülfsspirale der Nebenstrom im Verhältnisse 58 zu 31 sank, stieg der Hauptstrom von 63 zu 85. Dies würde nicht befremden, wenn

der Nebenstrom 0,31 bereits zu den Strömen gehörte, bei welchen die Rückwirkung auf den Hauptstrom die zweite Phase erreicht hat. Dann müßte ein schwächerer Strom als 0,31 durch Aenderung der Leitung des Stromes erzeugt, den Hauptstrom weiter steigen machen. Dies war aber nicht der Fall. Anschaulicher wird das Ungewöhnliche der hier beobachteten Rückwirkung, wenn man durch Aenderung der Leitung Nebenströme von nahe gleichem Werthe, wie die hier beobachteten herstellt. Die Spiralen *B* wurden entfernt und verschiedene Längen eines (auf einem Rahm ausgespannten) 0,0554 Lin. dicken Platindrahtes in die Schließung eingeschaltet.

Reihe 2.

eingeschalteter Draht	Nebenstrom	Hauptstrom.
		0,90 100
0,483 Fufs	0,61	0,49 54
3,91	0,32	0,27 30.

Der Nebenstrom sinkt durch Verlängerung seiner Leitung von 0,61 auf 0,32 und zugleich der ihn erregende Hauptstrom im Verhältniß 54 zu 30. In der vorigen Versuchsreihe brachte das Sinken des Nebenstroms von 0,58 auf 0,31 ein Steigen des Hauptstroms von 63 zu 85. Man sieht, daß hier zwei nahe gleiche Paare von Nebenströmen, die auf verschiedene Weise erlangt worden sind, in entgegengesetzter Art auf den Hauptstrom zurückwirken: in der ersten Versuchsreihe entspricht der schwächere Nebenstrom dem stärkeren, in der zweiten Reihe dem schwächeren Hauptstrome. Beiläufig ist zu bemerken, daß, wie weiter unten nachgewiesen wird, zu der großen Schwächung des Hauptstroms durch Einwirkung des ersten Nebenstroms der ersten Reihe (100 zu 63) der im Thermometer *n* befindliche Platindraht wesentlich ist.

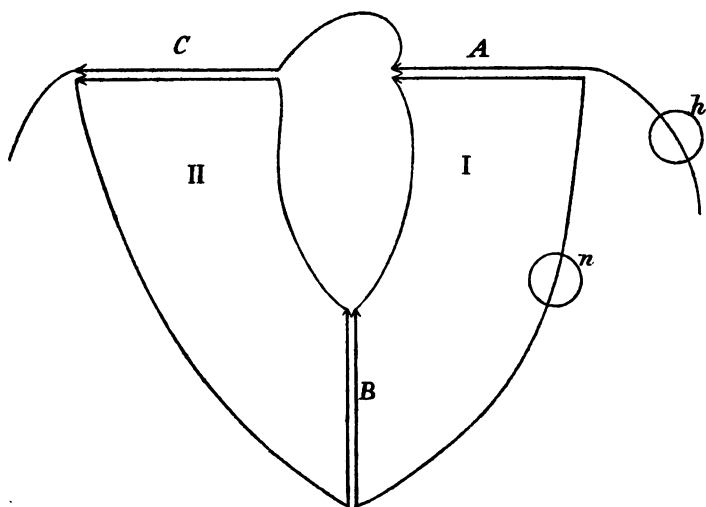
Ohne Anwendung einer Hülfsspirale werden verschiedenen starke Nebenströme in einer substantiell unveränderten Nebenleitung erhalten, wenn der nicht erregte Theil derselben in verschiedene Formen gelegt wird. Bei der

U-form der Leitung erhält man den stärksten, bei gerader Form einen schwächeren, bei N-form den schwächsten Nebenstrom ¹⁾. Solche drei Nebenströme erregte ich mit den Pogg. Ann. 83. 329 beschriebenen Apparaten und beobachtete dabei den erregenden Hauptstrom. Auch hier trat der ungewöhnliche Fall ein, daß dem stärksten Nebenstrom der schwächste, dem schwächsten Nebenstrom der stärkste Hauptstrom entsprach. Die Rückwirkung ging in gleichem Sinne mit dem Werthe des Nebenstroms. Ein Nebenstrom, der durch die Form seiner Leitung verändert wurde, wirkte in entgegengesetzter Weise wie ein Strom, der durch Aenderung von Stoff oder Dimensionen seiner Leitung dieselbe Aenderung erfuhr. Ich übergehe die specielle Angabe dieser Versuche, da ich mich hier auf Nebenströme in, auch der Form nach unveränderten Schließungen beschränke.

Die interessanteste Art, verschieden starke Nebenströme in derselben Leitung auf den Hauptstrom zurückwirken zu lassen, erhält man dadurch, daß die Aenderung des Nebenstroms durch einen zweiten Nebenstrom bewirkt wird, der mit verschiedener Richtung auf den ersten einwirkt. Der Nebenstrom wird geschwächt, wenn der auf ihn wirkende Strom gleiche Richtung, und verstärkt, wenn er die entgegengesetzte Richtung hat ²⁾. Der Apparat bleibt dann bei der verschiedenen Rückwirkung unverändert, während in der ersten Versuchsreihe ein Theil des Apparats, die Hülfsspirale, durch Oeffnung unwirksam gemacht werden mußte. Man ist bei den folgenden Versuchen gezwungen, statt eines Nebenstromes zwei Nebenströme auf den Hauptstrom zurückwirken zu lassen; da aber die Nebenströme an beliebig von einander entfernten Stellen des Hauptbogens erregt werden und außerdem die Rückwirkung des einen Nebenstroms sehr schwach erhalten werden kann, so verursacht Dies keine Verwickelung des Versuchs. Das folgende Schema macht die Beschreibung des Apparats anschaulich.

1) Akad. Monatsber. 1851. S. 297.

2) Akad. Monatsber. 1871. S. 106.



In den Schließungsbogen der Batterie ist, wie bei den früheren Versuchen, das Thermometer h und die ebene Spirale A eingeschaltet, dann an einer entfernten Stelle die cylindrische Spirale C aus $52\frac{1}{12}$ Fuß eines $\frac{5}{8}$ Lin. dicken Kupferdrahtes bestehend, der eine gleiche Spirale in 1 Lin. Entfernung nahe steht. Beide Spiralen sind um einen Holzcylinder von etwa 9 Zoll Höhe und 6 Zoll Breite gewunden. In hinlänglicher Entfernung von dem Hauptbogen ist das oben beschriebene Paar ebener Spiralen B aufgestellt; die Nebenspiralen von A und C sind durch lange Kupferdrähte mit je einer Spirale von B verbunden, in den Nebenkreis I das Thermometer n eingeschaltet. Nachdem bei einer Anzahl von Batterie-Entladungen durch den Hauptbogen die Thermometer h und n beobachtet waren, wurden die Befestigungspunkte der Verbindungsdrähte an der Nebenspirale C mit einander vertauscht und die Beobachtungen wiederholt. Da die Verbindungsdrähte außer Wirkungsnahe gelegt waren, so ist im elektrischen Sinne durch diese Vertauschung der Befestigungen die Form des Apparats nicht geändert worden. Im Schema haben die beiden Nebenströme in den Spiralen B entgegengesetzte

Richtung, also nach Umlegung der Drähte im Kreise II gleiche Richtung.

Im Mittel aus 6 Beobachtungen mit 3 verschiedenen Batterieladungen erhielt ich folgende Werthe des Hauptstroms und des Nebenstroms im Kreise I. Bei der ersten Beobachtung waren beide Nebenschließungen geöffnet.

Reihe 3.

Nebenstrom	Werth desselben im Kreise I	Hauptstrom
		0,625 100
verstärkt	0,465	0,35 56
geschwächt	0,15	0,55 88.

Es wirkten hier zwei Nebenströme, in den Nebenspiralen von *A* und *C* erregt, auf den Hauptstrom zurück, aber der Strom in *C* nur in sehr geringem Maasse, weil er in einem gutleitenden ganz aus Kupfer bestehenden Kreise circulirte. Ich werde deshalb nur den im Kreise I laufenden gemessenen Nebenstrom in Betracht ziehen. Dieser Nebenstrom wirkt mit dem Werthe 0,465 viel stärker auf den Hauptstrom zurück, als mit dem Werthe 0,15, denn er entfernt ihn von seinem ursprünglichen Werthe 100 bis 56, der schwächere Strom nur bis 88. Nach der bisher bekannten Rückwirkung verschiedener Nebenströme, die durch die Beschaffenheit ihrer Leitung hergestellt werden, auf den Hauptstrom würde der Werth 0,15 unter dem Werthe liegen, mit dem das Minimum des Hauptstroms beobachtet wird und bei einem schwächeren Nebenstrom würde der Werth des Hauptstroms steigen müssen. Dies auszumachen wurde in den Kreis I ein 231 Lin. langer 0,057 Lin. dicker Platindraht eingeschaltet; er war identisch mit dem im Thermometer *n* befindlichen Draht, die Platineinschaltung in Kreis I demnach verdoppelt.

Reihe 4.

Nebenstrom	Werth desselben	Hauptstrom
		0,62 100
verstärkt	0,33	0,28 45
geschwächt	0,13	0,53 85.

Der Nebenstrom 0,13 schwächer als der schwächste der vorigen Tafel hat den Hauptstrom 88 nicht steigen, sondern bis 85 fallen gemacht, ein Beweis, daß der Werth 0,15 größer ist, als der dem Minimum des Hauptstroms entsprechende. Noch schlagender scheint Dies bei dem folgenden Versuche, wo zu dem Nebenkreis I noch 7,82 Fuß eines 0,0554 Lin. dicken Platindrahts hinzugesetzt waren.

Reihe 5.

Nebenstrom	Werth desselben	Hauptstrom
		0,62 100
verstärkt	0,17	0,14 23
geschwächt	0,09	0,38 61.

In den drei letzten Versuchsreihen entsprechen den Nebenströmen 0,15 0,13 0,09 die Hauptströme 88 85 61, die beiden ersten Nebenströme hatten also einen größeren Werth als der Nebenstrom mit dem das Minimum des Hauptstroms auftritt. Die in den Versuchen 3 und 4 aufgezeigte Rückwirkung des Nebenstroms auf den Hauptstrom ist demnach neu. Es entspricht in jeder Reihe der schwächere von zwei Nebenströmen dem stärkeren Hauptstrom, was durch die bekannte Rückwirkung nur dann der Fall seyn könnte, wenn jener schwächere Nebenstrom unter dem Werthe läge, mit dem der Hauptstrom seinen kleinsten Werth erreicht.

Ich habe in jeder Versuchsreihe auch den Nebenstrom, ehe er gestärkt und geschwächt wurde, auf den Hauptstrom wirken lassen, was dadurch geschieht, daß man die beiden Spiralen *B* außer Wirkungsnahe bringt. Der Werth des Nebenstroms liegt dann zwischen den in den Tafeln angegebenen Werthen, und der ihm entsprechende Hauptstrom ist stärker als der dem verstärkten und schwächer als der dem geschwächten Nebenstrom entsprechende. So war in der 5ten Reihe:

Nebenstrom	Werth desselben	Hauptstrom
		0,62
verstärkt	0,17	0,14
frei	0,13	0,30
geschwächt	0,09	0,38.

In dieser vollständigen Reihe nimmt die Einwirkung auf den Hauptstrom zweimal an Stärke ab mit abnehmendem Nebenstrom. Ich habe die Beobachtung bei freiem Nebenstrom aus den Tafeln 3 bis 5 fortgelassen, weil dort nur Beobachtungen bei unverändertem Apparate mit einander verglichen werden sollten. Nimmt man zur Vergleichung die Beobachtungen bei freiem Nebenstrom hinzu, wobei Spiralen, die einander nahe standen, von einander entfernt werden, so gehören die Versuche zur Klasse der in Reihe 1 mitgetheilten.

In der dritten Versuchsreihe befand sich nur der Platindraht des Thermometers *n* in der Nebenschließung, in der vierten Reihe derselbe Draht zweimal, in der fünften außerdem ein langer Platindraht. In Folge davon sank durch Rückwirkung der freien Nebenströme auf den Hauptstrom dieser in den genannten Reihen von 100 beziehlich auf 75 71 48. Wie die mitgetheilten Beobachtungen zeigen, waren

bei Einwirkung des	verstärkten	geschwächten Nebenstroms	
	die Werthe des	Hauptstroms.	Ihr Verhältniß
in der dritten Reihe	56	88	1,57
vierten	45	85	1,89
fünften	23	61	2,65.

Das Verhältniß der beiden Werthe des Hauptstroms bei Einwirkung des gestärkten und geschwächten Nebenstroms ist also desto größer, je stärker der freie Nebenstrom auf den Hauptstrom zurückwirkt. Da bei gutleitender Schließung des Nebenstroms diese Rückwirkung, wie bekannt, sehr gering ist, so war vorauszusehen, daß auch die Schwächung und Stärkung eines solchen Nebenstroms nur geringe Aenderungen des Hauptstroms geben würde.

Es wurde aus der Nebenschließung I das Thermometer n entfernt, so daß beide Nebenschließungen gleich wurden und nur Kupferdraht enthielten.

Reihe 6.

Es war	der Hauptstrom	100
bei gestärkten Nebenströmen		89
geschwächten		102

Es fand hier eine sehr geringe Rückwirkung der Nebenströme auf den Hauptstrom statt. Beiläufig ist zu bemerken, daß in der letzten Beobachtung zum erstenmal der Fall vorliegt, eines stärkeren Hauptstromes bei vorhandenen Nebenströmen als ohne dieselben. Die Verstärkung ist sehr klein und nicht sicher zu erhalten. Unter fünf zu verschiedenen Zeiten angestellten Beobachtungen kam sie nur dreimal vor

Die mitgetheilten Erfahrungen stützen die Annahme, daß der Nebenstrom, um auf den Hauptstrom wirken zu können, eine gewisse Zeit bestehen müsse und daß die Einwirkung bis zu einer Gränze mit Verlängerung dieser Zeit wächst. Offenbar war (gemessen konnte er nicht werden) der Nebenstrom des Schließungskreises I in der Reihe 6 stärker als bei irgend einem Versuche zuvor; dennoch war bei seiner Stärkung und Schwächung seine Rückwirkung auf den Hauptstrom geringer als je. Als Grund davon ist anzugeben, daß er zu kurze Zeit bestand, und die viel schwächeren Nebenströme in den Reihen 3 bis 5 eine bedeutend größere Rückwirkung bei ihrer Stärkung und Schwächung äußern konnten, weil sie eine längere Zeit hindurch bestanden.

Wenn die Stärkung und Schwächung eines Nebenstroms durch Veränderung seiner Schließung in Verkürzung und Verlängerung der Zeit seines Bestehens ihren Grund hat, so ist nicht mit gleicher Wahrscheinlichkeit anzugeben, worin seine Stärkung und Schwächung in der unveränderten Schließung besteht. Freilich lassen sich Fälle anführen, in welchen eine gleiche Rückwirkung, wie die oben

dargelegte, stattfindet und die Ursache des unveränderten Nebenstroms keinem Zweifel unterliegt. Man lege von einem beliebigen Drahtkreise in einzelnen Versuchen ein immer längeres Stück in gleiche Entfernung vom Schließungsbogen der Batterie, so wird ein immer stärkerer Nebenstrom in dem Kreise circuliren und eine wachsende Rückwirkung auf den Hauptstrom bemerkt. Jede Zeile der Tafel Bd. 2 S. 305 meiner Elektrizitätslehre giebt den Beleg, daß je länger das erregte Stück der Nebenschließung, desto kräftiger ihre Rückwirkung auf den Hauptstrom ist ¹⁾. Die so merkwürdigen zwei Phasen der Rückwirkung von Nebenströmen, die durch ihre Leitung verändert werden, treten hier nicht auf. Der stärkste herzustellende Nebenstrom erniedrigt den Hauptstrom am stärksten, und welche zwei Nebenströme auch hervorgebracht werden, dem schwächeren von ihnen entspricht der größere Hauptstrom. Die Ursache davon ist klar: der stärkere Nebenstrom ist durch größere Erregung hervorgebracht worden und enthält daher die größere Elektrizitätsmenge, die auf ein längeres Stück der Hauptschließung wirkt, daher seine stärkere Wirkung auf den Hauptstrom. Durch andere Versuche ist gezeigt worden, daß mit wachsender Elektrizitätsmenge des Nebenstroms seine Rückwirkung auf den Hauptstrom zunimmt, wenn auch das rückwirkende Stück der Nebenschließung constant bleibt. Der vom Hauptstrom erregte Theil des Drahtkreises blieb unverändert, der Kreis wurde an einer davon entfernten Stelle geöffnet und jedes der dadurch entstandenen Drahtenden mit je einer Fläche eines Condensators verbunden. Je ausgedehnter die Condensatorflächen sind, eine desto größere Elektrizitätsmenge wird im Drahtkreise in Bewegung gesetzt und desto schwächer erschien der Hauptstrom. So wurde ein Hauptstrom, der bei Einschaltung Einer

1) Die Nebenschließung ist zwar bei den drei Versuchen jeder Zeile nicht vollständig dieselbe, da aber eine große Länge eines 0,156 Lin. dicken Neusilberdrahts zur Schließung gehört, so ist die verschiedene Länge des $\frac{1}{2}$ Lin. dicken Kupferdrahts nicht zu berücksichtigen.

Condensatorflasche in den Drahtkreis des Nebenstroms den Werth 0,34 hatte, auf 0,15 erniedrigt durch Einschaltung von fünf solcher Flaschen ¹⁾).

Wollten wir aus diesen früheren Versuchen auf die Ursache der neuen Versuche schließen, so kämen wir zu der Annahme, daß durch Fernwirkung auf ein Stück der Nebenschließung die im Nebenstrom circulirende Elektrizitätsmenge verändert werden könnte. Die in dem am Hauptbogen liegenden Stücke des Nebenbogens erregte Elektrizitätsmenge könnte überall dieselbe bleiben, aber von ihr je nach der Anordnung des Apparats ein kleinerer oder größerer Theil den Kreislauf vollenden, der übrige Theil auf demselben Wege zurückgehen, den er nach der Erregung durchlaufen hat. Diese Annahme ist bedenklich und leider nicht durch magnetische Ablenkung zu prüfen. Es ist dazu die Anwendung eines elektrischen Ventils nöthig und mit diesem deutet eine verminderte Ablenkung nur dann auf verminderte Elektrizitätsmenge im Nebenstrom, wenn die Geschwindigkeit der Entladung desselben gleich geblieben ist. Ein Nebenstrom in derselben Schließung, durch die Entladung derselben Elektrizitätsmenge im Hauptstrom erregt, bringt durch das Ventil gehend eine desto geringere magnetische Ablenkung hervor, in je mehr Flaschen die entladene Elektrizitätsmenge angehäuft war. Wenn daher ein Nebenstrom, der durch Aenderung der Form seiner Schließung, ebensowohl wie einer, der durch Verlängerung dieser Schließung geschwächt wurde, eine verminderte Ablenkung am Galvanometer gezeigt hat ²⁾, so ist der Schluß nicht erlaubt, daß in beiden Strömen die Schwächung von einer Verminderung der Elektrizitätsmenge herrührt.

Die hier aufgezeigte neue Art der Rückwirkung von Nebenströmen auf den Hauptstrom der leydenen Batterie ist sehr einfach anzugeben: *Bleibt ein Drahtkreis, von dem ein Stück durch einen gegebenen Batteriestrom erregt wird,*

1) Riefs (gesammelte) Abhandlungen, Berlin 1867, S. 244.

2) Ebendasselbst S. 347 und 344.

unverändert, so wirken verschiedene nach einander darin hervorgebrachte Nebenströme in der Weise auf den Hauptstrom zurück, daß der schwächere Nebenstrom dem stärkeren Hauptstrom entspricht. Die Rückwirkung variirt also in gleichem Sinne mit der Stärke des Nebenstroms. Durch veränderte Schließung des vom Hauptbogen erregten Stückes des Drahtkreises lassen sich Nebenströme von demselben Werthe erhalten wie die im constanten Kreise, und diese können, was seit lange bekannt ist, den Hauptstrom in entgegengesetzter Weise ändern, so daß dem schwächeren Nebenstrom der schwächere Hauptstrom entspricht.

Diese Erfahrung scheint mir in jedem Falle von Wichtigkeit zu seyn. Ist die Elektrizitätsmenge in den auf verschiedene Weise erlangten gleichen Nebenströmen verschieden, so folgt, daß in einem Strome bei gleicher Erregung die Elektrizitätsmenge durch Fernwirkung verändert werden kann. Ist hingegen, wie wir zuvörderst annehmen müssen, die Elektrizitätsmenge in jenen Strömen dieselbe, so lernen wir das Unerwartete, daß Ströme von gleicher Elektrizitätsmenge, die den Kreis, den sie durchlaufen, um gleichviel erwärmen, auf den Hauptstrom in entgegengesetzter Weise zurückwirken können.

VII. *Ein Beitrag zur Theorie der Thermoströme;* *von M. Avenarius,*

Prof. d. Physik an der Universität zu Kiew.

In einem geschlossenen, von zwei Metallen *A* und *B* gebildeten, Leiter tritt im allgemeinen, bei verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 der Löthstellen, ein Strom ein.

Erleidet keins dieser Metalle — bei Erhöhung seiner Temperatur von T_1 auf T_2 — eine Molecularveränderung,

bei welcher verschiedene Theile desselben Metalls eine elektrische Differenz gegen einander aufweisen könnten, so wird, den Principien der mechanischen Theorie der Wärme zufolge, die ganze im Leiter entwickelte elektromotorische Kraft durch eine Gleichung von der Form

$$E = C (T_2 - T_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ausgedrückt, wenn C eine von der chemischen und physikalischen Beschaffenheit der Metalle abhängige Constante vorstellt. Wobei die an einer Löthstelle dieser Metalle auftretende elektromotorische Kraft, für jede Temperatur — welche zwischen T_1 und T_2 zu liegen kömmt, durch Gleichung (2)

$$e = CT \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

bestimmt wird, wenn die Temperatur T vom absoluten Nullpunkte gezählt wird ¹⁾.

Im Fall kein chemischer Unterschied in den Metallen A und B stattfindet, kann die Verschiedenheit ihrer physikalischen Beschaffenheit eine elektrische Differenz hervorbringen, wobei dieselbe, bei einer Temperatur T , sich wieder durch Gleichung (2) ausdrücken wird, in welcher die Constante C nur von der physikalischen Verschiedenheit der Metalle bedingt wird. Eine der Ursachen, welche diese letzte Aenderung hervorbringen, ist die Wärme. — Stellt T die Temperatur des Uebergangs des Metalls aus einem Zustande, welcher A_1 heißen möge, in einen anderen A_2 dar, bei welchen zwei Zuständen die Metalle eine elektrische Differenz gegen einander aufweisen, so wird dieselbe wieder durch eine Gleichung von der Form (2) ausgedrückt und C wird wieder nur von der physikalischen Verschiedenheit des Metalls in den Zuständen A_1 und A_2 bedingt.

Die durch Versuche bestimmte elektromotorische Kraft der Thermoelemente entspricht nicht der theoretischen Gleichung (1). Es stellt sich hier eine empirische Gleichung von der Form

- 1) Clausius, Pogg. Ann. XC, S. 535. W. Thomson, *Proc. of Edinb. Soc.* III, 255 bis 256.

$$E = (t_2 - t_1) [b + c(t_1 + t_2)] \dots (3)$$

heraus, wo b und c Constante vorstellen, welche durch Gleichung (4)

$$-\frac{b}{2c} = t_0 \dots (4)$$

bedingt worden, wenn unter t_0 die halbe Summe derjenigen verschiedenen Temperaturen der Löthstellen verstanden wird, bei welchen das Thermoelement keinen Strom nachweist ¹⁾.

Um diesen zwischen Theorie und Erfahrung auftretenden Widerspruch zu beseitigen, sind wir zur Annahme gezwungen, daß die verschiedenen Theile desselben Leiters nicht immer elektrisch indifferent gegen einander zu betrachten sind. — Eine Annahme, welche durch Versuche von Thomson ²⁾ und Le Roux ³⁾ vollkommen bestätigt ist.

Ob außerdem vielleicht auch die Constante C (Gleichung (2)) in der ihr zuerst gegebenen Bedeutung, die elektrische Differenz der *verschiedenen* Metalle bedingend, durch Molecularänderung, welche die Wärme in beiden Metallen hervorbringt, eine Aenderung erleidet, wollen wir bis weiter dahingestellt seyn lassen; beide Ursachen sind so eng mit einander verknüpft, daß, wie es weiter gezeigt wird, die letzte durch die erste vollständig bestimmt wird.

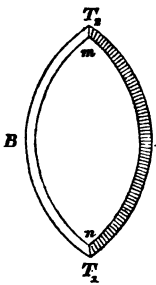
Nehmen wir an, daß Theile eines und desselben Lei-

- 1) M. Avenarius, Pogg. Ann. Bd. CXIX, S. 406 und 637, Bd. CXXII, S. 193. Bei der Aufstellung dieser Gleichung wurde vorausgesetzt: 1) Daß die an jeder Löthstelle auftretende elektromotorische Kraft durch eine Gleichung von der Form $e = a + bt + ct^2$ ausgedrückt werden könne und 2) daß die ganze elektromotorische Kraft eines Thermoelements durch die Differenz der elektromotorischen Kräfte beider Löthstellen bestimmt werde. Die erste dieser Annahmen, wie es aus vorliegender Schrift zu ersehen ist, wird durch die Theorie bestätigt, die zweite aber nicht, woher Gleichung (3) nur als empirische Formel ihre volle Gültigkeit beibehält.
- 2) W. Thomson, *Phil. Trans.* 1856, T. III, p. 661.
- 3) Le Roux, *Ann. de Chim. et de Phys.* T. X, p. 258. 1867.

ters, bei verschiedenen Temperaturen dieser Theile, gegen einander elektromotorisch wirken, so bleibt noch zu entscheiden, ob diese elektrische Differenz bei jeder Temperatur auftritt, oder ob sie nur bei gewissen Temperaturen, bei welchen ein Uebergang des Metalls aus einem in einen anderen molecularen Zustand stattfindet, anzunehmen sey.

Die Stätigkeit, in welcher die Wärmeerscheinungen in den Metallen auftreten (Ausdehnung durch die Wärme, Erwärmung durch den elektrischen Strom), macht die Annahme einer discontinuirlichen Aenderung der elektrischen Differenz der Metalle, wenigstens in den Gränzen der Temperaturänderungen, wo die anderen Erscheinungen keine Sprünge nachweisen, höchst unwahrscheinlich.

Da jedoch eine Autorität, wie Clausius ¹⁾, sich für diese Art des Auftretens der elektrischen Differenz ausgesprochen hat, so sind wir verpflichtet auch diese Annahme zu besprechen.



Nehmen wir an, daß die eine der Löthstellen n des geschlossenen, aus zwei verschiedenen Metallen A und B bestehenden, Leiters bei einer constanten Temperatur T_1 gehalten und die Temperatur der anderen Löthstelle m , von T_1 ausgehend, allmählich gesteigert wird. Wenn τ die Temperatur darstellt, bei welcher zuerst eins der Metalle, z. B. A , aus einem molecularen Zustand A_1 in einen anderen A_2 übergeht, so wird die elektromotorische Kraft

der ganzen Kette, für die verschiedenen Zustände des Metalls A , folgendermaßen ausgedrückt werden können:

1) So lange T_2 unter τ liegt, behält die Gleichung (1) ihre volle Gültigkeit.

2) Bei $T_2 = \tau$ sind zwei Fälle zu betrachten: a) im Moment, welcher dem Uebergange des Metalls vom Zustande A_1 in den von A_2 vorangeht, wird $E = C(\tau - T_1)$, b) im Moment, welcher diesem Uebergange nachfolgt, wird

1) Clausius, H., S. 540 bis 541.

$E = C_1 \tau - CT_1 + \gamma \tau$, wenn C_1 die Bedeutung der Constanten C in Gleichung (2), für die Berührung der Metalle B und A_2 beibehält und γ den Werth dieser Constante, für die Berührung der in verschiedenen Zuständen A_1 und A_2 befindlichen Theile unseres Metalls A , vorstellt.

3) Steigt T_2 über τ , so wird

$$E = C_1 T_2 - CT_1 + \gamma \tau = C_1 T_2 + B_1 \quad (5).$$

Die Zunahme von T_2 wird eine Bewegung der Temperatur τ von m zu n hin nach sich ziehen, jedoch keinen Einfluß auf B_1 ausüben.

Demzufolge würde die elektromotorische Kraft des ganzen Thermoelements anfangs, proportional der Temperaturdifferenz der Löthstellen, zunehmen, bei einer bestimmten Temperatur τ einen Sprung nachweisen und weiter wieder proportional der Temperatur der erwärmten Löthstelle zunehmen.

Ein Resultat, welches der Erfahrung widerspricht.

Würde man zugeben, daß in den Gränzen der Temperaturänderungen der Löthstelle m mehrere Uebergänge des Leiters A in von einander verschiedene moleculare Zustände stattfänden, so würde das sich herausstellende Resultat um so mehr der Erfahrung sich anschließen, je größer man die Zahl dieser Uebergänge nähme.

Wir machen daher die Annahme, daß das Auftreten einer elektrischen Differenz zwischen zwei verschiedenen Theilen eines und desselben Leiters keiner besonderen Molecularverschiedenheit dieser Theile bedarf, sondern, daß jeder Temperaturunterschied einen genügenden Grund dazu gäbe. Sind die Temperaturen T_2 und T_1 verschieden, so wird jeder Querschnitt unseres Leiters A eine andere Temperatur anzeigen. Die elektromotorische Kraft jedes Querschnitts wird sich durch $\gamma_1 T$ ausdrücken, wo γ_1 nur von den zwei Zuständen des Metalls A , bei der Temperatur T und der ihr unendlich nahe liegenden Temperatur $T + \delta T$ bedingt wird.

Wir können daher $\gamma_1 = \beta_1 \delta T$ setzen und β_1 als eine Constante betrachten, wenigstens in den Gränzen der Tem-

peraturänderungen der Löthstellen, bei welchen die durch Wärme bedingten Veränderungen unseres Metalls als ständig zu betrachten sind. Ebenso erhalten wir für jeden Querschnitt des Leiters B eine elektromotorische Kraft $\beta_2 T \delta T$, wenn T die Temperatur dieses Querschnitts und β_2 eine durch die Eigenschaften dieses Metalls bedingende Constante vorstellt.

Bekanntlich hat Thomson¹⁾, von der zuletzt von uns gemachten Annahme ausgehend, gezeigt, daß die ganze im Thermoelement auftretende elektromotorische Kraft sich durch

$$E = J \int_{T_2}^{T_1} \frac{\pi}{T} \partial T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

ausdrücken läßt, wenn π aus Gleichung (7)

$$\frac{\pi}{T} - \frac{\partial \pi}{\partial T} = \sigma_1 - \sigma_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

bestimmt wird. Wobei J das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit, π — die an einer Löthstelle bei der Temperatur T — in der Zeiteinheit — von einem Strom von der Intensität 1 — absorbirte (resp. frei gewordene) Wärmemenge vorstellen und σ_1, σ_2 die sogenannten specifischen Wärmen der Elektrizität der Metalle A und B angeben.

Die in jedem Querschnitt des Leiters auftretende elektromotorische Kraft wird sich darnach durch $J \sigma \delta T$ ausdrücken lassen. Da aber dieselbe, wie oben gezeigt, durch $\beta T \delta T$ bestimmt wird, so erhalten wir

$$\sigma_1 = \frac{\beta_1}{J} T, \quad \sigma_2 = \frac{\beta_2}{J} T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Führt man die Werthe von σ_1 und σ_2 in Gleichung (7) ein, so geht dieselbe in

$$\frac{\pi}{T} - \frac{\partial \pi}{\partial T} = \frac{\beta_1 - \beta_2}{J} T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

über, welche Gleichung, da β_1, β_2 und J Constante vorstellen, leicht integrabel ist. Wir erhalten namentlich

1) W. Thomson, *Proc. of Edinb. Soc.* III.

$$\pi = \frac{\beta_2 - \beta_1}{J} (T_2 - T T_0) \quad . \quad . \quad . \quad (10),$$

wenn unter T_0 die Temperatur des neutralen Punktes verstanden wird, d. h. diejenige Temperatur der Löthstelle, bei welcher weder Absorption noch Freiwerden von Wärme stattfindet.

Daraus ersehen wir, daß die an einer Löthstelle absorbierte, resp. frei gewordene Wärmemenge, also auch die hier auftretende elektromotorische Kraft nicht einfach der absoluten Temperatur proportional gesetzt werden kann, sondern, daß der Factor C (Gleichung (2)) durch $(\beta_2 - \beta_1) (T - T_0)$ ausgedrückt wird.

Bei dieser Bestimmung von π geht Gleichung (6) in

$$E = (\beta_2 - \beta_1) \int_{T_1}^{T_2} (T - T_0) \partial T \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

über. Bei Ausführung der Integration erhält man

$$E = (T_2 - T_1) [(\beta_1 - \beta_2) T_0 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} (T_2 + T_1)] \quad (12),$$

und setzt man $T = a + t$, wo a die Temperatur des absoluten Nullpunkts vorstellt, so wird

$$E = (t_2 - t_1) [b_1 + c_1 (t_2 + t_1)] \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

wenn man die Bezeichnung

$$b_1 = (\beta_1 - \beta_2) t_0, \quad c_1 = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

gebraucht, wobei dann das Verhältniß dieser Constanten durch Gleichung

$$-\frac{b_1}{2c_1} = t_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

bestimmt wird.

Bei Vergleichung der Gleichung (13) mit der durch den Versuch gegebenen (3), ersehen wir, daß nicht nur die Form der Gleichung dieselbe ist, sondern daß die hier auftretenden Constanten durch dieselbe Gleichung (4) oder (15) bedingt werden.

Wir glauben daher zu dem Schluß 'berechtigt zu seyn, daß die mechanische Theorie der Wärme zu demselben Ausdruck der elektromotorischen Kraft eines Thermoelements führt, welcher durch Versuche, als vollkommen denselben entsprechend, schon früher festgestellt war.

VIII. Ueber die maassanalytische Bestimmung des Ammoniaks in seinen Salzen; von Dr. Rüdorff.

Die quantitative Bestimmung des Ammoniaks in seinen Salzen geschieht bekanntlich durch Kochen desselben mit überschüssiger Kalilauge, Einleiten des entweichenden Ammoniaks in Normalsäure und Zurücktitriren des Ueberschusses der letzteren. Wenn schon ein längeres Kochen einer solchen Aetzkali haltigen Flüssigkeit wegen des stets eintretenden Stossens eine unangenehme Operation ist, so wird diese Unannehmlichkeit noch sehr erheblich gesteigert, wenn auf Zusatz des Kalis ein Niederschlag entsteht, wie dieses der Fall ist, wenn das Ammoniak in einer ein Metallsalz enthaltenden Flüssigkeit bestimmt werden soll. Das Kochen erfolgt dann unter sehr heftigem Stossen und in nicht wenigen Fällen wird die Flüssigkeit aus dem Gefäße geschleudert oder dieses zerspringt. Da ich eine große Anzahl solcher Ammoniakbestimmungen auszuführen hatte, so wandte ich alle sonst wohl in Vorschlag gebrachten Mittel, das Stossen einer solchen Flüssigkeit beim Kochen zu vermeiden, an, allein alle zeigten sich als mehr oder weniger wirkungslos. Und nach vielen mißlungenen Versuchen verfiel ich auf ein allerdings nahe liegendes, meines Wissens nach aber bisher noch nicht angewandtes Mittel, das Stossen einer solchen kochenden

Flüssigkeit durchaus zu vermeiden. Es besteht dieses darin, daß man die Flüssigkeit durch eingeleiteten Wasserdampf kocht. Bekanntlich läßt sich durch Wasserdampf von 100° eine Salzlösung, deren Siedepunkt weit über 100° liegt, bis zum Kochen erhitzen¹⁾. Es wurde das zu untersuchende Salz in ein Kochfläschchen von 3 bis 400 CC. Inhalt gebracht, in etwas Wasser gelöst und zu der Lösung concentrirte Kali- oder Natronlauge gesetzt. Die Flasche wurde mit einem dreifach durchbohrten Kork verschlossen. Durch die eine Durchbohrung führte ein Glasrohr bis auf den Boden des Gefäßes und stand außen mit einer Kochflasche in Verbindung, in welcher Wasser gekocht wurde. Durch die zweite Durchbohrung ging ein unter dem Kork mündendes Glasrohr, welches die entweichenden Wasserdämpfe und das Ammoniak in ein Glasgefäß leitete, in welchem der Wasserdampf condensirt und das Ammoniak durch Normalschwefelsäure absorhirt wurde. Das zuleitende Glasrohr ragte nur so weit in dieses Kochfläschchen hinab, daß es selbst nach der Condensation des Wasserdampfes nicht die Flüssigkeit berührte. Zur Abkühlung stand es in einer weiten Schale mit kaltem Wasser. Um eine vollständige Absorption des Ammoniaks zu bewirken, passirte das entweichende Gas noch einen Will-Varrentrapp'schen Kugelapparat mit Normalschwefelsäure. Durch die dritte Durchbohrung ging ein kurzes außen durch einen Kautschukschlauch mit Quetschhahn verschlossenes Glasrohr. Durch Ausströmenlassen von etwas Wasserdampf aus diesem Rohr gegen rothes Lackmuspapier konnte das Ende der Operation erkannt werden. Das die alkalische Flüssigkeit enthaltende Kochfläschchen stand auf einem Sandbade und wurde durch eine kleine Flamme soweit erwärmt, daß ein schwaches Kochen eintreten konnte. Hierdurch wurde vermieden, daß die Flüssigkeit, durch Condensation des eingeleiteten Wasserdampfes sich unnöthiger Weise verdünnte. Es erfolgte ein

1) Vergl. Pogg. Ann. Bd. 112, S. 408 und auch *Ann. de chim. et de phys.* XX. p. 325. (1822).

ruhiges gleichmäßiges Sieden. Nachdem alles Ammoniak überdestillirt war, wurde die gesammte Menge der vorgeschlagenen Normalschwefelsäure in ein Glas gespült und der Ueberschuß derselben zurückgemessen. Von der Zuverlässigkeit der Methode habe ich mich durch besondere Versuche überzeugt. In einem Versuche fand ich bei Anwendung von 0,939 Grm. reinen Salmiak, dessen Lösung etwas Kupfervitriol zugesetzt wurde, 17,4 CC. Normalsäure verbraucht; diese Menge entspricht 0,931 Grm. Salmiak. Bei Anwendung von 1,194 Grm. des krystallisirten Doppelsalzes von Chlorkupfer-Chlorammonium berechnete sich aus dem übergegangenen Ammoniak 1,192 Grm. Doppelsalz.

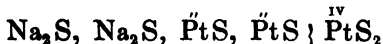
Das Kochen einer Lösung durch eingeleiteten Wasserdampf möchte sich in noch anderen als dem hier besprochenen Fall empfehlen.

IX. *Ueber neue Schwefelsalze;* *von R. Schneider.*

(Siebente Abhandlung.)¹⁾

26. Platin-Sulfoplatinat. (Platinesquisulfuret)

Wie der Verf. in der dritten Abhandlung²⁾ nachgewiesen hat, läßt sich im Dinatriumplatin-Sulfoplatinat von der Formel



das Natrium nicht nur durch einwerthige, sondern auch durch zweiwerthige Metalle mit Leichtigkeit ersetzen. Als Beweise dafür können gelten die unter 15 und 16 der dritten Abhandlung beschriebenen Verbindungen

1) Sechste Abhandlung siehe diese Annalen Bd. 148, S. 625 ff.

2) Diese Annalen Bd. 138, S. 604 ff.

und Ag_2S , Ag_2S , PtS , $\text{PtS} \{ \text{PtS}_2^{\text{IV}} \}$

Ti_2S , Ti_2S , PtS , $\text{PtS} \{ \text{PtS}_2^{\text{IV}} \}$,
sowie die unter 17 und 18 der vierten Abhandlung¹⁾ be-
sprochenen Verbindungen

und CuS , CuS , PtS , $\text{PtS} \{ \text{PtS}_2^{\text{IV}} \}$

und PbS , PbS , PtS , $\text{PtS} \{ \text{PtS}_2^{\text{IV}} \}$.

Es drängte sich Angesichts dieser Verhältnisse die Frage auf, ob die sämmtlichen vier Natrium-Atome der obigen Verbindung nicht auch durch ein Atom eines vierwerthigen Metalles vertretbar seyen. Verf. hat geglaubt, diese Frage experimentell dadurch entscheiden zu können, daß er auf das Dinatriumplatin-Sulfoplatinat eine wässrige Lösung von reinem Natriumplatin-Chlorid ($\text{Na}_2 \text{Cl}_2$, $\text{Pt Cl}_4 + 6 \text{H}_2\text{O}$) einwirken ließ. Gelang es hierbei, an die Stelle jener vier Atome Na ein Atom Pt^{IV} zu bringen, so mußte voraussichtlich ein Körper von der Zusammensetzung des Anderthalbfach-Schwefelplatins erhalten werden.

Versetzt man frisch bereitetes, völlig ausgewaschenes und unter luftfreiem Wasser befindliches Dinatriumplatin-Sulfoplatinat mit einem Ueberschuß einer verdünnten Auflösung von Natriumplatinchlorid, so färben sich die rothen Nadeln, ohne ihre Gestalt zu ändern, sofort schwarzgrau. Obgleich die Umwandlung, die sie hierbei erfahren, mit unverkennbarer Schnelligkeit verläuft und sich allem Anschein nach in kurzer Zeit vollendet, so ist es doch rathsam, die schwarzgrau gewordenen Krystallchen einige Zeit, etwa eine Stunde, unter bisweiligem Umrühren mit der Platinlösung in Berührung zu lassen. Es ist für den schnellen und glatten Verlauf der Reaction außerdem förderlich, einen nicht zu geringen Ueberschuß der Platinlösung anzuwenden; es repräsentirt einen solchen, wenn man auf die aus 1 Theil Platinschwamm erhaltene Menge Dina-

1) Diese Annalen Bd. 139, S. 661 ff.

triumplatin-Sulfoplatinat etwa $1\frac{1}{2}$ Theile Natriumplatinchlorid in Arbeit nimmt.

Nach beendigter Reaction wäscht man die schwarz-grauen Krystallchen zunächst durch Decantiren, zuletzt auf dem Filtrum vollständig aus, preßt sie zwischen starken Lagen von Fließpapier ab und trocknet sie bei gelinder Wärme unter Abhaltung des atmosphärischen Sauerstoffs, am besten in einem Strome von trockner Kohlensäure. Erwärmt man dieselben nämlich, so lange sie feucht sind, im Wasserbade, so nehmen sie schnell saure Reaction an durch Bildung von etwas freier Schwefelsäure, die ein weiteres völliges Austrocknen des Präparates unmöglich macht.

Bei der Analyse der unter Kohlensäure getrockneten Verbindung wurde Folgendes beobachtet:

0,305 Grm., mit Salpeter und Kali geschmolzen, gaben 0,243 Grm. met. Platin und 0,423 Grm. schwefelsauren Baryt.

Der einfachste formularische Ausdruck, der sich aus diesen Zahlen ableiten läßt, ist dieser:

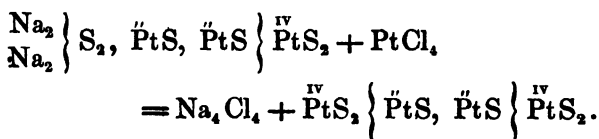


wie die folgende Zusammenstellung zeigt, der ich zur besseren Vergleichung die dem Einfach- und dem Zweifach-Schwefelplatin entsprechenden Zahlen beifüge.

	Berechnet:	Gefunden:	PtS verlangt:	PtS ₂ verlangt:
2 Pt = 394,8	80,44 Proc.	79,67	86,1	75,51
3 S = 96	19,56 „	19,04	13,9	24,49
<hr/> 490,8	<hr/> 100,00		<hr/> 100,0	<hr/> 100,00.

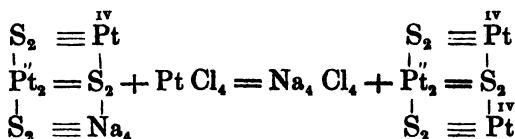
Die fragliche Substanz kann demnach als *Platinsesquisulfuret* angesprochen werden; sie läßt sich aber auch als ein Sulfosalz auffassen und sie würde dann als *Platin-Sulfoplatinat* zu bezeichnen seyn.

Ihre Bildung kann im Sinne der folgenden Zeichen gedeutet werden:

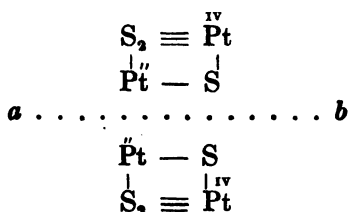


Für den letzteren Werth könnte auch $2(\text{PtS}, \text{PtS}_2)$ oder $2\text{Pt}_2\text{S}_3$ geschrieben werden.

Im Sinne der chemischen Structur ließe sich die Bildung derselben etwa so auffassen, wie die folgenden Zeichen es veranschaulichen:



Für den letzteren Complex würde dann, wenn man die Moleculargröße des Platinsesquisulfurets durch die empirische Formel Pt_2S_3 ausdrückt, ein Zerfallen in der Richtung der punktirten Linie *ab* (s. d. folgende graphische Darstellung) anzunehmen seyn.



Die Verbindung bildet schwarzgraue, schwach glänzende, nadelförmige, zum Theil etwas plattgedrückte Kry stallchen von der Form des Dinatriumplatin-Sulfoplatinats. Sie ist, wie schon oben angedeutet wurde, unter atmosphärischen Einflüssen nicht unveränderlich: im feuchten Zustande der Luft ausgesetzt, nimmt sie (besonders beim Erwärmen) schnell, im trockenen Zustande langsamer, Sauerstoff auf unter Bildung von Schwefelsäure.

Im völlig trockenen Zustande im Glasröhrchen erhitzt, giebt sie einen Sublimat von Schwefel unter Hinterlassung von schwammigem Platin. Hatte sie vorher an der Luft

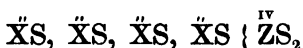
gelegen, so treten beim Erhitzen, ehe die Sublimation des Schwefels beginnt, kleine Mengen von Wasser und Schwefelsäure auf.

Bei freiem Luftzutritt erhitzt, verglimmt sie wie Zunder; dabei stößt sie Anfangs schweflige Säure, später dicke Dämpfe von Schwefelsäure aus, deren Bildung sich aus der Wirkung des bereits reducirten Platins auf das Gemenge von schwefliger Säure und atmosphärischem Sauerstoff erklärt. Schliesslich hinterbleibt reiner Platinschwamm.

Beim Erwärmen im Wasserstoffstrome wird das Platinsesquisulfuret leicht reducirt.

Dagegen zeigt es bei der Behandlung mit Säuren einen bemerkenswerthen Grad von Widerstandsfähigkeit, denn es wird von siedender Salzsäure und Salpetersäure gar nicht und selbst von siedendem Königswasser nur träge angegriffen.

Ich verlasse damit die Reihe der nach dem allgemeinen Schema



zusammengesetzten Sulfosalze. Ohne Zweifel existiren aufer denen, die ich dargestellt und beschrieben habe, noch zahlreiche Verbindungen, die derselben Reihe angehören. Ich will in dieser Beziehung nur bemerken, daß — wovon ich mich durch den Versuch überzeugt zu haben glaube — in einigen der früher beschriebenen Platinverbindungen der Schwefel durch Selen und das Platin durch Iridium isomorph vertreten werden kann. Die Erwartung dagegen, daß das Zinn in diesen Verbindungen durch Titan ersetzbar seyn werde, scheint sich nicht bestätigt zu finden, was wohl damit zusammenhängt, daß das Zweifach-Schwefeltitan nur in sehr schwachem und in weit schwächerem Maaße als das Zweifach-Schwefelzinn den Charakter einer Sulfosäure besitzt.

Ich wende mich nun zur Betrachtung einiger Schwefelsalze, die der Gruppe des Zinks angehören.

27. Schwefelkalium-Schwefelzink. (Kalium-Zinksulfid).

Ueber Verbindungen des Schwefelzinks mit Schwefelalkalimetallen sind in der chemischen Literatur keinerlei Angaben enthalten. Gleichwohl konnte die Existenz solcher Sulfosalze, da krystallisirte Verbindungen von Zinkoxyd mit Alkalien bekannt sind, nicht als unwahrscheinlich gelten.

Schmilzt man ein Gemenge von 1 Theil reinem trockenem Schwefelzink, 12 Theilen kohlen-saurem Kali und 12 Theilen Schwefel zusammen und hält man die Masse etwa 10 Minuten bei heller Rothglühhitze in Flufs, so resultirt eine Schmelze, die bei der Behandlung mit Wasser in der Hauptsache nur *Schwefelsink* in der Form eines gelblichweissen, vollkommen gleichmäfsigen Krystallpulvers hinterläfst ¹⁾.

Dem Schwefelzink sind gewöhnlich einzelne zarte, farblose, durchsichtige Krystallblättchen von rhombischem Habitus beigemengt, die, da sie sehr leicht sind, sich durch Schlämmen von dem dichteren Schwefelzink ziemlich gut trennen lassen.

Diese Blättchen werden nun als Hauptproduct (neben wenig Schwefelzink) erhalten, wenn man 1 Theil Schwefelzink mit 24 Theilen kohlen-saurem Kali und 24 Theilen Schwefel bei heller Rothgluth 10 Minuten lang zusammenschmilzt. Wird die Temperatur nicht hoch genug gesteigert oder die Dauer der Schmelzung abgekürzt, so ist

- 1) Die Krystalle des so erhaltenen Schwefelsinks erscheinen bei schwacher Vergrößerung als dünne Säulen, diese werden bei stärkerer Vergrößerung als Aggregate kleiner regulärer Octaëder erkannt, die häufig nur zur Hälfte ausgebildet und so aneinander gereiht sind, dafs das nächst höhere mit der Basis auf die Spitze des darunter befindlichen aufgesetzt ist.

Bei der Analyse dieser Krystallchen wurden aus 0,376 Grm. erhalten 0,316 Grm. Zinkoxyd, was 66,96 Proc. Zink entspricht. (Die Formel ZnS erfordert 67,09 Proc.)

Das Verhalten derselben gegen chemische Agentien ist das des natürlichen Schwefelzinks.

den Blättchen mehr Schwefelzink beigemischt. Wie hoch man aber auch die Temperatur steigern mag, etwas Schwefelzink ist den Blättchen stets beigemischt und muß durch sorgfältiges Schlämmen von diesen geschieden werden.

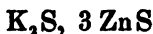
Die so bereiteten, mit Wasser vollständig ausgewaschenen Krystallblättchen gaben bei der Analyse folgende Resultate:

- 1) 0,560 Grm. (bei 100° C. getrocknet), durch Salzsäure zersetzt, gaben 0,242 Grm. schwefelsaures Kali und 0,338 Grm. Zinkoxyd.
- 2) 0,366 Grm., durch Schmelzen mit Salpeter und Kali zersetzt, gaben 0,844 Grm. schwefelsauren Baryt.

Das relative Atomverhältniß der Bestandtheile ist hier nach ausgedrückt durch die Zahlen

$$\begin{array}{ccccc} \text{K} & \text{Zn} & \text{S} & & \\ 2 & : & 3 & : & 4. \end{array}$$

Daraus aber leitet sich die Formel



ab, der folgende Zahlen entsprechen.

	Berechnet:	Gefunden:	
		I.	II.
$\text{K}_2 = 78,26$	19,51 Proc.	19,37	—
$\text{Zn}_3 = 195,00$	48,59 „	48,28	—
$\text{S}_4 = 128,00$	31,90 „		31,67
<u>401,26</u>	<u>100,00.</u>		

Die Eigenschaften dieser schönen Verbindung sind folgende:

Sie bildet kleine, farblose, durchsichtige, bisweilen irisirende Blättchen, die bei auffallendem Lichte gesehen lebhaften Perlmutterglanz zeigen. Dieselben scheinen, soweit die mikroskopische Betrachtung dies zu beurtheilen gestattet, dem rhombischen System anzugehören; häufig sind mehrere derselben in der Richtung der Makrodiagonale schnurartig aneinandergereiht.

Die Verbindung hält sich an der Luft bei gewöhnlicher Temperatur unverändert. Auch wenn sie bei Luftabschluß

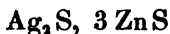
bis zum Glühen erhitzt wird, erfährt sie keine bemerkbare Veränderung, selbst den Glanz behält sie bei. Bei freiem Luftzutritt erhitzt, erblinden zwar die Krystallblättchen in Folge einer Aufnahme von Sauerstoff, doch bleibt die Oxydation, wie es scheint, auf die Oberfläche beschränkt, da der wässrige Auszug der erhitzten Masse nur schwach auf Schwefelsäure reagirt und der mit Wasser erschöpfte Rückstand beim Uebergießen mit verdünnter Salzsäure, wie die ursprüngliche Verbindung, sofort eine reichliche Menge Schwefelwasserstoff entwickelt.

Beim Erhitzen im Wasserstoffstrome erfährt sie, selbst wenn die Temperatur bis zur Rothgluth gesteigert wird, keine bemerkenswerthe Veränderung.

Weder an kaltes noch an siedendes Wasser giebt die Verbindung Schwefelkalium ab. Wurde sie längere Zeit im feuchten Zustande der Atmosphäre ausgesetzt, so wird ihr durch Wasser eine Spur unterschwefligsaures Alkali entzogen.

Diese Hartnäckigkeit, mit der die Verbindung bei der Behandlung mit Wasser das Schwefelkalium zurückhält, ist um so auffallender, als sie unter der Einwirkung selbst sehr stark verdünnter Mineralsäuren mit der größten Leichtigkeit unter stürmischer Entwicklung von Schwefelwasserstoff zersetzt wird, wobei, wenn nicht Schwefelzink mechanisch beigemengt war, kein Rückstand hinterbleibt.

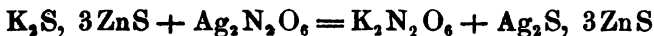
Mit bemerkenswerther Leichtigkeit tauscht die Verbindung ihren Kaliumgehalt gegen gewisse schwere Metalle aus. Wird 1 Mol. derselben, in Wasser vertheilt, mit einer neutralen Lösung von 2 Mol. salpetersaurem Silberoxyd versetzt, so färben sich die Krystallchen sofort braun, später eisenschwarz, ohne daß sie ihren Glanz oder ihre Gestalt verlieren. Setzt man unter häufigerem Umschütteln die Behandlung so lange fort, bis das Silber aus der Lösung verschwunden ist, so enthalten die Krystallchen kein Kalium mehr; sie sind nun nach der Formel



zusammengesetzt.

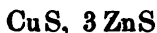
Die davon abfiltrirte Lösung enthält dann, abgesehen von einer Spur Zink, nur salpetersaures Kali.

0,092 Grm. Kalium-Zinksulfid, mit 5 CC. einer titrirten Silberlösung (0,010 Grm. Ag im CC.) behandelt, bis sich die Flüssigkeit silberfrei zeigte, gaben 0,104 Grm. der schwarzen Silberverbindung. Nach der Gleichung



hätten 0,1036 Grm. erhalten werden sollen.

Ganz ähnlich wie gegen Höllensteinlösung verhält sich die Verbindung gegen eine verdünnte Auflösung von Kupfervitriol, doch nehmen die Krystallchen in diesem Falle — gleichfalls unter Beibehaltung ihrer Gestalt und ihres Glanzes — eine schön dunkelstahlblaue Farbe an. Die dabei entstehende Kupferverbindung ist ohne Zweifel nach der Formel



zusammengesetzt.

Andere Metallsalze, z. B. Quecksilberchlorid, salpetersaures Bleioxyd, schwefelsaures Thalliumoxydul bewirken keine entsprechende Zersetzung des Kalium-Zinksulfids, was einigermaassen auffallend erscheint.

28. Schwefelnatrium-Schwefelzink. (Natrium-Zinksulfid.)

Wie mit Schwefelkalium, so geht das Schwefelzink auch mit Schwefelnatrium eine Verbindung ein, die indeß an Beständigkeit und äußerer Schönheit der Kaliumverbindung bedeutend nachsteht.

Eine aus 1 Theil Schwefelzink, 12 Theilen Soda und 12 Theilen Schwefel bei möglichst hoher Temperatur bereitete Schmelze giebt bei der Behandlung mit Wasser die in Rede stehende Natrium-Verbindung schon ziemlich rein und fast frei von mechanisch beigemengtem krystallisirtem Schwefelzink. Sicherer ist es indeß, auf 1 Theil Schwefelzink 24 Theile Soda und 24 Theile Schwefel anzuwenden.

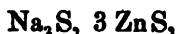
Die unter Einhaltung dieser Verhältnisse bereitete Schmelze hinterläßt bei der Behandlung mit luftfreiem Wasser die neue Verbindung in Form eines gleichmäßigen,

lichtfleischrothen Krystallpulvers. Da dieses bei der Berührung mit Wasser leicht einen Verlust an Schwefelnatrium erleidet, so darf es, nachdem die Schwefelnatriumhaltige Lauge davon abgossen ist, nur wenig ausgewaschen werden. Darauf presst man es schnell zwischen Fliesspapier stark ab und trocknet es, da es im feuchten Zustande an der Luft zur Oxydation ziemlich geneigt ist, am besten in einem Strome von Wasserstoffgas unter mäßigem Erwärmen.

Die mit diesem Präparate angestellten Analysen haben Folgendes ergeben:

- 1) 0,524 Grm., durch Salzsäure zersetzt, gaben 0,196 Grm. schwefelsaures Natron und 0,350 Grm. Zinkoxyd.
- 2) 0,336 Grm., durch Schmelzen mit Salpeter und Kali zersetzt, gaben 0,844 Grm. schwefelsauren Baryt.

Diese Zahlen führen zu der Formel



wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

	Berechnet:	Gefunden:	
		I.	II.
$\text{Na}_2 = 46$	12,46 Proc.	12,12	—
$\text{Zn}_3 = 195$	52,84 „	53,43	—
$\text{S}_4 = 128$	34,70 „	—	34,46
<u>369</u>	<u>100,00.</u>		

Dafs etwas weniger Natrium und etwas mehr Zink gefunden wurde, als die Formel verlangt, erklärt sich zur Gönthe daraus, dafs die Substanz selbst bei kurzem Auswaschen mit Wasser einen geringen Verlust an Schwefelnatrium erleidet. Wird sie längere Zeit mit Wasser behandelt, so verliert sie eine bedeutende Menge Schwefelnatrium.

Ueber die Eigenschaften dieser Verbindung ist nur wenig hinzuzufügen. Sie bildet ein gleichmässiges, lichtfleischfarbenes Krystallpulver, an dem deutlich ausgebildete Formen nur schwer zu erkennen sind. Durch verdünnte Mineralsäuren wird sie leicht unter Schwefelwasserstoff-Ent-

wicklung zersetzt. Ihr Verhalten gegen Wasser und Luft ist bereits oben erwähnt worden.

29. Schwefelnatrium-Schwefelcadmium. (Natrium-Cadmiumsulfid.)

Wie schon vor längerer Zeit von Schüler¹⁾ nachgewiesen worden ist, wird beim einstündigen Zusammenschmelzen von 1 Theil auf nassem Wege bereitetem Schwefelcadmium mit 5 Theilen reiner Pottasche und 5 Theilen Schwefel eine Masse erhalten, die bei der Behandlung mit Wasser krystallisirtes Schwefelcadmium von der Form und Beschaffenheit des Greenockit hinterläßt.

Ich habe die Versuche von Schüler wiederholt und bin dabei zu ähnlichen Resultaten gelangt; doch habe ich gefunden, daß wenn man auf 1 Theil Schwefelcadmium 12 Theile kohlenaures Kali und 12 Theile Schwefel anwendet, schon eine Schmelzdauer von 8 bis 10 Minuten zur vollständigen Lösung des Schwefelcadmiums genügt.

Die dabei erhaltenen Krystalle (theils sechsseitige Tafelchen, theils dünne sechsseitige Säulen mit sechsflächiger Zuspitzung) sind zwar klein, zeigen sich aber unter dem Mikroskop sehr scharf ausgebildet. Sie besitzen citronengelbe Farbe und lebhaften Glasglanz. Bei der Analyse zeigten sie einen Gehalt von 77,31 Proc. Cadmium²⁾; die Theorie verlangt 77,77 Proc.

Auffallenderweise wird beim Zusammenschmelzen von Schwefelcadmium, Pottasche und Schwefel, wie man auch die Verhältnisse wählen mag, niemals ein Schwefelsalz erhalten.

Wesentlich anders stellen sich die Verhältnisse, wenn anstatt Pottasche eine entsprechende Quantität Soda (am besten auf 1 Theil Schwefelcadmium 12 Theile trockne Soda und 12 Theile Schwefel) in die Schmelze eingeführt wird. In diesem Falle hinterbleibt bei der Behandlung der Schmelze mit Wasser ein gelbes Krystallpulver, das sich bei der mikroskopischen Betrachtung als ein gleichmäßi-

1) Annal. Chem. u. Pharm. Bd. 87, S. 43.

2) 0,249 Grm. gaben 0,220 Grm. Cadmiumoxyd.

ges Aggregat hellgelber, durchsichtiger, theils plattgedrückter Nadelchen, theils spiefsiger, bisweilen etwas breiterer Blättchen ausweist.

Die Reindarstellung dieser Substanz, die als nähere Bestandtheile Schwefelcadmium und Schwefelnatrium enthält, ist indeß mit kaum zu überwindenden Schwierigkeiten verbunden und es hat daher ihre Zusammensetzung nur auf indirectem Wege erschlossen werden können.

Es hat sich nämlich herausgestellt, daß das Schwefelnatrium-Schwefelcadmium bei der Berührung mit Wasser ziemlich leicht einen Theil des Schwefelnatriums, bei länger fortgesetztem Auswaschen sogar den ganzen Gehalt desselben verliert. Es war demnach, sollte die Verbindung unzersetzt erhalten werden, die Behandlung der Schmelze mit Wasser ausgeschlossen.

Wendet man nun anstatt Wassers ein Gemisch aus etwa gleichen Theilen Wasser und starkem Weingeist an, so erfährt zwar das Schwefelnatrium-Schwefelcadmium keine Zersetzung, aber es bleibt neben diesem ein Theil des schwefelsauren Natrons, das in der Schmelze in großer Menge enthalten ist, ungelöst zurück.

Es hat also ein Gemenge von Schwefelnatrium-Schwefelcadmium und schwefelsaurem Natron der Analyse unterworfen werden müssen. Da dasselbe durch Auswaschen mit verdünntem Weingeist von der anhaftenden Schwefelnatriumlauge und darauf durch Erhitzen im Wasserstoffstrome von jeder Spur Wasser befreit worden war, so konnte aus dem Verlust der Analyse, der allein in Sauerstoff bestand, die Menge des schwefelsauren Natrons berechnet und nach Abzug desselben die Zusammensetzung des Schwefelnatrium-Schwefelcadmiums indirect ermittelt werden.

Die erhaltenen Resultate waren folgende:

- 1) 0,288 Grm. gaben 0,160 Grm. schwefelsaures Natron und 0,128 Grm. Cadmiumoxyd.
- 2) 0,200 Grm., mit Salpeter und Kali geschmolzen, gaben 0,370 Grm. schwefelsauren Baryt.

Aus diesen Zahlen ergibt sich für das untersuchte Gemenge folgende procentische Zusammensetzung:

18,00	Proc.	Natrium
38,88	"	Cadmium
25,00	"	Schwefel
81,88		
18,12	"	Sauerstoff (aus der Differenz)
100,00.		

Gefunden: 18,00 Proc. Na 38,88 Proc. Cd 25,00 Proc. S 18,12 Proc. O.
 davon ab
 für Na_2SO_4 : 13,02 " " 9,06 " " 18,12 " "
 Rest: 4,98 Proc. Na 38,88 Proc. Cd 15,94 Proc. S.

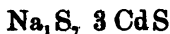
Dieser Rest, auf 100 Theile verrechnet, giebt folgende Zahlen:

8,33	Proc.	Natrium
65,02	"	Cadmium
26,65	"	Schwefel
100,00.		

Das durch diese Zahlen ausgedrückte relative Atomverhältniß ist nahezu:

Na	Cd	S
2	: 3	: 4

woraus sich die rationelle Formel



ableitet. Dieser entsprechen genau folgende Zahlen:

	Berechnet:	Gefunden:
$\text{Na}_2 = 46$	9,02 Proc.	8,33
$\text{Cd}_3 = 336$	65,88 "	65,02
$\text{S}_4 = 128$	25,10 "	26,65
510	100,00.	

Wenn die Analyse etwa $1\frac{1}{2}$ Proc. Schwefel mehr, dagegen $\frac{1}{4}$ Proc. Natrium und Cadmium weniger ergeben hat, als die Formel erfordert, so erklärt sich dies wohl daraus, daß aus der Schwefelnatriumhaltigen Lauge bei der Berührung mit der Luft leicht etwas Schwefel ausgeschieden

wird, der sich dem unlöslichen Rest beimengt. Mit Rücksicht hierauf dürften der Annahme der Formel Na_2S , 3 CdS gegründete Bedenken nicht entgegenstehen.

Bezüglich der Eigenschaften des Schwefelnatrium-Schwefelcadmiums wäre dem im Vorstehenden darüber Gesagten nur etwa noch hinzuzufügen, daß die Verbindung, namentlich im feuchten Zustande, zur Aufnahme von Sauerstoff aus der Atmosphäre — unter Bildung von unterschwefligsaurem Natron — ziemlich geneigt ist und daß sie im Wasserstoffstrome stark erhitzt werden kann, ohne eine Zersetzung zu erfahren.

In der nächsten Abhandlung, die alsbald folgen wird, sollen zwei Schwefelsalze des Indiums beschrieben werden.
Berlin, im Mai 1873.

**X. Ueber Aenderungen der elektromotorischen Kraft galvanischer Combinationen durch die Wärme;
von Dr. August Voller in Hamburg.**

(Auszug aus der Inauguraldissertation des Verfassers.)

Das vorwaltende Streben der neueren physikalischen Forschung ist im Wesentlichen darauf gerichtet, diejenigen Beziehungen kennen zu lernen, welche zwischen den, den verschiedenartigen Erscheinungsgebieten angehörigen Kraftwirkungen stattfinden. Der groſe Gedanke, welcher diesem Streben zu Grunde liegt, ist die Vorstellung, daß alle die verschiedenen Naturkräfte, welche als die Ursachen der Erscheinungen betrachtet werden, nicht wesens verschieden seyen, daß sie vielmehr nur als äquivalente Wirkungs-

formen Einer Kraft betrachtet werden dürfen und daß die Verschiedenheit der Erscheinungen lediglich durch die Verschiedenheit der erzeugten Bewegungsform, — sey es molarer, sey es molecularer Massen — bedingt sey. In diesem Sinne ist die mechanische Wärmetheorie der Mittelpunkt der gesammten physikalischen Forschung geworden.

Niemand zweifelt gegenwärtig mehr daran, daß Schall, Wärme und Licht betrachtet werden müssen als mechanisch äquivalente und ineinander überführbare Arten von Bewegungen. Für die Elektrizitätslehre jedoch ist die analoge Vorstellung noch keineswegs leicht und allgemein durchführbar, obgleich eine Reihe von Thatsachen ans Licht gebracht worden sind, welche eine innige Wechselwirkung zwischen verschwindender Wärme und entstehender elektrischer Kraft, und umgekehrt, ausdrücken. In dieser Beziehung genügt es, an die Arbeiten von Joule, A. Favre, Clausius, Edlund und Andere zu erinnern. Die von Clausius und Edlund gegebene Erklärung des Peltier'schen Phänomens zeigt, daß dasselbe eine nothwendige Folgerung ist, wenn man einerseits die Thesis einer Aequivalenz von Wärme und Elektrizität, andererseits diejenige des Vorhandenseyns einer *elektromotorischen Kraft* an der Berührungsstelle heterogener Körper zu Grunde legt. Diese letztere sogenannte Kraft ist dann nichts anderes, als die Differenz der Potentiale der freien Elektrizitäten in der Nähe der Contactstelle der heterogenen Körper. Sie ist somit weniger eine selbstständige Kraft, d. h. eine besondere Bewegungsform, als vielmehr nur eine durch die Verschiedenheit der physikalischen Verhältnisse der Körper bedingte *Tendenz* zur Umänderung der vorhandenen Bewegungsform, und ihre Leistung ist nur eine transformirende, insofern sie eben nur in einer Veränderung der Wirkungsform der Kraft besteht, deren Quantität weder vermehrt noch vermindert wird.

Ist diese Schlußfolgerung richtig, so liegt es nahe zu vermuthen, daß jede Aenderung des physikalischen Gesamtzustandes zweier sich berührender Körper eine Ver-

änderung der durch den Contact bedingten elektromotorischen Kraft zur Folge haben wird. Wie sehr dieß in der That der Fall ist, wenn z. B. die Temperatur der Berührungsstelle zweier Metalle verändert wird, ist bekannt; aber um so auffallender erscheint es, daß nach mehrfacher Annahme eine analoge Wirkung aus gleicher Ursache bei der Erzeugung elektrischer Ströme durch den Contact heterogener Körper in Volta'schen Elementen nicht eintreten soll. Es ist eine häufig gemachte Voraussetzung, daß die elektromotorischen Kräfte galvanischer Combinationen unabhängig seyen von der Temperatur, welche die Körper, durch deren Contact sie entstehen, besitzen, und man kannte einige Beobachtungen, welche diese Voraussetzung zu bestätigen schienen. So hatte u. A. Poggendorff¹⁾ einen Versuch publicirt, wonach sich die bei gleicher Temperatur gleichgefundenen Stromstärken zweier Daniell'schen Elemente nicht änderten, wenn das eine derselben erwärmt wurde, und nach Wiedemann kam Petruschefsky²⁾ zu dem nämlichen Resultate. Diese gelegentlichen Versuche konnten indeß die Frage nicht entscheiden, denn beide Physiker wandten eine Methode an, durch welche nicht die elektromotorische Kraft selbst, sondern nur die Stromstärke bestimmt wird, welche letztere wesentlich durch den mit der Temperatur veränderlichen inneren Widerstand der Elektromotoren modificirt wird.

Péclet³⁾, der bei seinen Versuchen über die Spannung der statischen Elektricität, welche beim Contacte heterogener Körper auftritt, dem Gegenstande seine Aufmerksamkeit zuwandte, glaubte ebenfalls zu dem Schlusse kommen zu müssen, daß die Größe dieser Spannung, welche der elektromotorischen Kraft direct proportional ist, keine Aenderung erleide, wenn die Temperatur der Körper sich ändere.

1) Diese Annalen Bd. 50, S. 264.

2) Lehre v. Galv. u. Elektromagn. 2. Aufl. I. S. 410.

3) *Ann. de chim. et phys. sér. III, T. 2, p. 233.*

Einer genaueren Beantwortung der Frage vermittelt der exacteren Methoden, welche heute der Wissenschaft zu Gebote stehen, sind in neuerer Zeit namentlich Lindig¹⁾ und Bleekrode²⁾ nahegetreten. Beide Physiker benutzten im Wesentlichen, nach Faraday's Vorgange, die Erwägung, daß zwei vollkommen homogene Elektroden in einer vollkommen homogenen Flüssigkeit keinen elektrischen Strom hervorrufen können, so lange die physikalischen Verhältnisse, unter denen sie sich befinden, für beide die nämlichen sind, daß aber ein Strom entstehen muß, wenn diese Verhältnisse, z. B. die Temperatur, an der einen der beiden Elektroden, sich ändern, und wenn zugleich diese Veränderung eine Veränderung der elektromotorischen Kraft bedingt. Die Versuche beider Beobachter constatiren in der That das Vorhandenseyn eines Einflusses der Temperatur auf die Größen der elektromotorischen Kräfte; dieser Einfluß kann bald eine Vermehrung, bald eine Verminderung der elektromotorischen Kräfte herbeiführen.

Außer einer Notiz von Wiedemann³⁾ über einige Beobachtungen von Crova aus dem Jahre 1869, nach welchen die elektromotorischen Kraftsummen einer Daniell'schen Kette mit steigender Temperatur abnehmen soll, sind dem Verfasser keine neueren Publicationen über den Gegenstand bekannt geworden. Es schien daher nicht ohne Interesse zu seyn, auch das Verhalten solcher galvanischer Combinationen, in welchen durch eine Summe elektromotorischer Kräfte ein constanter Strom erzeugt wird, mit Hülfe einer genauen Methode zu prüfen.

Der Verfasser hat zu diesem Zwecke eine Anzahl von Versuchen angestellt, deren Resultate hier kurz mitgetheilt werden sollen. In Bezug auf die benutzte Methode der Bestimmung möge die Angabe genügen, daß als solche die von Poggendorff begründete und später mehrfach

1) Diese Annalen Bd. 123, S. 1.

2) Diese Annalen Bd. 138, S. 571.

3) l. c. S. 410.

modificirte sogenannte Compensationsmethode gewählt wurde. Es ist bekannt, daß die Messung der elektromotorischen Kräfte hierbei unabhängig von irgend einer Stromstärkemessung stattfindet, daß vielmehr nach dieser Methode die elektromotorischen Kräfte zweier Motoren ihrem Verhältnisse nach gemessen werden durch das mit großer Genauigkeit zu ermittelnde Verhältniß der galvanischen Leitungswiderstände der beiden resp. Stromsysteme im Momente der Compensation dieser beiden Ströme. Die größte Aufmerksamkeit bei der Anwendung dieser Methode ist daher auf die genaue Beobachtung des Compensationspunktes, auf die Herstellung constanter Rheostatenwiderstände und deren sorgfältige Messung, auf die Vermeidung von Ungleichheit des Widerstandes derjenigen Punkte der Stromsysteme, an welchen Aus- und Einschaltungen stattfinden (was am sichersten durch Quecksilberschluß erreicht wird), auf die möglichste Verhütung des Entstehens von Thermoströmen usw. zu richten; der Verfasser hat sich bemüht, diesen Erfordernissen soviel ihm möglich war zu genügen.

Die Versuche erstreckten sich zum Theil auf die Veränderungen der Gesamtkraft der Combinationen, welche durch die Erwärmung der ganzen Elemente hervorgerufen wurden, zum Theil auch direct auf die Veränderungen der Partialkräfte, welche in den Elementen, die aus mehreren Gläsern gebildet waren, bei der Erwärmung der einzelnen Contactstellen eintraten. Aus den erlangten Resultaten lassen sich im Allgemeinen folgende Schlüsse ziehen.

Eine Temperaturerhöhung (stets innerhalb des Intervalles 0° bis 100°) bewirkt:

a) *Vermehrung* folgender elektromotorischen Kräfte:

$\text{Zn} / \text{H}_2\text{SO}_4$, um etwa 0,05; unterhalb des Siedepunktes scheint ein Maximum vorhanden zu seyn.

C / HNO_3 , nicht sehr bedeutend.

Pt / HNO_3 , mindestens gleich derjenigen, welche $\text{Zn} / \text{H}_2\text{SO}_4$ erleidet,

Cu / NaCl , bedeutend und continuirlich, bis 78° um 0,17 desjenigen Werthes, den sie bis 21° hatte.

b) *Verminderung* folgender elektromotorischen Kräfte:

$\text{Zn} / \text{ZnSO}_4$, continuirlich; bis 90° um etwa 0,08 ihres Anfangswerthes bei 28° .

Zn / NaCl , continuirlich, und von ähnlicher Grösse wie bei $\text{Zu} / \text{ZuSO}_4$.

$\text{Cu} / \text{CuSO}_4$, sehr bedeutend, bis 91° um 0,43 des Anfangswerthes bei 22° .

$\text{Cu} / \text{ZnSO}_4$, sehr bedeutend, bis 80° um 0,33 des Anfangswerthes bei 25° .

Aus diesen Zahlen scheint sich zu ergeben:

- 1) Dafs die an der Contactstelle von Metallen und Flüssigkeiten stattfindende elektromotorische Kraft von der Temperatur dieser Körper in merklicher Weise beeinflusst wird.
- 2) Dafs für gewisse im Contact befindliche Körper bei einer bestimmten Temperatur ein Maximum oder Minimum der elektromotorischen Kraft stattfindet.
- 3) Dafs die chemische Natur der sich berührenden Körper nicht ausschliesslich das Eintreten einer Vermehrung resp. Verminderung der elektromotorischen Kraft bedingt. Immerhin ist es bemerkenswerth, dafs die Flüssigkeiten, deren im Contact mit Kupfer oder Zink auftretende elektromotorische Kräfte durch Temperaturerhöhung vermindert werden, neutrale Salzlösungen sind, während diejenigen Flüssigkeiten, deren elektromotorische Kräfte gegen Metalle mit der Temperatur wachsen, Säuren sind. Hiervon macht jedoch die Contactstelle Cu / NaCl eine Ausnahme.

XI. Ueber die Spectra der Cometen; von H. Vogel.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus den Astron. Nachr. No. 1908.)

Die spectralanalytische Untersuchung des von Cometen ausgehenden Lichtes hat bis jetzt nur an lichtschwachen Cometen angestellt werden können, dennoch sind die aus den Beobachtungen gezogenen Schlüsse geeignet gewesen, unseren Gesichtskreis über die Natur dieser Weltkörper nicht unbeträchtlich zu erweitern. Die Spectra aller bisher untersuchten Cometen bestanden aus wenigen hellen Linien, oder besser lichten Streifen, und einem meist sehr schwachen continuirlichen Spectrum. Der Haupttheil des von Cometen ausgehenden Lichtes scheint demnach eigenes, wahrscheinlich von einem glühenden Gase herrührend, zu seyn, während der andere Theil reflectirtes Sonnenlicht ist.

Zu den hellsten Cometen, die, seit Anwendung der Spectralanalyse in der Astronomie, erschienen sind, ist der Brorsen'sche (I. 1868) und der Winnecke'sche (II. 1868) zu rechnen. Das Spectrum des Ersteren bestand aus drei lichten Streifen, deren Lage mit möglichster Genauigkeit von Huggins zu bestimmen versucht wurde, eine Coincidenz mit den Spectrallinien irdischer Stoffe konnte *nicht* nachgewiesen werden. Etwas abweichend war das Spectrum des Winnecke'schen Cometen, welches ebenfalls von Huggins näher untersucht worden ist, auch dieses Spectrum bestand (abgesehen von dem stets mehr oder weniger intensiv auftretenden continuirlichen Spectrum) aus drei Streifen, die nach dem rothen Ende des Spectrums scharf begränzt, nach dem violetten Ende verwaschen erschienen. Eine Vergleichung des Cometenspectrums mit dem Spectrum des ölbildenden Gases liefs eine auffallende Aehnlichkeit beider Spectren erkennen und es gelang Huggins sogar eine Coincidenz der drei lichten Streifen

mit einiger Sicherheit nachzuweisen. Die darauf hin von demselben ausgesprochene Vermuthung, daß die diesen Cometen bildende Materie möglicherweise Kohlenwasserstoff sey, fand allgemeinen Beifall und wurde ohne Weiteres auch auf andere Cometen übertragen, so daß es seit dieser Zeit als eine ausgemachte Sache erscheint, daß die Cometen aus Kohlenwasserstoffen gebildet seyen ¹⁾. Ich werde nun im Folgenden eine Zusammenstellung aller mir bekannt gewordenen Beobachtungen über die Spectra von Cometen geben, aus welcher man ersehen wird, in wie weit man berechtigt ist, eine Annahme wie die erwähnte aufrecht zu erhalten:

- 1) Der erste Comet der spectralanalytisch untersucht worden ist, ist der Comet I. 1864. Nach Donati bestand das Spectrum desselben aus drei hellen Streifen, welche — wenn man nach der in Astr. Nachr. No. 1488 gegebenen Zeichnung schließsen darf — *nicht* mit denen des Kohlenwasserstoffspectrums übereinstimmen.
 - 2) Huggins und Secchi beobachteten den Tempel'schen Comet I. 1866 und fanden, daß derselbe ein schwaches continuirliches Spectrum giebt, in welchem Secchi ²⁾ *drei*, Huggins ³⁾ nur *eine* helle Linie sah. Die von beiden Beobachtern gesehene Linie war die glänzendste und lag in der Mitte zwischen *b* und *F* des Sonnenspectrums also: *keine* Coincidenz mit dem Kohlenwasserstoffspectrum.
 - 1) So wird z. B. in einer in den Astr. Nachr. (No. 1890 bis 1893) erschienenen Abhandlung von Hrn. Dr. Zenker S. 283 gesagt: „Vorläufig deuten die von Huggins, Secchi und Anderen gefundenen Spectren auf die Anwesenheit von Kohlenstoff oder Kohlenwasserstoffen (etwa Petroleum) in den Cometen“, und auf S. 297: „Die spectroscopische Zerlegung des unpolarisirten Lichtes der Cometen hat bisher hauptsächlich die Anwesenheit von *Kohlenwasserstoffen* in denselben dargethan“.
 - 2) *Sugli Spettri prismatici delle stelle fisse, Memoria del P. A. Secchi, p. 37.*
 - 3) *Proceedings R. S. Vol. XV., p. 5.*
- Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

- 3) Im Spectrum des Cometen II. 1867 war das continuirliche Spectrum verhältnißmäßig so stark, daß es Huggins¹⁾ schwer wurde, die hellen Linien zu sehen; er sagt: „*Once or twice I suspected the presence of two or three bright lines, but of this observation I was not certain. The prismatic observation of this faint object, though imperfect, appears to show that this small comet is probably similar in physical structure to Comet I. 1866*“. In dem Falle wahrscheinlich wieder *kein* Kohlenwasserstoff.
- 4) Brorsen's Comet I. 1868 ist sowohl von Huggins²⁾, als auch von Secchi³⁾ genauer beobachtet worden. Von beiden Beobachtern wurden drei Lichtzonen gesehen, von denen die lebhafteste die mittlere war, sie ist im Grün gelegen, und ihre hellste Stelle ist etwas weniger brechbar als die hellste Linie des Luftspectrums (Wellenlänge = 500,3 Mill. Millim.). Aus dieser Beobachtung und der Bestimmung der Lage der beiden anderen, schwächeren Lichtstreifen geht hervor, daß das Cometenspectrum *weder* mit dem des *Stickstoffs*, *noch* mit dem *Kohlenwasserstoffspectrum* Aehnlichkeit hat.
- 5) Winnecke's Comet II. 1868 ebenfalls von Huggins⁴⁾ und Secchi⁵⁾ beobachtet. Die Messungen und directen Vergleichen von Huggins ergaben eine Uebereinstimmung des Cometenspectrums mit dem des Kohlenstoffs in ölbildendem Gas. Aus Secchi's Messungen folgt, daß der Anfang des nach dem rothen Ende schärfer begränzten mittleren Streifens des Cometenspectrums nahe mit der Liniengruppe *b* des Sonnenspectrums zusammenfällt, an wel-

1) *Monthly Notices R. A. S. XXVII., p. 288.*

2) *Proceedings R. S. Vol. XVI., p. 387.*

3) *Sugli Spettri prismatici delle stelle fisse, Memoria secunda, p. 21.*

4) *Phil. Trans. 1868. p. 529.*

5) *A. a. O. p. 23.*

cher Stelle ebenfalls der Anfang des mittleren Streifens im Spectrum der Kohlenwasserstoffe gelegen ist.

- 6) Comet I. 1870 von Wolf und Rayet¹⁾ untersucht; das Spectrum bestand aus drei hellen Streifen, deren Lage aber nicht genauer von den Beobachtern angegeben worden ist.
- 7) Comet I. 1871 von Huggins²⁾ und von mir³⁾ untersucht. Huggins konnte drei, ich nur zwei Streifen erkennen. Die Messungen des hellsten, von den gemeinsam beobachteten Streifen, stimmen gut überein; das Spectrum scheint mit dem des Brorsen'schen Cometen identisch zu seyn.
- 8) Comet III. 1871 (Encke) von Huggins⁴⁾ an drei Tagen, von Young⁵⁾ an vier und von mir⁶⁾ an sechs Tagen untersucht, zeigte wie gewöhnlich ein Spectrum aus drei Streifen bestehend. Huggins vermuthete die Uebereinstimmung mit dem Spectrum des Kohlenwasserstoffs, während die Beobachtungen und Messungen von Young und mir *kein* Zusammenfallen mit den lichten Bändern des Kohlenwasserstoffes andeuten.
- 9) Comet IV. 1871 (Tuttle) nur von mir⁷⁾, zeigte ein aus drei lichten Streifen bestehendes Spectrum. Die genauen Messungen der Lage dieser Streifen, ergab *keine* Coincidenz mit dem Kohlenwasserstoffspectrum.

Von den neun bisher spectroscopisch untersuchten Cometen, liegen bei einem (I. 1870) keine Beobachtungen vor, aus denen man ersehen könnte, welche Lage die hellen Linien gehabt haben. Von den übrigbleibenden acht Co-

- 1) *Comptes Rendus* Juli 1870.
- 2) *Proceedings R. S.* Vol. XIX., p. 490.
- 3) Beobachtungen, angestellt auf der Sternwarte zu Bothkamp. Heft I. S. 60.
- 4) *Proceedings R. S.* Vol. XX., p. 130
- 5) *American Journal of Science*, Februar 1872.
- 6) Bothkamper Beobachtungen S. 60 und 61.
- 7) Bothkamper Beobachtungen S. 62 und 63.

meten zeigen die Spectra von fünf (1, 2, 4, 7 und 9) sicher *keine* Uebereinstimmung mit dem Kohlenwasserstoffspectrum. Bei dem Cometen II. 1867 liegt die Vermuthung vor, daß sein Spectrum auch ähnlich dem der ebengenannten sey, bei dem Encke'schen Cometen III. 1871 bleibt es ungewiß zu welcher Classe er zu zählen ist, da nach Huggins eine Uebereinstimmung mit dem Kohlenwasserstoffspectrum stattgefunden hat, die Beobachtungen von Young und mir dagegen keine Coincidenz vermuthen lassen. Es bleibt demnach nur der *eine* Comet II. 1868 übrig, bei welchem die Beobachtungen von Huggins und Secchi für die Wahrscheinlichkeit des Zusammenfallens der Streifen im Cometenspectrum mit denen in den Spectren flüchtiger Kohlenwasserstoffe sprechen.

Nach dem Mitgetheilten dürfte die Vermuthung, daß die Cometen aus Kohlenwasserstoff bestehen, wohl etwas fraglich werden, und sollte man sich meines Erachtens damit begnügen, aus den bis jetzt angestellten spectralanalytischen Untersuchungen — die eben noch sehr unsicher sind — zu folgern, daß ein Theil des von den Cometen ausgesandten Lichtes eigenes Licht sey, was höchst wahrscheinlich glühenden Gasen zuzuschreiben seyn wird. Vielleicht gelingt es bei einem helleren Cometen Näheres über die Constitution dieser Himmelskörper zu erforschen, doch wird es, meiner Meinung nach, große Schwierigkeiten bieten, die in den Cometen glühenden Gase, durch Vergleichung der Spectren mit den in Geißler'schen Röhren durch den elektrischen Funken zum Leuchten gebrachten Gasen zu bestimmen, da jedenfalls in dem Inneren des Cometen Druck- und Temperaturverhältnisse herrschen, die uns auch nur im Entferntesten nachzuahmen unmöglich seyn werden, und durch welche, wie wir wissen, das Spectrum starken Modificationen unterworfen ist.

Ich kann nicht umhin bei dieser Gelegenheit auf die oben erwähnte Abhandlung des Hrn. Dr. Zenker ¹⁾ zurückzukommen und — ohne näher auf die dort aufgestell-

1) Astr. Nachr. No. 1890 bis 93.

ten Hypothesen über die Natur der Cometen einzugehen — noch einige Worte nur über das was die *Spectralanalyse* speciell betrifft, hinzuzufügen. Die oben citirten Stellen, daß die spectroscopische Zerlegung des Cometenlichtes bisher „hauptsächlich die Anwesenheit von Kohlenwasserstoffen dargethan hat“ ist, glaube ich, durch das Vorhergehende als nicht richtig nachgewiesen. Auf Seite 297 heist es weiter: „nur in dem Spectrum des Brorsen'schen Cometen will Huggins die helle Linie des Stickstoffs erkannt haben“. Diese Angabe ist irrig. Hr Dr. Zenker führt als Beleg des Gesagten eine Stelle des „Naturforscher“ (Bd. I. S. 264) an; der darauf bezügliche Satz lautet aber wörtlich: „... es ergab sich, daß der helle Streifen, der im Grün des Spectrums lag, *fast* dieselbe Lage hat, wie die hellste Linie der Nebelflecke, die bekanntlich mit der Doppellinie des Stickstoffs zusammenfällt; doch ist der Streifen im Cometenspectrum ein klein wenig nach dem *rothen* Ende hin verschoben. Man könnte hier zwar daran denken, daß die Verschiebung des Streifens im Spectrum von der Bewegung herrühre, aber Huggins weist nach, daß, da während der Beobachtung der Comet sich der Erde genährt hat,“... sich eine Verschiebung nach dem *violetten* Ende ergeben müsse. Huggins eigene Worte ¹⁾ sind damit übereinstimmend; von einer Beobachtung der Stickstofflinie im Cometenspectrum ist *nichts* erwähnt. — Früher hat Huggins, bei den Beobachtungen des Cometen I. 1866 ²⁾ einmal die Vermuthung ausgesprochen, daß die diesen Cometen bildende Materie möglicherweise Stickstoff sey, da ihm (wie oben angeführt) das Cometenspectrum nur aus *einem* lichten Streifen zu bestehen schien, welcher sehr nahe mit der hellsten Stickstofflinie zusammenfiel. Diese Ansicht ist aber schon dadurch widerlegt, daß Secchi im Spectrum desselben Cometen *drei* lichte Streifen beobachten konnte, die beiden schwächeren Streifen aber keine Coincidenz mit anderen Linien des

1) *Proceedings R. S. Vol. XVI. p. 388.*

2) *Proceedings R. S. Vol. XV. p. 5.*

Stickstoffspectrum zeigten. Die genauen Messungen die Huggins später bei dem lichtstärkeren Brorsen'schen Cometen ausführen konnte, sind gerade deshalb von Interesse, weil durch sie außer Zweifel gesetzt ist, daß *kein* Zusammenhang zwischen dem Spectrum des Stickstoffs und dem des Cometen besteht.

Hr. Dr. Zenker macht weiter den Schluss, daß Wasserdampf in den Cometen seyn müsse, und zwar aus dem Grunde, weil ihre Farbe nach Schmidt eine gelbröthliche sey, und Sonnenstrahlen, wenn sie durch eine große Schicht Wasserdampf hindurchgehen, eine ähnliche Färbung annehmen ¹⁾. Abgesehen davon, daß ein solcher Schluss in sofern unmotivirt ist, als das Sonnenlicht auch beim Durchgang durch andere Dämpfe und nicht allein durch Wasserdampf eine gelblich-röthliche Färbung annehmen könnte, möchte ich bemerken, daß das eigene Licht, da es nach den spectralanalytischen Beobachtungen meist intensiver auftritt als das reflectirte, für die Farbe des Cometen maßgebend seyn muß. Den Beobachtungen zufolge würde man zu erwarten haben, daß das Gesamtbild der Cometen von grünlicher oder grünlich-blauer Färbung sey, da alle Spectra der bisher beobachteten Cometen, wie wir oben gesehen haben, aus zwei oder drei lichten Bändern bestanden, von denen das eine im Gelb, das zweite, lichtstärkste im Grün und das schwächste im Anfang des Blau gelegen ist. Von dem meist sehr schwachen continuirlichen Spectrum, das außer diesen lichten Streifen noch beobachtet wurde, ist nur der hellste Theil — Gelb, Grün und der Anfang des Blau — zu sehen; das Gesamtbild wird demnach, auch bei gleichzeitigem Auftreten eines schwachen continuirlichen Spectrums, immer noch grünlich gefärbt er-

- 1) Die betreffende Stelle Astr. Nachr. No. 297 heißt: „Für die Anwesenheit des Wassers in den Cometendämpfen spricht auch die von Jul. Schmidt mehrfach hervorgehobene Bemerkung, daß das Gesamtbild der Cometen nicht weiß, sondern gelbröthlich erscheint, bekanntlich die Farbe, welche das Sonnenlicht beim Durchgang durch eine große Schicht atmosphärischen Wasserdampfs annimmt“.

scheinen. Farbenangaben über Cometen sind übrigens nicht nur von Schmidt, sondern mehrfach von anderen Beobachtern gegeben worden. Z. B. hatte der Kopf des Cometen 1811 nach W. Herschel eine grünliche oder bläulich-grüne Färbung, der Kern war schwach röthlich. Die Farbe des Halley'schen Cometen bei seiner Wiederkehr 1825 ist eine bläulich-grüne gewesen, wie die Abbildungen von W. Struve bekunden. Winnecke sagt über die Farbe des Cometen von 1862: „Die Farbe der Ausströmung erscheint mir gelblich, die Coma hat bläuliches Licht.“

Was endlich die Nothwendigkeit betrifft mit der Hr. Dr. Zenker zu dem Satze gelangt: „Dafs jedes dem Sonnengebiet angehörende Gas, welches auch immer seine Temperatur sey, sobald es nur überhaupt auf dem dunklen Grunde des Himmelsgewölbes sichtbar ist, in denjenigen Linien des Spectrums erscheinen mufs, welche es seiner Natur nach aus dem Sonnenlichte absorbirt“¹⁾, so erlaube ich mir zu bemerken, dafs ich von derselben nicht ganz überzeugt bin, da die in dem Satze ausgesprochene Behauptung bis jetzt noch einer genügenden experimentellen Grundlage entbehrt. Mit Hülfe dieses Satzes aber, und dadurch das Linienspectrum eines Nebels erklären zu wollen, dafs der Nebel von einem in „naher Nachbarschaft“ gelegenen Fixstern beschienen werde, ist schon deshalb mifßlich, weil es zu den seltensten Fällen gehört, dafs *helle* Sterne in solcher Nähe von Nebelflecken (besonders den planetarischen, welche vorzüglich das Gasspectrum zeigen) gelegen sind, dafs man an einen physischen Zusammenhang zwischen ihnen und den Nebeln denken könnte.

Zu vorstehenden Bemerkungen fand ich in dem Umstande Veranlassung, dafs man in neuerer Zeit, bei Speculationen über die Constitution des Weltalls, den Werth der sinnlichen Wahrnehmungen, auf die sich diese Speculationen stützen sollen, vielfach überschätzt. Die Grund-

1) A. a. O. p. 296.

lagen auf denen das Gebäude einer Hypothese sich erheben soll, müssen vor allen Dingen feste seyn, und Beobachtungen, welche nicht genügend bestätigt oder von ihren Urhebern selbst als unsicher bezeichnet worden sind, sollten vorläufig unberücksichtigt gelassen werden, sofern man beabsichtigt, daß die Hypothese anregend und fördernd auf den Gang der wissenschaftlichen Forschung einwirke.
Bothkamp, September 1872.

XII. *Bedenken gegen die Zöllner'sche Erklärung der Sonnenflecke und Protuberanzen; von Th. Reye in Straßburg i. E.*

Die Zöllner'schen Ansichten über die Beschaffenheit der Sonne haben, namentlich auch durch populäre Zeitschriften, eine so große Verbreitung gefunden, daß eine kurze Erörterung ihrer wissenschaftlichen Begründung nicht unzeitgemäß seyn dürfte.

Hrn. Zöllner zufolge wird der von einer glühenden Atmosphäre umgebene Sonnenkörper begrenzt von einer feurig flüssigen Oberflächenschicht. Die eruptiven Protuberanzen sind Gasmassen, welche aus blasenförmigen Hohlräumen im Innern der Sonne hervorbrechen, die Oberflächenschicht zerreißend. Die Sonnenflecke sind Schlackenmassen, welche durch locale Abkühlung in der feurigen Flüssigkeit entstehen und als ungeheure Schollen auf ihr treiben. Durch die Rotation wird das Aufsteigen der Sonnenatmosphäre in der Nähe des Aequators und das Niedersinken der oben abgekühlten Luftmassen an den Polen begünstigt; die folglich von kälterer Luft umspülten Sonnenpole mußten sich stärker abkühlen als der Aequator, und in Folge dieser Abkühlung verstärkten sich die

Polarströme in den untersten Schichten der Atmosphäre. Diese zum Aequator strömende Luft aber hat in den niederen heliographischen Breiten nicht dieselbe Rotationsgeschwindigkeit, wie die von ihr berührte Oberflächenschicht; durch Reibung wird deshalb ihre eigene Rotationsgeschwindigkeit vergrößert und diejenige dieser feurig-flüssigen Schicht verkleinert, so daß Driftströmungen in letzterer entstehen. Diese Strömungen laufen der Drehbewegung der Sonne entgegen, und verursachen die Ungleichheiten, welche bei der Rotationsgeschwindigkeit der (in ihnen treibenden) Sonnenflecke beobachtet werden. Wären die Flecke von wolkenartiger Beschaffenheit, so müßten sie in Folge dieser ungleichen Rotationsgeschwindigkeit sich rasch in Streifen parallel dem Aequator auseinanderziehen.

Die Grundzüge der Zöllner'schen Ansichten über die Sonne glaube ich im Vorstehenden so gut, als es mit wenigen Sätzen möglich ist, wiedergegeben zu haben. Gegen diese Ansichten habe ich vor mehr als einem Jahre in meinem Buche über „Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen“ folgende Bedenken erhoben und begründet:

1. Hrn. Zöllner's einziger Einwand ¹⁾ gegen die von Galilei, Kirchhoff und Spörer angenommene wolkenartige Beschaffenheit der Sonnenflecke, daß nämlich eine Streifenbildung bei den einzelnen Flecken nicht wahrgenommen werde, beruht auf einem groben Rechenfehler; es werden nämlich Bogenminuten mit Graden verwechselt. (s. Wirbelstürme S. 177). Hr. Zöllner giebt in seiner neuesten Schrift ²⁾ diesen Irrthum zu, ohne jedoch für seine Verwerfung der Galilei'schen Auffassung andere Gründe beizubringen.

2. Die Annahme einer feurig-flüssigen Oberflächenschicht der Sonne, aus welcher die eruptiven Protuberanzen hervorbrechen, ist keineswegs, wie Hr. Zöllner be-

1) Zöllner, Rotationsgesetz der Sonne etc. in den Berichten d. Kgl. Sächs. Gesellsch. d. Wissenschaften, 1871, S. 92.

2) Zöllner, Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne, 2. Abhandl. ebend. 1873, S. 27.

hauptet¹⁾, zur Erklärung dieser Protuberanzen nothwendig; vielmehr können letztere, wie ich nachgewiesen habe, in der Sonnenatmosphäre selbst durch den bloßen Auftrieb stark erhitzter Gase entstehen (vgl. „Wirbelst.“ S. 169 u. 232 bis 234). Jene Zöllner'sche Annahme ist geradezu unzureichend zur Erklärung derjenigen von Lockyer beobachteten Protuberanzen, in denen die Geschwindigkeit der aufsteigenden Gase oben gröfser ist als unten („Wirbelst.“ S. 168, 169).

Die feurig-flüssige Oberflächenschicht ist Hr. Zöllner für seine Schlackentheorie der Sonnenflecke schlechthin unentbehrlich; der einzige anderweitige Grund aber, den er für die Existenz dieser Schicht angiebt (nämlich, daß sie nothwendig sey zur Erklärung gewisser Protuberanzen), ist aus dem eben Gesagten hinfällig.

3. Die Sonnenflecke können nicht, wie Hr. Zöllner annimmt, schlackenartige Massen seyn, welche als ungeheure Schollen auf einer feurigen Flüssigkeit schwimmen; denn sie befinden sich in verschiedenen Höhen und es ist sogar wiederholt ein Uebereinandergreifen derselben beobachtet worden („Wirbelst.“ S. 175).

4. Bei der ungeheuren Wärmemenge, welche ein Fleck an seiner unteren Fläche fortwährend absorbirt, kann derselbe unmöglich monatelang als Schlackenscholle bestehen, ohne zu schmelzen oder sich zu verflüchtigen („Wirbelst.“ S. 177 bis 178). Zöllner's Vergleich solcher Schlacken mit den Eisdecken unserer Seen („Rotationsgesetz“ S. 104) dürfte nur dann passen, wenn die Schlacken unglaublicher Weise alle von unten ihnen zuströmende Sonnenwärme reflectirten.

5. Da die Sonne an ihren Polen wesentlich kälter ist als am Aequator, so müßten, wenn die Zöllner'sche Schlackentheorie richtig wäre, die meisten Flecke in der Nähe der Sonnenpole auftreten; in Wirklichkeit aber kommen sie

1) Zöllner, Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne, 1. Abhandl. ebend. 1870, S. 115 u. 116, sowie Zöllner, Rotationsgesetz der Sonne etc. 1871, S. 99.

dort gar nicht vor („Wirbelst.“ S. 176 und 183). Hr. Zöllner behauptet („Rotationsgesetz“ S. 100), daß in den Polarzonen wolkenartige Trübungen der Sonnenatmosphäre eintreten, welche die Strahlung und damit zugleich die Abkühlung der Oberflächenschicht so sehr vermindern, daß daselbst keine Schlacken sich bilden können; bislang aber ist von derartigen Trübungen nicht das Geringste wahrgenommen worden.

6. Hrn. Zöllner's Beweis ¹⁾, daß die Luftcirculation in der Sonnenatmosphäre und damit die Abkühlung der Sonnenpole schon in Folge der Rotation des Sonnenkörpers und der hohen Temperatur seiner Oberfläche eintreten müsse, ist falsch; diese Abkühlung ist vielmehr, wie schon Sir J. Herschel bemerkt, eine Folge der starken Absorption der Sonnenatmosphäre, welche am Aequator, weil sie dort höher ist als an den Polen, die Sonne mehr gegen rasche Abkühlung schützt („Wirbelst“ S. 181). Ich kann die Zöllner'sche Prämisse nicht zugeben, „daß die durch *Leitung* in der Atmosphäre erzeugten Temperaturunterschiede nur mit einem *labilen* Gleichgewicht der übereinander lagernden Luftschichten verträglich sind“; denn keineswegs haben, wie Hr. Zöllner weiter behauptet, die unteren Lufttheile allemal ein geringeres specifisches Gewicht als die oberen, welche unter kleinerem Druck sich befinden. Ebenso wenig kann ich zugeben, „daß bei einer rotirenden Kugel bloß deshalb weil am Aequator (in Folge der Centrifugalkraft) die Intensität der Schwere ein Minimum besitzt, hier ein Emporsteigen der von unten erwärmten Luft stattfinden muß“, wie Hr. Zöllner behauptet. Vielmehr wird die mitrotirende Atmosphäre am Aequator höher stehen als an den Polen und durch ihren Druck jenes Emporsteigen verhindern.

Gegen die umfangreiche Zöllner'sche Abhandlung „Ueber das Rotationsgesetz der Sonne etc.“ erhebe ich

1) Zöllner, Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken, ebend. 1870, S. 347 bis 348; vgl. „Rotationsgesetz“ S. 99.

folgendes principiellcs Bedenken, welches in meinem Buche nicht am richtigen Platze gewesen wäre.

7. Hr. Zöllner leitet seine Formel

$$\xi = \frac{A - B \sin^2 \varphi}{\cos \varphi}$$

für die angulare Rotationsgeschwindigkeit aus drei theoretischen Annahmen ab, von denen die erste („Rotationsgesetz“ S. 55) unbedingt verwerflich ist; alle Folgerungen, welche er zu Gunsten seiner Schlackentheorie aus jener Ableitung zieht, muß ich deshalb als werthlos erachten.

Es wurde schon oben angegeben, wie Hr. Zöllner sich die *Driftströme* seiner feurig-flüssigen Oberflächenschicht hervorgerufen denkt durch die über ihr hin dem Aequator zuströmende Luft. Durch die Reibung erhält diese Luft eine östliche Geschwindigkeits-Componente, welche für die Breite φ mit v bezeichnet wird; unter ihr gleitet der Parallelkreis φ mit einer größeren Rotationsgeschwindigkeit $v_1 \cos \varphi$ fort. Während nun die Luft sich dem Aequator um die Breitendifferenz $d\varphi$ nähert, wächst in Folge der Reibung v um dv , und zwar muß $-\frac{dv}{d\varphi}$ von der Differenz $(v_1 \cos \varphi - v)$ beider Geschwindigkeiten abhängig seyn. Statt dessen setzt Hr. Zöllner, seiner durch Nichts motivirten ersten Annahme gemäß, $-\frac{dv}{d\varphi}$ proportional der GröÙe $v_1 \sin \varphi$, in welcher v garnicht vorkommt, erhält also für seine Formel eine falsche Differentialgleichung. Ich kann deshalb jene obige Formel als eine theoretisch begründete nicht betrachten, will ihr dagegen, weil sie die Carrington'schen Fleckenbeobachtungen sehr gut darstellt, den Werth einer empirischen nicht absprechen.

Hr. Professor Zöllner hat mir in seiner neuesten Abhandlung, der zweiten „Ueber die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne“ (s. o.) die Ehre erwiesen, mein Buch über „Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen“ mit folgenden Worten zu citiren:

„Auf die in neuester Zeit von Reye und Faye aufgestellte Cyclonen-Theorie der Sonnenflecke hier näher einzugehen, glaube ich gegenwärtig verzichten zu können, nachdem bei der lebhaften Discussion dieser Anschauungen in der Pariser Akademie von P. Secchi und Tacchini die Widersprüche hervorgehoben sind, in welche diese Theorie mit einfachen Thatsachen der Beobachtung tritt.“

Mir ist in jener ganzen, umfangreichen Discussion keine einzige Bemerkung Secchi's oder Tacchini's aufgestossen, welche meinen Anschauungen widerspräche; ich muß deshalb Hrn. Zöllner ersuchen, diese angeblichen Widersprüche näher zu bezeichnen. Ich werde sogar nachweisen, daß die von P. Secchi, dem Hauptgegner Faye's, aufgestellte Erklärung der Sonnenflecke in sehr wesentlichen Punkten mit der meinigen übereinstimmt. Vor Allem aber muß ich gegen Hrn. Zöllner's Versuch, meine Ansichten mit denjenigen Faye's zusammen zu werfen, mich entschieden verwahren.

Mein ganzes Buch steht in geradem Gegensatze zu der Faye'schen Cyclonen-Theorie. Hr. Faye reproducirt eine von den älteren Erklärungen der Wirbelstürme, zu deren eingehenden Widerlegung ich einen besonderen Abschnitt verwende. Hr. Faye nimmt an, daß in den Wirbelstürmen die oberen Luftschichten mit Gewalt herabstrudeln, während ich auf Grund zahlreicher Beobachtungen und zuverlässig festgestellter Thatsachen den Beweis führe, daß in den irdischen Cyclonen ein starker *aufsteigender* Luftstrom herrscht. Als eine hervorragende Erscheinung bei den irdischen Cyclonen bezeichne ich wiederholt den dichten, schweren Wolkenteppich, welcher aus dem Wasserdampfe dieses aufsteigenden Stromes sich bildet, den Wirbel Hunderte von Seemeilen weit überdeckt und ununterbrochen strömenden Regen herabgießt; Hr. Faye scheint diese Thatsache ersten Ranges, die mit seiner Theorie im Widerspruch steht, nicht einmal zu kennen. Kurz es ist mir völlig unbegreiflich, wie Hr. Zöllner

von einer „von Reye und Faye aufgestellten Cyclonentheorie der Sonnenflecke“ reden kann. Denn daß ein so tugendhafter Critiker über mein Buch ein absprechendes Urtheil abgeben könnte ohne es gelesen zu haben, mag ich nicht annehmen.

Auf den Ruhm, wie die HH. Zöllner und Faye eine neue Theorie der Sonnenflecke aufgestellt zu haben, mache ich überhaupt keinen Anspruch. Ich schliesse mich einfach den Ansichten von Autoritäten wie Galilei, Kirchhoff und Spörer an, wonach die Sonnenflecke wolkenartige Verdichtungsproducte der Sonnenatmosphäre sind. Mit Rücksicht auf die neuerdings festgestellte Thatsache, daß die Flecke mit Dämpfen von Natrium, Calcium, Eisen, Magnesium und anderen Metallen erfüllt und von „metallischen“ eruptiven Protuberanzen umgeben sind, und in Erwägung, daß sie trotz der enormen Wärmemengen, die sie an ihrer der Sonne zugekehrten Seite fortwährend absorbiren, oft Wochen, ja Monate lang andauern ohne sich zu verflüchtigen, habe ich mir nur einen Zusatz zu jener 250 Jahre alten Auffassung der Flecke erlaubt, indem ich sagte („Wirbelst.“ S. 178):

„Die Sonnenflecke sind wolkenartige Verdichtungsproducte in den tieferen Regionen der Sonnenatmosphäre, welche sich ähnlich wie die grossen Wolken-schichten der irdischen Cyclonen *von unten her* erneuern.“

Unter beständiger Berücksichtigung des massenhaften Beobachtungs-Materials habe ich im Anschluß hieran erörtert: das Entstehen dieser Wolken durch Emporsteigen überhitzter Metaldämpfe und Gase, die Bildung der Penumbra, die sie umgebenden eruptiven Protuberanzen, die raschen Formänderungen und andere begleitende Erscheinungen, namentlich auch die öfter bei Sonnenflecken beobachteten Wirbelbewegungen.

Man vergleiche nun mit dieser Erklärung die folgende

- 1) Secchi, *Sur les protubérances et les taches solaires*; in den *Comptes Rendus* vom 3. Febr. 1873, T. 76, No. 5, S. 253.

des P. Secchi, welche in seiner ersten, der Faye'schen Theorie entsprechenden Arbeit ¹⁾ enthalten ist:

„Les taches sont produites par l'éruption, de l'intérieur, de masses de vapeurs métalliques . . . Ces masses restent alors suspendues et flottantes dans la photosphère elle-même, comme des îles (je ne dis pas des nuages) mais comme des îles partiellement ou complètement enfoncées jusqu'au niveau de la photosphère; elles produisent alors l'effet de cavités, dans cette couche brillante. Du reste, la disposition même de nuages suspendus à un niveau supérieur n'est pas impossible à concevoir, surtout au moment de l'éruption qui soulève quelquefois les masses à une grande hauteur. Ces masses sont naturellement un peu refroidies et deviennent ainsi plus absorbantes.“

Im Wesentlichen geben diese Sätze meine eigenen, Hrn. Secchi bekannten Anschauungen wieder. Hr. Secchi und ich stimmen darin überein, daß die Flecke durch Emporsteigen von Metaldämpfen entstehen, und daß diese sie bildenden Dampfmassen in den tieferen Regionen der Sonnenatmosphäre (der Photosphäre) schweben. Nur scheint P. Secchi sich jenes Emporsteigen als vulkanische Eruption vorzustellen und vermeidet den Ausdruck „Wolke“ aus Gründen, die er nicht angiebt.

Straßburg i. E. 10. Juli 1873.

1) Secchi, *Sur les protubérances et les taches solaires*; in den *Comptes Rendus* vom 3. Febr. 1873, T. 76, No. 5, p. 253.

XIII. *Ueber einige Anwendungen der Luftreibung bei Meßinstrumenten; von A. Töpler in Graz.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Anzeiger d. Wiener Akad. 1873
No. XVII.)

Bei den zahlreichen feinen Meßinstrumenten, bei welchen sehr leicht bewegliche Massensysteme unter dem Einflusse gegebener Kräfte in stabilen Gleichgewichtslagen nach einer Reihe von Schwingungen entstehen, hat die dämpfende Wirkung der Luftreibung bisher meistens die Rolle eines zufälligen und wenig beachteten Beruhigungsmittels gespielt. Einige von mir construirte Apparate haben mich nun überzeugt, daß die Luftreibung zu einem ebenso zuverlässigen und wirksamen Hülfsmittel für die Vereinfachung der Beobachtungen gemacht werden kann, wie es z. B. die elektromagnetische Reibung bei Spiegelgalvanometern mit Metaldämpfern ist.

Die dämpfende Wirkung der Luft auf ein schwingendes Massensystem wird sehr auffallend, wenn man das bewegliche System in einem Hohlraume von solcher Form schwingen läßt, daß die darin eingeschlossene Luft an der Bewegung mit möglichst großer Reibung theilzunehmen gezwungen ist. Es handelt sich nur darum, diese allgemeine Bedingung in einer für die sonstigen Zwecke der Beobachtung günstigen Weise zu erfüllen. Ich will an dieser Stelle zwei besondere Formen der Luftdämpfung beschreiben, welche sich vollkommen bewährt haben und welche ich als Schema für alle ähnlichen Fälle empfehlen kann.

1. Regulirbare Luftdämpfung für Magnetstäbe, Spiegelgalvanometer, Drehwaagen etc.

Unter dem am Faden aufgehängten Magnet denke man sich eine feststehende cylindrische Schachtel mit ebe-

nem Deckel und Boden. In dieser Schachtel schwebt in verticaler Stellung eine leichte rechteckige Platte aus Aluminiumblech, Glimmer, steifem Papier oder dgl. Die Dimensionen dieser Platte seyen so gewählt, daß sie den Verticalschnitt der Schachtelhöhlung bis auf einen Spielraum von wenigen Millimetern ausfüllt. Durch eine centrale Oeffnung im Deckel der Schachtel, durch welche ein Stift frei hindurchgeht, ist die Platte (Dämpferplatte) mit dem Magnet fest verbunden; die Platte habe beim Einspielen des Magnets etwa wie dieser die Südnordrichtung.

Schwingt nun das System, so erfolgt zunächst eine nur geringe Dämpfung. Der von der Platte mitgeführte Luftkörper hat wesentlich nur Einfluß auf das Trägheitsmoment des Systemes. Es tritt aber sofort eine sehr kräftige Dämpfung ein, wenn man durch geeignete Schlitzte in der Cylinderwand der Schachtel von beiden Seiten verticale Querwände und zwar in der Westostrichtung einführt und diese mit ihren Rändern der Mitte der schwingenden Dämpferplatte gehörig nähert. Es gelingt durch dieses Mittel leicht, Magnetstäbe so zu dämpfen, daß sie bei Ablenkungsversuchen ohne Schwingung eintreten. Der Grad der Dämpfung kann durch Verschiebung der Querwände in sehr weiten Gränzen beliebig geändert werden. Der Erfolg ist leicht erklärlich, denn der Cylinderraum wird durch Dämpferplatte und Querwände in 4 Quadranten getheilt, und es ist, wenn das Nordende des Magnetes nach Osten schwingt, die Luft gezwungen, aus den Quadranten NO. und SW. in die Quadranten NW. und SO. zu treten, und umgekehrt, wobei sie die spaltförmigen Zwischenräume an den Rändern der Platte und der Querwände mit großer Reibung durchströmen muß.

Bei größeren Dimensionen der Vorrichtung wird selbst bei verhältnißmäßig bedeutendem Spielraum der Dämpferplatte eine kräftige Wirkung erzielt, wie folgende Zahlen zeigen, welche zugleich erkennen lassen, daß die Schwin-

gungen des obigen Dämpferapparates ein ganz constantes Decrement haben. Ein kleines Magnetometer, für Vorlesungszwecke benutzt, erhielt eine gut cylindrische Dämpferschachtel von 95 Millimeter Durchmesser und 53 Millimeter Höhe. Der Magnet (sammt Zubehör) wog etwa 7 Gr. Die Dämpferplatte stand von der Schachtel und den Querwänden allseitig etwa 7 Millimeter ab, hatte also einen Spielraum von 14 Millimeter. Für acht aufeinander folgende Schwingungsbögen fanden sich folgende Verhältniszahlen nebst den zugehörigen logarithmischen Decrementen aus Fernrohrbeobachtungen:

Schwingungsbögen	Logarithmisches Decrement
607	
382	0,201
241	0,200
151	0,202
95	0,201
60	0,200
38	0,199
24	0,200.

Als die Querwände aus der Dämpferschachtel ganz entfernt waren, betrug das Decrement nur 0,044, nach Entfernung der Schachtel 0,029. Wurde die Dämpferplatte so groß gewählt, daß ihre Ränder nur etwa 3 Millimeter von den Wänden entfernt waren, so kam der Magnet nach einer Schwingung zur Ruhe.

Das logarithmische Decrement ist, wie man sieht, vollkommen constant, obgleich bei dem obigen Versuch die Schwingungsbögen im Verhältniß 25 : 1 abnahmen. Daher ist diese Luftdämpfung bei Galvanometerbeobachtungen etc. in derselben Weise zu verwerthen, wie die bekannte Metaldämpfung. Uebrigens habe ich dieselbe Form der Luftdämpfung auch in kleinem Maßstabe ausgeführt und zweckentsprechend gefunden. Für kleine Galvanometer dürfte sich eine Combination der Luftdämpfung mit der Dämpfung durch Metallmassen empfehlen.

Ich will an dieser Stelle bemerken, daß ich obigen Dämpferapparat auch zu Messungen über die Luftreibung selbst bestimmt habe, zu welchem Zweck er sich wohl besser eignen dürfte, als ältere Luftreibungsapparate. Der ganze Apparat kann hermetisch verschlossen und zugleich als Luftthermometer eingerichtet werden und läßt dann, in successive erwärmtes Wasser getaucht, die Abhängigkeit der Luftreibung von der Temperatur studiren. Auch kann derselbe leicht mit verschiedenen Gasen gefüllt werden. Ich behalte mir beabsichtigte Messungen derart vor.

2. Spiegel-Libelle mit regulirbarer Luftdämpfung

Um bei genauen Kathetometerbeobachtungen die lästige und zeitraubende Anwendung sehr empfindlicher Röhrenlibellen zu umgehen, habe ich schon vor zwei Jahren am Schlitten des Kathetometers ein zweites, nach abwärts gebrochenes Hilfsfernrohr angewendet, durch welches der Beobachter in einen künstlichen Quecksilber-Horizont oder in einen am Fuße des Kathetometers fest angebrachten Collimator blickt. Es ist dadurch möglich, die genaue Parallelführung des Schlittens durch die Coïncidenz zweier Fadenkreuze zu controliren, was bekanntlich ein sehr empfindliches Hilfsmittel ist

Die vorzüglichen Eigenschaften der Luftdämpfung erlauben es nun, für die Horizontalstellung der Fernrohraxen bei physikalischen und geodätischen Instrumenten an Stelle der Libelle ein noch feineres Mittel zu substituiren.

Hängt man einen kleinen, ebenen, versilberten Glas-
spiegel (etwa von quadratischer Form mit 30 Millimeter Seite) an zwei benachbarten Ecken mittels kurzer Cocon-
fäden bifilar auf, so macht derselbe bei den geringsten Erschütterungen oder Luftströmungen Pendel- und Bifilarschwingungen, welche man am Spiegelbilde eines entfernten Objectes durch ein Fernrohr leicht wahrnimmt. Dieser äußerst bewegliche, vertical hängende Spiegel erweist sich nun überraschend vollkommen gedämpft, wenn man

denselben in einen sehr schmalen, trogartigen Kasten aus planparallelen Glasplatten hineinhängen läßt, welcher so enge ist, daß die beiden Flächen des Planspiegels von der Vorder- und Hinterwand um etwas weniger als 1 Millimeter entfernt sind. Obiger Spiegel ist bei dem Abstände 0,6 Millimeter seiner Flächen von den Trogwänden so stark gedämpft, daß das durch die vordere Glaswand mit dem Fernrohr beobachtete Spiegelbild nicht nur nicht schwingt, sondern daß nach einem gewaltsam herbeigeführten Ausschlage des Spiegels die Rückkehr in die Ruhelage so langsam erfolgt, als ob sich der Spiegel in einer zähen Flüssigkeit bewegte. Dabei steht das mit dem Fernrohr beobachtete Spiegelbild nach jeder Abweichung genau wieder im Fadenkreuze ein, wenn nicht an der Aufhängevorrichtung grobe Veränderungen stattgefunden haben. Die Erscheinung ist leicht erklärlich, denn die Luft des Dämpferkastens muß bei kleinen Verschiebungen oder Drehungen der Spiegelebene in dem engen, plattenförmigen Raume vor und hinter dem Spiegel verhältnismäßig große Wege unter großer Reibung zurücklegen.

Auch diese Art der Luftdämpfung ist regulierbar, denn der Spiegel erweist sich am wenigsten gedämpft, wenn er in der Mitte des Dämpferraumes hängt. Die Dämpfung wächst mit der Annäherung des Spiegels an die Wände des Dämpferraumes.

Es kann ein so gedämpfter Spiegel sofort die Rolle einer Libelle spielen, da er rasch und sicher in einer bestimmten (wenn auch nicht genau verticalen) Ebene einspielt. Man denke sich den Dämpferkasten mit dem frei hängenden Spiegel darin auf einer Fußplatte befestigt. Diese Fußplatte trage zugleich ein kleines Fernrohr, welches für Parallelstrahlen eingestellt ist. Dasselbe wird auf den gedämpften Spiegel gerichtet, so daß im Sehfelde das Spiegelbild des Fadenkreuzes erscheint, zu welchem Zwecke das Ocularrohr mit passender Beleuchtungsvorrichtung versehen ist. Durch Correctionsschrauben können die Fadenkreuze zur Deckung gebracht werden. Diese Coincidenz

bleibt nun ungestört, wenn man das ganze System um die Lothlinie als Axe dreht. Oder aber, wenn man die Fußplatte, welche das System trägt, auf irgend einer ebenen Unterlage umlegt, so beweist das jedesmalige Einspielen der Fadenkreuze die Horizontalität der Unterlage. Die Vorrichtung, welche sich übrigens für gewöhnliche Zwecke sehr vereinfachen läßt, ist also wie eine Libelle zum Verticalstellen von Drehaxen, zum Horizontalstellen von Fernrohren etc. geeignet.

Der Apparat wird zugleich ein feines Winkelmessinstrument, wenn man die Correctionsschrauben mit getheilten Köpfen versieht, oder wenn man eine feine Vertical-Scale seitlich im Sehfelde anbringt, deren Spiegelbild man auf das Fadenkreuz fallen läßt, anstatt dieses auf sich selbst zu spiegeln. Eine Vorrichtung der letzteren Art habe ich geprüft und gefunden, daß damit bei nur fünfmaliger Fernrohrvergrößerung noch auf 3 Secunden justirt werden kann.

Die beiden mitgetheilten Beispiele dürften genügen, um zu zeigen, wie auch in vielen anderen Fällen die Luftdämpfung als ein gewiß sehr zu empfehlendes Hilfsmittel anzuwenden wäre.

XIV. Die Reflexion und Brechung des Schalles; von Prof. E. Mach und Studios. A. Fischer.

(Mitgetheilt von HH. Verf. aus d. Sitzungsber. d. Wien. Akad. Bd. 67.)

Die Ansicht, daß der Schall sich ganz wie das Licht verhalte, daß er durch Prismen abgelenkt, durch Spiegel und Linsen gesammelt werden könne, ist nicht nur sehr verbreitet, sondern es werden sogar Versuche, wie die von Sondhaus und Hajech für dieses Verhalten angeführt ¹⁾. Schon der Umstand, daß die Fortpflanzungsrichtung beim

1) Diese Ann. Bd. 85, S. 378 und Bd. 103, S. 163.

Schall nicht jene Rolle spielt, wie beim Licht, läßt diese einfache Uebertragung gewagt erscheinen. Man wird aber dieselbe sehr bedenklich finden, wenn man beachtet, daß selbst bei angenommener Gleichheit der fundamentalen Gesetze für das Licht und für den Schall die Umstände, unter welchen wir Licht und Schall beobachten, sehr verschieden sind. Dieses Bedenken wird noch unterstützt durch die Unsicherheit der Beobachtungsweisen bei den erwähnten Autoren, welche zudem von SONDHAUS offen und ehrlich eingestanden wird.

Betrachtet man die Dimensionen der Prismen und Linsen, mit welchen SONDHAUS, HAJECH, und in neuester Zeit auch KÖNIG experimentirten, so sieht man bei einiger Vertrautheit mit der Wellentheorie sofort, daß diese Apparate durchaus ungeeignet sind, um die erwartete Brechung zu zeigen. Die regelmäßige Brechung des Lichtes erklärt sich nach dem HUYGHENS'schen Princip durch das Zusammenwirken einer Unzahl von Elementarwellen, welche von der brechenden Fläche ausgehend, sich im Allgemeinen zerstören und nur an gewissen Orten und in einer gewissen Richtung mit gleichen sich verstärkenden Phasen zusammentreffen. Diese regelmäßige Brechung kann aber, wie FRESNEL bemerkt hat, nur an Flächen stattfinden, deren Dimensionen gegen die Wellenlänge des Lichtes sehr groß sind. So wie diese Bedingung nicht erfüllt ist, verwandelt sich die regelmäßige Brechung sofort in Zerstreuung durch Beugung.

Ist eine brechende Fläche klein gegen die Wellenlänge, so können die Punkte derselben nur sehr wenig verschiedene Phasen haben, deren Reihenfolge dann auch nur einen kleinen Bruchtheil der Welle vorstellt. Die von diesen Punkten abgeleiteten Elementarwellen werden selbst nach jenen Richtungen hin, welche den Flächenelementen parallel sind, nach welchen sie also mit den größten Gangunterschieden zusammentreffen, wegen des geringen Phasenunterschiedes nicht mehr im Stande seyn, sich zu zerstören, und dies wird in noch höherem Maasse von den

übrigen Richtungen gelten. Die Fortpflanzung wird also nach allen Richtungen desto gleichmäßiger seyn, je kleiner die brechende oder reflectirende Fläche.

Dieses Verhältniß besteht nun bei den erwähnten Schallbrechungsapparaten durchaus, wenn man nicht mit den höchsten überhaupt noch hörbaren Tönen experimentirt. In letzterem Falle allein kann man noch etwas günstigere Resultate erwarten. Störend können bei diesen Apparaten noch die Membranen wirken, durch welche die Gase abgeschlossen sind. Zwar hat die Spannung des Gases keinen Einfluß auf die Schallgeschwindigkeit, allein die gewöhnliche Ableitung der Erscheinungen nach dem Huyghens'schen Princip wird illusorisch, wenn die Membran gespannt genug ist, um die treffende Erregung auch nach ihrer eigenen Richtung mit einer der Schallgeschwindigkeit vergleichbaren Geschwindigkeit fortzupflanzen. Die Membran muß also schlaff seyn und darf überhaupt keine Neigung haben, in stehende Schwingungen zu gerathen. In letzterem Falle fällt die zur Membran parallele Bewegungscomponente bei der Uebertragung auf das neue Medium fast ganz aus und die Erscheinungen ändern sich wesentlich.

Stellt man das König'sche Gasprisma *G* vor die Mündung einer vierfüßigen Orgelpfeife *P*, wie dies in Fig. 11 Taf. III¹⁾ angezeigt ist, so sieht man die Schwingungsebenen *ff* der transversal schwingenden Flammen²⁾ nach allen Richtungen divergiren, wobei die mittlere Flammenebene zur Membran normal steht. Dies Verhältniß besteht, ob man das Prisma mit Leuchtgas, Kohlensäure oder Luft fülle. Die allseitige Divergenz zeigt sich auch mit geringen Modificationen am senkrecht oder schief abgeschnittenen Ende der Pfeife. Von Brechung oder Ablenkung ist unter diesen Umständen keine Spur.

Um mit möglichst kurzen Wellen zu experimentiren, verwendeten wir den elektrischen Funken. Das hohe knisternde Geräusch kleiner Funken läßt auf eine kleine

1) Die dem nächsten Hefte beigelegt wird.

P.

2) Vergl. Mach, Optisch-akustische Versuche. Prag, 1872, S. 49.

Wellenlänge schliessen und die enorm kleine Entladungsdauer einer Flasche beweist, daß die vom Funken ausgehende Erschütterung sich nur auf eine sehr kleine Strecke während der Entladung fortgepflanzt haben kann. Wir untersuchten zunächst die Reflexion. Der Bequemlichkeit des Experimentes wegen wurde die Ausbreitung des Schalles auf zwei Dimensionen beschränkt.

Man bringt zwei congruente elliptische Bretter übereinander an und verbindet die Ränder durch einen Blechreif, so daß zwischen denselben ein Luftcylinder mit elliptischer Basis von sehr geringer Höhe eingeschlossen ist. Läßt man nun in dem einen Brennpunkte *A* Fig. 7 Taf. III den Funken der Holtz'schen Maschine oder eines Rühmkorff'schen Apparates, in welchen eine Flasche eingeschaltet ist, überschlagen, so erhält man im anderen Brennpunkte auf einer bestäubten Platte aus schwarzem Glase eine schöne aus concentrischen Ringen bestehende Staubfigur¹⁾. Die Schallbewegung schreitet von *A* bis zu jedem Punkte *M* der Wand fort, und giebt dort Anlaß zum Entstehen einer Elementarwelle. Alle Elementarwellen treffen vermöge der Gleichung der Ellipse $u + v = \text{const}$ mit gleichen Phasen im anderen Brennpunkte *B* zusammen. Es ist nun bemerkenswerth, daß die Figur zwar desto zarter, aber auch desto schärfer wird, je kleiner und knisternder die angewandten Funken werden. Große Funken geben starke diffuse Figuren, deren Centrum sich nicht gut bestimmen läßt. Knallgasblasen in *A* abgebrannt, geben desto gröbere und desto mehr verschwommene Figuren, je größer sie sind und je tiefer der entsprechende Knall.

Bringt man in eins der elliptischen Bretter bei *A* ein Loch an, durch welches man den Ton einer Pfeife einleitet, während man durch ein Loch der Blechwand ein mit dem Ohre verbundenes Rohr durchsteckt, mit dem man auscultirt, so hört man bei sehr hohen Tönen ein sehr deutliches und starkes Anschwellen des Tones, wenn

1) Vergl. Abria, Pogg. Ann. Bd. 53. — Kundt, Pogg. Ann. Bd. 136.

man mit dem Auscultationsrohr durch den Brennpunkt *B* durchfährt

Offene Pfeifen von 5 bis 10 Centimeter Länge oder ein König'scher Stab bei *A* angeschlagen, zeigen dies in ausgezeichneter Weise, während die Erscheinung desto undeutlicher wird, je tiefere Töne man anwendet. Eine vierfüßige Orgelpfeife zeigt gar keinen Intensitätsunterschied mehr an den verschiedenen Stellen der Ellipse.

Stärkere Funken und Knallgasblasen in dem einen Brennpunkt abgebrannt, so wie der Knall eines daselbst abgefeuerten Zündhütchens vermögen die Flamme eines Gasbrenners im andern Brennpunkt der Ellipse zum Zucken und zum Verlöschen zu bringen. Mit der Stärke der Erregung verschwindet aber wegen der größeren Dauer derselben auch die Schärfe der Erscheinung.

Die Versuche würden unter den gegebenen Umständen natürlich auch im Raume gelingen, wenn man ein vollständiges Ellipsoid als reflectirende Fläche verwenden würde. Es sey gleich hier bemerkt, daß sie merklich weniger gut mit zwei sphärischen Hohlspiegeln von etwa 1 M. Radius, 1 M. Oeffnung gelingen, welche in einer Distanz von 6 M. einander gegenüber aufgestellt werden. Doch zuckt die Flamme in dem Brennpunkte des einen Spiegels, wenn in dem Brennpunkte des anderen Knallgas abgebrannt wird. Man kann durch Knallgas eine Staubfigur auch hier erzeugen, welche jedoch ziemlich diffus ist und kein deutliches Centrum hat.

Man findet bei hohen Pfeifen, die vor dem einen Spiegel angeblasen werden, durch Auscultiren mit dem Rohr eine Verstärkungsstelle vor dem andern. Man findet eine solche Verstärkungsstelle nicht mehr bei tiefen, z. B. vierfüßigen Pfeifen. Bei diesen hört man jedoch das hohe Sausen des Anblasegeräusches und die höchsten Obertöne sehr beträchtlich im Brennpunkte verstärkt. Ein König'scher Stab zeigt eine sehr bedeutende und mächtige Verstärkung. Warum die Verstärkung am Ellipsenapparate und hier nur bei hohen Tönen auffallend ist, ist klar.

Bei grossen Wellenlängen und tiefen Tönen sind die zusammentreffenden Phasen auch eine beträchtliche Strecke vom Brennpunkt weit noch sehr wenig verschieden.

So gut und so klar die Experimente über die Reflexion ausfielen, so viel Schwierigkeiten boten die auf die Brechung bezüglichen Versuche. Wir wollen jedoch auch die Experimente mit negativen Resultaten kurz erwähnen, damit man sehe, wie sorgfältig man experimentiren kann, ohne Brechung des Schalles mit Sicherheit zu beobachten.

Zunächst wurden die Sondhaus'schen Versuche ohne einen nennenswerthen Erfolg wiederholt. Dann versuchten wir die Schallausbreitung auf zwei Dimensionen zu beschränken. Vier drei Centimeter hohe Klötzchen wurden an die Ecken einer grossen Tischplatte gelegt und eine zweite gleich grosse Platte daraufgestürzt. Ganz am Rande zwischen diesen Platten *P* Fig. 8 Taf. III befand sich eine stetig von Kohlensäure durchströmte Cylinderlinse von drei Centimeter Höhe, welche aus zwei mit Leim überzogenen Brettchen und einer durch Glycerin erweichten Goldschlägerhaut gebildet war. Zu dieser Linse leitete ein pyramidaler Holztrichter, in dessen Scheitel *f* der Funke übersprang, den Schall, aus dessen kugelförmiger Welle er so zu sagen einen Sector ausschnitt und dessen seitliches Entweichen er verhinderte. Man konnte nach dem Brechungsexponenten der Kohlensäure bei *G* eine Staubfigur erwarten. Die Funken lieferten nun zu wenig Arbeit, um Staubrippen zu zeigen. Knallgasblasen zeigten Rippen *RR*, aus deren Lage man aber auf eine allseitige Divergenz von der Linse aus schliessen mußte. Auscultationsversuche gaben kein sicheres Resultat.

Man denke sich ein Parabelstück *P'*, dessen Axe in Fig. 9 Taf. III bezeichnet ist, in *MM* schief abgeschnitten und daran ein zweites Parabelstück *P* so angesetzt, daß die Neigung beider Axen dem Brechungsverhältnisse des Schalles aus Luft in Kohlensäure für die brechende Fläche *MM* entspricht. Zwei Bretter dieser Form wurden übereinander angebracht; die Ränder durch einen wohlverkit-

teten Blechreif verbunden und bei *MM* eine schlaaffe erweichte Membran durchgezogen. Das Stück *P* ist mit Luft gefüllt, *P* wird von Kohlensäure durchstrichen. Schlägt im Brennpunkt *B* ein Funke über, so soll er nach der Reflexion ein axenparalleles Schallstrahlenbündel geben, welches gebrochen wieder axenparallel in *P* eintritt und im Brennpunkte *A* gesammelt wird. Man erhält beim Ueberschlagen von Funken keine Staubfigur. Die Funken haben offenbar zu wenig Arbeit, um zwei Reflexionen und eine Brechung ohne Schaden zu ertragen. Knallgasblasen geben Staubfiguren, aber sehr diffuse und unbrauchbare.

In der Absicht, zwischen dem Ausgangs- und Sammelpunkt des Schalles bloß eine Brechung zu setzen und zugleich eine etwas genauere Construction auszuführen, wurde ein anderer Versuch unternommen. Huyghens lehrt (im *tractatus de lumine*), daß die von einem Punkte *A* (Fig. 10 Taf. III) des einen Mediums ausgehenden Strahlen in einem Punkte *B* des andern Mediums wirksam gesammelt werden, wenn die beiden Medien durch eine solche Curve *CC* getrennt sind, daß die von den Punkten *A*, *B* nach irgend einem Punkte *M* derselben gezogenen Leitstrahlen *u*, *v* die Bedingung erfüllen $u + nv = \text{const.}$, wobei *u* der Brechungsexponent für den Uebergang von *A* nach *B*. Die hieher gehörigen Curven sind Eicurven. Eine solche Eicurve wurde nun für *A* in Luft und *B* in Kohlensäure sorgfältig construirt und *B* einmal in den Mittelpunkt eines reflectirenden Kreises, dann in den Brennpunkt einer reflectirenden Ellipse gelegt, um die Reciprocität von *A* und *B* nicht zu stören. Die Entladungen in *A* brachten nur sehr diffuse Staubfiguren hervor. Nur einmal schien es beim Beginn des Versuches, als ob sie in *B* schon vorhanden wären und anderswo noch fehlten.

Das Mißlingen so sorgfältig angestellter Versuche legte den Gedanken nahe, daß zur Sammlung des Schalles, wie bei der reflectirenden Ellipse, eine geschlossene Wellenfläche nöthig sey. Diese herzustellen, hat aber bei Brechungsversuchen einige Schwierigkeiten. Man kann zwar eine

Eicurve construiren, welche beide Punkte *A* und *B* umschließt und die geometrische Eigenschaft $u + nv = \text{const.}$ erfüllt; allein dann liegen beide Punkte auch in demselben physikalischen Medium. Folgender Versuch führt nun zum Ziele.

Man construire um die Punkte *A* und *B*, Fig. 6 Taf III die Eicurve

$$u + \frac{5}{4}v = \text{const}$$

und bringe drei solche eiförmige Bretter parallel über einander an. Das mittlere ist etwas kleiner. Der Rand des mittleren und das obere Brett sind durch eine Membran verbunden und ihr Zwischenraum mit Kohlensäure gefüllt. Das untere und obere Brett verbindet ein Blechreif und zwischen dem unteren und mittleren befindet sich Luft. Der Funke überschlägt zwischen dem unteren und mittleren Brett in *A*, die Schallwelle biegt um den Rand des mittleren Brettes durch die Membran in die Kohlensäure ein und erzeugt auf der bestäubten Platte im Punkte *B* eine schöne scharfe Stauffigur mit concentrischen Ringen. Die Figur verschwindet und es erscheinen einige, jedoch nicht mehr concentrische Rippen in *C*, wenn die Kohlensäure entleert und auch durch Luft ersetzt wird. Dieser Versuch ist vollständig analog dem Ellipsenexperiment.

Wir sehen also, daß, obgleich das Huyghens'sche Fundamentalprincip für den Schall ebenso anwendbar ist wie für das Licht, doch die Umstände, unter welchen beide Erscheinungen erfolgen, zu verschieden sind, um gleiche Form anzunehmen. Große Differenzen bringt die Verschiedenheit der Wellenlänge hervor. Eine kleine, das Licht reflectirende Fläche faßt viele tausend Wellenlängen. Um ein analoges Experiment für den Schall anzustellen, müßte man mindestens eine Berglehne als Spiegel aushöhlen. Dann könnte man vielleicht Schallbilder erhalten. Erscheinungen wie die totale Reflexion können beim Schall aus denselben Gründen nicht erwartet werden. Auch bei

unperiodischen Schallbewegungen werden die gewöhnlichen Reflexions- und Brechungsgesetze nicht zutreffen.

Daß geschlossene Schallwellenflächen sich dem Licht ähnlicher verhalten, liegt an einem einfachen Umstande. Beim Licht verschwindet die Wirkung der Ränder des endlichen Bruchstückes einer Wellenfläche, an welchen Rändern die Anwendung des Huyghens'schen Principes nicht mehr so einfach und unbedenklich ist, gegen die Wirkung der centralen Theile. Bei Schallwellen tritt ein solches Verschwinden vermöge der sehr viel größeren Wellenlänge nicht ein. Ein Bruchstück einer Schallwelle zeigt sofort Zerstreuung.

Eine genauere Ableitung der hier besprochenen Erscheinungen aus dem Huyghens'schen Princip, eine Aufzählung der bei solchen Ableitungen zu gebrauchenden Vorsichten, sowie eine Untersuchung der eigentlichen Bedeutung des Huyghens'schen Principes, welches im Wesentlichen in der Zusammensetzung einer Auflösung aus particulären Integralen beruht, wird Mach geben, sobald es Zeit und Umstände erlauben ¹⁾).

- 1) Das Huyghens'sche Princip ist ein viel einfacheres und mehr fundamentales Gesetz, als z. B. das Snell'sche Brechungsgesetz. Spricht man dies in der Fermat'schen Form aus „daß das Licht bei der Brechung von einem Punkte zum andern auf einem Wege kürzester Zeit gelange“ (vergl. meine Demonstration in Carl's Repertorium 1872), so ergibt sich die Erklärung sehr einfach: Das Licht kann von jedem Punkt zu jedem Punkt auf jedem Wege gelangen, doch können nur die Lichter, die mit Wegen gleicher Zeit zusammentreffen, sich unterstützen, also nur solche, welche einen Weg kürzester Zeit gegangen sind, weil vermöge der allgemeinen Eigenschaft des Minimums auch die Nachbarwege des Minimumweges gleiche Zeit in Anspruch nehmen.

XV. *Telegraphische Benutzung der Pincus'schen Chlorsilberkette* ¹⁾.

(Aus d. Königsberger Zeitung vom 2. März d. J.)

Am Freitage wurden auf der hiesigen Telegraphen-Station der königlichen Ostbahn, auf Veranlassung der Direction, Versuche mit der Dr. Pincus'schen *Chlorsilberkette*, durch den Telegraphen-Director Hrn. Schröter ausgeführt, die eben so befriedigende wie überraschende und für die Zukunft vielversprechende Resultate lieferten. Hr. Möwig hatte eine kleine einfache aus zwanzig kleinen Gläschen von 1 Zoll Durchmesser und $2\frac{1}{2}$ Zoll Höhe bestehende Batterie construirt, die den Flächenraum eines kleinen Briefbogens einnahm. Die Ablenkung der Nadel am Galvanometer betrug bei der einfachen Schließung 75° , während 40 Meidinger, die im Gebrauche waren, nur eine Ablenkung von 49 ergaben. Mit diesen 20 Elementen wurde mit der größten Sicherheit nach Bromberg telegraphirt und die Feder des Relais mußte in Bromberg stärker gespannt werden, weil der kräftigere Strom den Anker zu fest anzog. Nach Ausschaltung der Uebertragungsbatterie in Bromberg und Herstellung einer directen Verbindung von hier nach Berlin, wurde auch diese entfernte Station mit der größten Leichtigkeit erreicht und schließlich noch sogar durch 10 Elemente eine vollkommene Verständigung durch eine Morse mit Berlin, durch 4 Elemente eine solche mit Bromberg erzielt. Da nach weiteren Versuchen zwei Näpfchen zur Local-Batterie und zur Schriftgebung mehr als genügend waren, so ist der Beweis geführt, daß 6 resp. 12 Elemente im Ganzen genügen, um die Widerstände von etwa 60 Meilen Telegraphen-Leitung bis Bromberg und 134 Meilen (incl. Galvanometer-Relaiswiderstände usw.) bis Berlin zu besiegen. Die Experimentirenden zweifelten nicht, daß die kleine Batterie ausge-

1) Vergl. d. Ann. 1868 Bd. 135, S. 167.

reicht hätte, um eine Station am Rhein oder gar Paris zu erreichen, wenn eine directe Verbindung herzustellen möglich gewesen wäre. Welche Bedeutung diese Erfindung unseres jetzigen Mitbürgers daher auch für den Eisenbahndienst und für die Telegraphie überhaupt haben wird, läßt sich aus dem Angeführten entnehmen; als ganz besonders wichtig aber werden jetzt schon von Sachverständigen die unzweifelhaft zu erwartenden Leistungen für die Feld-Telegraphie bezeichnet, da bei der bereits erwiesenen Constanz, Transportabilität und Kleinheit der Batterie, es möglich seyn wird, jeden Telegraphenbeamten mit einer für alle Zwecke ausreichenden Batterie in GröÙe und Form einer Patrontasche zu versehen. Hr. Möwig soll gegenwärtig mit der Lösung dieses nur noch technischen Problems nach Anleitung des Erfinders beschäftigt seyn. Welche Beachtung übrigens die für medicinische Zwecke bisher construirten Batterien in den weitesten Kreisen gefunden, geht aus dem erfreulichen Umstande hervor, daß Hr. Möwig bereits Bestellungen für München, Göttingen, Hamburg, Heidelberg (im letzten Orte für den berühmten Professor der Physik Kirchhoff) erhalten und ausgeführt hat.

**XVI. *St. Elmsfeuer in Münster;
von Prof. Dr. S. Lorscheid.***

Am 30. Juni d. J. hatte ich Gelegenheit, an dem Hahne auf dem hohen Thurme der hiesigen Lamberti-Kirche das St. Elmsfeuer in überraschender Erscheinung zu beobachten. Während an jenem warmen schwülen Tage Abends gegen 7½ Uhr eine dunkle, mächtige Gewitterwolke langsam über Münster sich bewegte, strahlte der Hahn des Lamberti-

Thurmes, besonders an Kopf, Brust und Hals, von einem intensiven elektrischen Lichte. Die Spitze des Thurmes ist mit einem Blitzableiter versehen, um dessen Auffangestange der Hahn sich dreht, so daß derselbe mit der Leitung in Verbindung steht. Gerade an dem vorderen Rande der Brust, welche der Hahn der heranschwebenden Wolke entgegenhielt, war die elektrische Ausströmung am stärksten, was durch die lichtvoll glänzenden Contouren der Brust deutlich zu erkennen war. Im Uebrigen erinnerte das hin- und herwogende Licht auf der Halsfläche an die Erscheinung, welche die Blitztafel bietet. Das Phänomen, welches von mehreren Personen gesehen wurde, dauerte mit einigen Unterbrechungen etwa 8 Minuten. Sobald die anscheinend niedrig schwebende Gewitterwolke, und zwar *ohne* Regen, vorübergezogen war, hörte auch sofort das Leuchten des Hahnes auf und derselbe erschien auf dem helleren Hintergrunde vollständig schwarz.

Die meteorologischen Beobachtungen für Münster waren an jenem Tage: Morgens 6^h, Bar. P. L.: 333,5; Temp. R.: + 13°,2. Wind: SW. schw. Allgemeine Himmelsansicht: trübe. Mitt. 2^h: + 19°,2. Abends, 10^h: + 15°,5. Die Feuchtigkeiten waren um diese Zeit in Procenten: 95, 72, 85. Für das *Gefühl* war bei diesen Feuchtigkeitszuständen der Luft die Wärme drückender.

Münster, den 2. Juli 1873.

**I. Beiträge zur Kenntnifs der Magnetisirung
des weichen Eisens; von Eduard Riecke.**

(Der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen im Auszuge
mitgetheilt den 17. August 1870 und 7. November 1872.)

I. Einleitung. Begriff der Magnetisirungsfuction.

Wenn wir auf einen Eisenkörper von beliebiger Gestalt successive magnetisirende Kräfte von verschiedener Stärke wirken lassen, so wird jeder bestimmten Kraft ein bestimmtes in dem Körper inducirtes magnetisches Moment entsprechen, wir können uns also dieses Moment dargestellt denken durch eine Function der magnetisirenden Kraft; ganz dasselbe wird auch gelten von dem Quotienten, der entsteht, wenn wir das inducirte magnetische Moment dividiren durch die magnetisirende Kraft und diesen Quotienten wollen wir bezeichnen als die *Magnetisirungsfuction* des betrachteten Körpers. Es leuchtet ein, daß diese Magnetisirungsfuction, selbst abgesehen von Verschiedenheiten in der magnetischen Natur des Eisens, für jeden gegebenen Körper eine eigenthümliche, durch seine Gestalt und Gröfse bedingte seyn wird. Ja selbst bei einem und demselben Körper wird die Magnetisirungsfuction verschieden seyn, je nach der Richtung, in welcher wir die magnetisirende Kraft auf denselben wirken lassen.

Die Aufgabe, welche sich die von Poisson, Neumann und Kirchhoff entworfene Theorie des inducirten Magnetismus stellt, können wir nun in folgender Weise charakterisiren.

Die Theorie setzt voraus, daß die Magnetisirungsfuction einmal für einen bestimmten Körper auf experimentellem Wege ermittelt sey, und sie stellt dann Gleichungen auf, vermittelst welcher sich die Magnetisirungsfunctionen aller übrigen Körper berechnen lassen aus jener einzigen ein- für allemal bestimmten Function.

Es ist demnach der Charakter dieser Theorie wesentlich verschieden von dem einer *Moleculartheorie der Magnetisirung*, deren Grundlinien von Weber (Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus, S. 570) entwickelt worden sind.

In der Poisson'schen Theorie der Magnetisirung sind nun besonders zwei Magnetisirungsfunctionen von besonderer Bedeutung; die eine derselben ist die *Magnetisirungsfuction einer Kugel von der Einheit des Volumens*, welche den ursprünglichen Ausgangspunkt der Theorie bildet; wir werden diese Function im Folgenden bezeichnen durch p , das Argument derselben, d. h. die auf die Kugel wirkende Kraft durch P . In der weiteren Entwicklung der Theorie tritt jedoch eine andere Function in den Vordergrund, die *Magnetisirungsfuction eines unendlich langen Cylinders von kreisförmigem Querschnitt*. Wenn auf einen solchen Cylinder eine in seiner ganzen Ausdehnung constante seiner Axe parallele magnetisirende Kraft wirkt, so wird derselbe gleichförmig magnetisirt; als Magnetisirungsfuction desselben wollen wir unter diesen Umständen den Quotienten mit dem magnetischen Moment der Volumeneinheit, und mit der auf den Cylinder wirkenden magnetisirenden Kraft bezeichnen. Wir wollen diese Magnetisirungsfuction des Cylinders bezeichnen durch k , das Argument derselben die auf den Cylinder wirkende Kraft durch K .

Zwischen den Functionen p und k besteht ein gewisser einfacher Zusammenhang; es ist nämlich

$$k = \frac{p}{1 - \frac{4}{3}\pi p},$$

vorausgesetzt, daß zwischen den entsprechenden Argumenten K und P die Beziehung stattfindet

$$pP = kK$$

d. h. vorausgesetzt, daß das magnetische Moment der Volumeneinheit bei der Kugel dasselbe ist, wie bei dem unendlich langen Cylinder.

Die bisherigen experimentellen Arbeiten haben sich ausschließlich mit der Magnetisirungsfunktion k beschäftigt, und es wurden durch die HH. Oberbeck (Pogg. Ann. Bd. 135) und Stoletow (Pogg. Ann. Bd. 144) Werthe der Function k für ein ziemlich umfangreiches Gebiet magnetisirender Kräfte ermittelt. Außerdem hat der Verfasser im Sommer 1870 eine Reihe von Versuchen mit Ellipsoiden aus weichem Eisen ausgeführt, und aus denselben die entsprechenden Werthe der Function k berechnet. (Die Magnetisirungszahl des Eisens für schwache magnetisirende Kräfte, Göttingen 1871). Eine Mittheilung dieser Versuche, so wie einer zweiten mit erweiterten Mitteln im Laufe des Sommers 1872 ausgeführten Versuchsreihe dürfte dadurch gerechtfertigt seyn, daß durch diese Versuche die untere Gränze derjenigen Kräfte bezeichnet ist, für welche eine Bestimmung der Function k bis jetzt ausgeführt wurde, andererseits auch dadurch, daß die Methode der experimentellen Untersuchung abweichend ist von den von den HH. Oberbeck und Stoletow benutzten Methoden.

Was die Verwerthung der Versuchsreihen anbelangt, so werde ich mich aber nicht beschränken auf die Ermittlung der Magnetisirungsfunktion k , ich werde vielmehr übergehen zu der Function p und werde zu einer möglichst umfassenden Darstellung dieser Function insbesondere von den Versuchsreihen Gebrauch machen, welche die HH. Oberbeck und Stoletow mitgetheilt haben. Es wird sich zeigen, daß die Function p innerhalb eines sehr großen Gebietes magnetisirender Kräfte einen für alle Eisensorten nahezu constanten Werth besitzt, während der Verlauf der Function k für verschiedene Eisenstücke nur eine gewisse allgemeine Aehnlichkeit, im einzelnen aber die allergrößte Verschiedenheit zu erkennen giebt.

Es möge im Folgenden zunächst eine kurze Darstellung der Methode der experimentellen Untersuchung, sowie der der Berechnung der Functionen p oder k zu Grunde liegenden Formeln gegeben werden; wir werden uns sodann zu den Beobachtungen selbst wenden und zu den Resultaten, welche sich aus denselben ergeben für die Magnetisirungsfunction k ; schließlicb werden wir dann übergehen zu der Darstellung der Magnetisirungsfunction p .

II. Erinnerung an die Neumann'schen Gleichungen für die Magnetisirung eines Rotationsellipsoides.

Die Poisson'schen Gleichungen sind von Neumann für den Fall, daß der Eisenkörper die Gestalt eines Rotationsellipsoides hat, allgemein aufgelöst worden. Ist die magnetisirende Kraft für alle Punkte des Ellipsoides constant, so gestaltet sich das Resultat seiner Untersuchung folgendermaßen.

Ein Ellipsoid aus weichem Eisen wird durch constante äußere Kräfte gleichförmig magnetisirt, sind A, B, C die Componenten der magnetisirenden Kraft in der Richtung der Axen a_0, b_0, c_0 des Ellipsoides, so sind die nach diesen Axen genommenen magnetischen Momente dargestellt durch

$$\left. \begin{aligned} A &= k v \frac{A}{1 + kM}, & B &= k v \frac{B}{1 + kN} \\ & & \Gamma &= k v \frac{C}{1 + kP} \end{aligned} \right\} \quad (1),$$

wo unter v das Volumen des Ellipsoides, unter M, N, P gewisse von der Gestalt desselben abhängige Constanten zu verstehen sind.

Für ein verlängertes Rotationsellipsoid

$$\frac{\xi^2}{a_0^2} + \frac{\eta^2}{a_0^2} + \frac{\zeta^2}{c_0^2} = 1$$

haben die letzteren die Werthe:

$$\left. \begin{aligned} M &= N = -2\pi\sigma_0(\sigma_0^2 - 1) \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_0 + 1}{\sigma_0 - 1} - \frac{\sigma_0}{\sigma_0^2 - 1} \right\} \\ P &= 4\pi\sigma_0(\sigma_0^2 - 1) \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_0 + 1}{\sigma_0 - 1} - \frac{1}{\sigma_0} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (2),$$

wo

$$\sigma_0^2 = \frac{c_0^2}{c_0^2 - a_0^2},$$

d. h. σ_0 gleich der reciproken Excentricität des Ellipsoides.

Das Potential der Wirkung, welche der in dem Ellipsoid inducirte Magnetismus auf einen beliebigen Punkt des umgebenden Raumes ausübt, ist

$$U = k \left\{ \frac{AR}{1+kM} + \frac{BS}{1+kN} + \frac{CT}{1+kP} \right\} \quad (3).$$

Die in diesem Ausdruck auftretenden Größen R , S und T hängen ab einerseits von der Lage des Punktes, auf welchen sich das Potential bezieht, und andererseits von der Gestalt des Ellipsoides. Für ein verlängertes Rotationsellipsoid sind dieselben bestimmt durch folgende Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{R}{x} = \frac{S}{y} &= -2\pi\sigma_0(\sigma_0^2 - 1) \\ &\cdot \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{\sigma}{\sigma^2-1} \right\} \\ \frac{T}{z} &= 4\pi\sigma_0(\sigma_0^2 - 1) \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sigma} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4).$$

Hier sind x , y , z die Coordinaten des betrachteten Punktes in einem rechtwinkligen System, dessen z -Axe zusammenfällt mit der Rotationsaxe c_0 des Ellipsoides; σ_0 hat dieselbe Bedeutung wie oben, und σ ist die reciproke Excentricität eines mit den gegebenen Verticalen und durch den Punkt (x, y, z) hindurchgehenden Ellipsoides, d. h. es ist, wenn a und c die Axen dieses Ellipsoides bezeichnen

$$\sigma^2 = \frac{c^2}{c^2 - a^2}.$$

III. Methode der experimentellen Untersuchung.

Wenn wir die in einem Ellipsoide aus weichem Eisen durch eine bekannte magnetisirende Kraft, etwa den Erdmagnetismus, inducirten magnetischen Momente durch directe Beobachtung bestimmen, so können wir mit Hülfe der Formeln (1) und (2) den Werth der Function k be-

rechnen. Zur Induction werden wir im Folgenden die verticale und die horizontale Componente des Erdmagnetismus benutzen. Zur Bestimmung des in dem Ellipsoide inducirten magnetischen Momentes bedienen wir uns der von Weber (Abh. der Gött. Ges. 6. Bd.) angegebenen Methode. Das Ellipsoid, dessen Moment bestimmt werden soll, befestigen wir in der Mitte einer Spirale in der Weise, daß seine Rotationsaxe mit der Axe der Spirale zusammenfällt. Die Enden des die Spirale bildenden Kupferdrahtes führen wir zu einem in genügender Entfernung aufgestellten Galvanometer, und verbinden dieselben mit den Enden des Multiplicatordrahtes. Wenn wir die Spirale so mit dem in derselben befestigten Ellipsoid zuerst senkrecht aufstellen und dann um eine horizontale Axe um 180° drehen, so wird in der Spirale durch die verticale Componente des Erdmagnetismus nach dem bekannten Inductionsgesetze ein galvanischer Strom inducirt, der, indem er den Multiplicator durchläuft, die Galvanometernadel ablenkt. Bei der erwähnten Umdrehung wird aber in der Spirale ein Strom in doppelter Weise inducirt, nämlich erstens unmittelbar durch den verticalen Theil der erdmagnetischen Kraft, und zweitens mittelbar durch denselben Theil des Erdmagnetismus, indem der in dem Ellipsoid inducirte Magnetismus bei der Drehung seine relative Lage gegen die Enden der Spirale umkehrt. Außerdem findet aber keine Induction statt; denn der permanente Magnetismus, welchen das Ellipsoid etwa besitzen sollte, bleibt darum wirkungslos, weil das Ellipsoid bei der gemeinschaftlichen Umdrehung mit der Spirale seine Lage gegen diese nicht ändert. Um die Wirkung der beiden gleichzeitig inducirten Ströme zu scheiden, wiederholen wir die Beobachtung mit der Spirale allein, nachdem das Ellipsoid aus derselben herausgenommen wurde.

Die Galvanometerbeobachtungen werden sich nun, wenn wir zunächst die verticale Componente des Erdmagnetismus als inducirende Kraft benutzen, im Einzelnen folgendermaßen gestalten. Die Spirale sammt dem in ihrer Mitte

befindlichen Ellipsoid ist zunächst so aufgestellt, daß ihre geometrische Axe vertical steht, ihre Drehaxe in den magnetischen Meridian zu liegen kommt. Drehen wir die Spirale um 180° , so wird die Galvanometernadel abgelenkt um einen Winkel, der mit Fernrohr, Spiegel und Scala beobachtet wird; in dem Moment in dem die zurückschwingende Nadel durch die Ruhelage geht, geben wir derselben durch eine abermalige Umdrehung der Spirale einen zweiten Inductionstoß und erhalten dadurch einen stärkeren Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite. Nach einer gewissen Zahl von Stößen werden die Elongationen der Nadel zu beiden Seiten der Ruhelage constant geworden seyn, und wir machen dann einen Satz von Umkehrbeobachtungen. Berechnen wir aus denselben den Ausschlagswinkel α der Galvanometernadel, so können wir die Stärke des in der Spirale inducirten Stromes proportional setzen mit $\sin \frac{\alpha}{2}$. Wenn wir nun die Beobachtung mit der Spirale allein wiederholen, so ergibt sich ein kleinerer Ausschlagswinkel der Nadel, der mit β bezeichnet werden möge; der in der Spirale inducirte Strom ist jetzt proportional mit $\sin \frac{\beta}{2}$.

Ist I die Stärke des in der Spirale mittelbar durch die Umkehrung des magnetischen Moments des Ellipsoides inducirten Stromes in absolutem Maße, J_0 die Stärke des direct inducirten Stromes in demselben Maße, so findet nach dem Vorhergehenden die Gleichung statt:

$$J + J_0 : J_0 = \sin \frac{\alpha}{2} : \sin \frac{\beta}{2}$$

oder

$$J : J_0 = \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2} : \sin \frac{\beta}{2}.$$

Der Werth von J_0 kann aus den bekannten Dimensionen der Spirale und aus der verticalen Componente des Erdmagnetismus berechnet werden. Wenn dieß geschehen ist, so giebt die vorhergehende Gleichung auch den Werth von J . Andererseits werden wir im Folgenden für J einen

Ausdruck aufstellen, welcher als einzigen unbekannten Factor das in dem Ellipsoid inducirte magnetische Moment enthält. Setzen wir diesen Ausdruck gleich dem durch die obige Gleichung bestimmten Werth von J , so erhalten wir eine Gleichung zur Berechnung des gesuchten magnetischen Momentes, welches dann weiter zur Berechnung des dem benutzten Ellipsoide zugehörigen Werthes von k oder p dient.

Die vorhergehenden Bemerkungen übertragen sich natürlich unmittelbar auf den Fall, daß wir die horizontale Componente des Erdmagnetismus als inducirende Kraft benutzen. Wir werden nur in diesem Falle die Drehaxe der Spirale vertical, die geometrische Axe derselben in den Meridian zu stellen haben.

Die Aufgabe des folgenden Abschnitts wird nun seyn, die Formeln für die Stromstärken J und J_0 aus der allgemeinen Theorie der Induction abzuleiten.

IV. Stärke des Stromes, welcher in der Spirale durch die Umkehrung des magnetischen Moments des in derselben befestigten Ellipsoides inducirt wird.

Um die Vorstellung nicht unnöthig zu compliciren, setzen wir zunächst voraus, die Spirale bestehe nur aus einer einzigen Lage von Windungen; in ihrer Mitte ist das Ellipsoid in der früher angegebenen Weise befestigt. Mit der Spirale fest verbunden denken wir uns ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Anfangspunkt mit dem Mittelpunkt der Spirale, dessen z -Axe mit der Axe derselben zusammenfällt. Auf den einzelnen Windungen der Spirale denken wir uns eine gemeinsame Grundrichtung markirt, so daß, wenn die Spirale in dieser Grundrichtung von einem galvanischen Strom durchflossen wird, die positiven Normalen der Stromflächen mit der positiven Richtung der z -Axe zusammenfallen. Unter der positiven Richtung der Normale soll hierbei stets diejenige verstanden werden, welche von einer im Strome schwimmenden und gegen den

Mittelpunkt der Stromfläche sehenden menschlichen Figur markirt wird mit ausgestreckter Linken.

Bezeichnen wir nun durch v^0 das Potential, welches von dem Ellipsoid auf die in der Grundrichtung von einem Strome von der Stärke 1 durchflossene Spirale in ihrer ersten Stellung ausgeübt wird, durch v^1 den Werth desselben Potentials nach der Drehung der Spirale um 180° , so ist der in derselben inducirte Strom nach dem Grundgesetze der Induction gegeben durch

$$J = \frac{\epsilon}{W} (v^1 - v^0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

wo unter ϵ die Inductionsconstante, unter W der Widerstand des ganzen Stromkreises verstanden ist.

Nach einem von mir in diesen Annalen Bd. 145 bewiesenen Satze können wir nun an Stelle der Potentiale v^1 und v^0 diejenigen Potentiale einführen, welche von dem Ellipsoid ausgeübt werden auf die mit dem Strome in seiner Wirkung auf äussere Punkte äquivalente Belegung der Endflächen der Spirale mit magnetischer Masse. Bezeichnen wir nämlich als Anfangsfläche der Spirale diejenige, welche einer in der Mitte der Spirale in der gemeinsamen Richtung der positiven Stromnormalen liegenden menschlichen Figur zu Füßen liegt, so können wir die Spirale in ihrer Wirkung auf äussere Punkte ersetzen durch eine gleichförmige Belegung ihrer Anfangsfläche mit magnetischer Masse von der Dichtigkeit $n : i$, durch eine Belegung ihrer Endfläche mit positiver magnetischer Masse von der Dichte $n \cdot i$, wobei wir unter n die Zahl der auf die Längeneinheit der Axe kommenden Windungen, unter i die Stromstärke zu verstehen haben.

Denken wir uns also die Spirale in der zuvor festgesetzten Grundrichtung von einem Strom von der Stärke 1 durchflossen, so können wir dieselbe in ihrer Wirkung auf äussere Punkte ersetzen durch eine Belegung ihrer Endfläche mit positiver magnetischer Masse von der Dichtigkeit n , durch eine Belegung ihrer Anfangsfläche mit negativer magnetischer Masse von derselben Dichtigkeit. Das

Potential, welches von dem Ellipsoid auf diese Belegung der Endflächen der Spirale in ihrer ersten Stellung ausgeübt wird, wollen wir bezeichnen durch Ω^0 , den Werth desselben Potentials, nachdem die Spirale um 180° gedreht ist, durch Ω' ; nach dem angeführten Satze finden dann folgende Beziehungen statt:

$$v^0 = \Omega^0 - 4\pi n \Gamma^{''0}$$

und

$$v' = \Omega' - 4\pi n \Gamma'.$$

Hier bezeichnen Γ^0 und Γ' die Werthe, welche das magnetische Moment des Ellipsoids vor und nach der Drehung der Spirale in der Richtung der mit dieser fest verbundenen z -Axe besitzt. Es ergibt sich somit:

$$v' - v^0 = \Omega' - \Omega^0 - 4\pi n (\Gamma' - \Gamma^0).$$

Es leuchtet aber ein, daß

$$\Omega' = -\Omega^0 \text{ und } \Gamma' = -\Gamma^0.$$

Die vorhergehende Gleichung geht somit über in:

$$v' - v^0 = -2\Omega^0 + 8\pi n \Gamma^0.$$

Führen wir diesen Werth ein in Gleichung (5), so ergibt sich für die Stärke des inducirten Stromes der Ausdruck

$$J = -2 \frac{c}{W} \Omega + 8\pi n \frac{c}{W} \Gamma \quad . \quad . \quad (6),$$

wo unter Ω das von dem Ellipsoid in der ersten Stellung auf die angegebenen magnetischen Belegungen der Endflächen der Spirale ausgeübte Potential, unter Γ in Uebereinstimmung mit der im zweiten Abschnitt eingeführten Bezeichnung das magnetische Moment des Ellipsoides in der Richtung der mit der Axe der Spirale zusammenfallenden z -Axe zu verstehen ist.

Wir gehen nun über zu der Berechnung des Potentials Ω ; dasselbe zerlegt sich unmittelbar in die Summe zweier Potentiale Ω' und Ω'' , von welchen das erste auf die positive Endfläche, das zweite auf die negative Anfangsfläche der Spirale ausgeübt wird.

Wir betrachten zunächst das Potential Ω' ; die Endfläche der Spirale, auf welche sich dasselbe bezieht, ist dargestellt durch eine Kreisebene, welche gleichförmig belegt ist mit positiver magnetischer Masse von der Dichtigkeit n , und durch deren Mittelpunkt die z -Axe senkrecht hindurchgeht. Bezeichnen wir die ganze Länge der Spirale durch 2ζ , so ist die Entfernung dieser Kreisebene vom Anfangspunkt des Coordinatensystem gleich l . Es sey nun dn ein Element der betrachteten Endfläche der Spirale, somit $n dn$ die in demselben vorhandene magnetische Masse; U der Werth, den das magnetische Potential des Ellipsoids in dem betrachteten Elemente besitzt, dann ist das Potential, welches von dem Ellipsoid auf die ganze Endfläche ausgeübt wird, dargestellt durch das über dieselbe hinerstreckte Integral

$$\Omega' = n \int U dn.$$

Das Potential U hat nach Gleichung (3) den Werth

$$U = k \left\{ \frac{AR}{1+kM} + \frac{BS}{1+kN} + \frac{CT}{1+kP} \right\}.$$

Die Ausdrücke

$$\frac{kA}{1+kM}, \quad \frac{kB}{1+kN}, \quad \frac{kC}{1+kP}$$

sind, wie sich aus den Gleichungen (1) ergibt, nichts anderes als die auf die Volumeinheit reducirten magnetischen Momente des Ellipsoides in der Richtung der Coordinatenachsen; bezeichnen wir diese Momente durch α , β , γ , so können wir das Potential U in folgender Form darstellen:

$$U = \alpha R + \beta S + \gamma T$$

wo R , S , T die durch die Gleichungen (4) gegebenen Werthe besitzen. Substituiren wir in dem Integral $\int U dn$ den für U gefundenen Ausdruck, so ergibt sich:

$$\Omega' = n\alpha \int R dn + n\beta \int S dn + n\gamma \int T dn$$

nun ist aber, wie leicht erhellt $\int R dn = 0$ und $\int S dn = 0$, die vorhergehende Gleichung reducirt sich daher auf:

$$\Omega' = n\gamma \int T dn.$$

Wir führen nun in der Ebene der Endfläche Polarkoordinaten ein durch die Gleichungen

$$x = \rho \cos \varphi \text{ und } y = \rho \sin \varphi.$$

Dann ergibt sich für das Element dn der Ausdruck:

$$dn = \frac{1}{2} d(\rho^2) d\varphi$$

und es wird, wenn wir für T seinen Werth aus Gleichung (4) einsetzen und gleichzeitig beachten, daß die z -Coordinate für alle Elemente dn einen und denselben Werth l besitzt,

$$\Omega' = 2\pi n\gamma \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) l \int_0^r \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right\} d(\rho^2) d\varphi.$$

Hier ist unter r der Halbmesser der Spirale zu verstehen. An Stelle des Differentialies $d(\rho^2)$ können wir einführen das Differential $d\sigma$ mit Hülfe der Gleichung

$$d(\rho^2) = 2(\lambda^2 \sigma - \frac{l^2}{\sigma^2}) d\sigma,$$

in welcher unter λ^2 die Differenz der Quadrate der Halbachsen des Ellipsoides zu verstehen ist. Bezeichnen wir dann den Werth von σ für $\rho = 0$ durch σ_0 , für $\rho = r$ durch σ_r , so giebt die Ausführung der Integration:

$$\Omega' = 4\pi^2 n\gamma \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) l \left\{ \sigma_r^2 \lambda^2 - l^2 \right\} \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_r^2 - 1}{\sigma_r^2} \log \frac{\sigma_r + 1}{\sigma_r - 1} - \frac{1}{\sigma_r} \right) - \frac{2l^2}{3} \left(\frac{1}{\sigma_r^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} \right) \}.$$

Der Definition von γ zu Folge ist:

$$\gamma = \frac{\Gamma}{v}$$

wo Γ wie früher das magnetische Moment des Ellipsoides nach der z -Axe, v das Volumen desselben bezeichnet; da

$$v = \frac{4}{3} \pi \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \lambda^2$$

so wird

$$\gamma = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\Gamma}{\sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \lambda^2},$$

und wir können das Potential Ω' schliesslich in folgender Form darstellen

$$\Omega' = 3\pi n \Gamma \frac{l}{\lambda^3} \cdot \left\{ (\sigma''^2 \lambda^2 - \lambda^2) \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma''^2 - 1}{\sigma''^2} \log \frac{\sigma'' + 1}{\sigma'' - 1} - \frac{1}{\sigma''} \right) - \frac{2l^2}{3} \left(\frac{1}{\sigma''^3} - \frac{1}{\sigma_i^3} \right) \right\}.$$

Das Potential Ω'' , welches von dem Ellipsoid auf die Anfangsfläche der Spirale ausgeübt wird, unterscheidet sich von Ω' nur dadurch, daß $-l$ an die Stelle von l , und $-n$ an die Stelle von n tritt; durch diese Substitution wird aber der Ausdruck Ω' nicht verändert, es ergibt sich daher, daß

$$\Omega'' = \Omega'.$$

Das Potential $\Omega = \Omega' + \Omega''$, welches von dem Ellipsoid auf beide Flächen zusammengenommen ausgeübt wird, hat somit den Werth

$$\Omega = 6\pi n \Gamma \cdot \frac{l}{\lambda} \left(\sigma''^2 - \frac{l^2}{\lambda^2} \right) \left\{ \frac{1}{2} \frac{\sigma''^2 - 1}{\sigma''^2} \log \frac{\sigma'' + 1}{\sigma'' - 1} - \frac{1}{\sigma''} \right\} - 4\pi n \Gamma \frac{l^2}{\lambda^3} \left(\frac{1}{\sigma''^3} - \frac{1}{\sigma_i^3} \right).$$

Bemerken wir, daß $\frac{l}{\lambda} = \sigma_i$, so können wir diesen Ausdruck auf folgende Form bringen

$$\Omega = 6\pi n \Gamma \sigma_i (\sigma''^2 - \sigma_i^2) \left\{ \frac{1}{2} \frac{\sigma''^2 - 1}{\sigma''^2} \log \frac{\sigma'' + 1}{\sigma'' - 1} - \frac{1}{\sigma''} \right\} - 4\pi n \Gamma \sigma_i^3 \left(\frac{1}{\sigma''^3} - \frac{1}{\sigma_i^3} \right).$$

Der Strom, welcher in der Spirale durch die Umkehrung des magnetischen Momentes des Ellipsoides inducirt wird, ist nach Gleichung (6) gegeben durch

$$J = -2 \frac{\epsilon}{W} \Omega + 8\pi n \frac{\epsilon}{W} \Gamma.$$

Substituiren wir hier den für Ω gefundenen Werth, so ergibt sich

$$J = 4\pi n \frac{e}{W} \cdot \Gamma \left\{ 2 \frac{\sigma_i^3}{\sigma_u^3} - 3 \sigma_i (\sigma_u^3 - \sigma_i^3) \right. \\ \left. \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_u^3 - 1}{\sigma_u^2} \log \frac{\sigma_u + 1}{\sigma_u - 1} - \frac{1}{\sigma_u} \right) \right\}.$$

Wir setzen:

$$J = 8\pi n \frac{e}{W} \cdot \Sigma \cdot \Gamma \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

wo dann

$$2\Sigma = 2 \frac{\sigma_i^3}{\sigma_u^3} - 3 \sigma_i (\sigma_u^3 - \sigma_i^3) \left\{ \frac{1}{2} \frac{\sigma_u^3 - 1}{\sigma_u^2} \log \frac{\sigma_u + 1}{\sigma_u - 1} - \frac{1}{\sigma_u} \right\}.$$

Entwickeln wir den in der Klammer enthaltenen Logarithmus nach Potenzen von $\frac{1}{\sigma_u}$, so ergibt sich für Σ der Näherungswerth

$$\Sigma = \frac{\sigma_i}{\sigma_u} + \frac{\sigma_i}{\sigma_u} \left(1 - \frac{\sigma_i^3}{\sigma_u^3} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_u^2} + \frac{3}{35} \frac{1}{\sigma_u^3} \right) \quad . \quad (8).$$

Hier ist:

$$\sigma_i^2 = \frac{l^2}{\lambda^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und σ_u^2 ergibt sich als die eine Wurzel der quadratischen Gleichung

$$\frac{l^2}{\lambda^2 \sigma^2} + \frac{r^2}{\lambda^2 (\sigma^2 - 1)} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad (9').$$

Haben wir an Stelle einer einfachen Spirale eine solche, welche aus mehreren Lagen von Windungen übereinander besteht, so wird durch die Umkehrung des magnetischen Momentes des in derselben befestigten Ellipsoides in jeder dieser Lagen ein Strom inducirt, und der ganze in der Spirale inducirte Strom wird gleich der Summe der in den einzelnen Lagen inducirten Ströme seyn; diese letzteren lassen sich aber bestimmen mit Hülfe der Gleichung (7).

Besteht z. B. die Spirale aus 4 Windungslagen, bei welchen beziehungsweise n_1 , n_2 , n_3 , und n_4 Windungen auf die Längeneinheit der Axe fallen, und bezeichnen wir die Werthe, welche die Constante Σ mit Beziehung auf ein bestimmtes Ellipsoid für die 4 Lagen annimmt durch Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 , und Σ_4 , so wird der in der Spirale inducirte Strom gegeben seyn durch

$$J = 8\pi \frac{\epsilon}{W} \Gamma \{n_1 \Sigma_1 + n_2 \Sigma_2 + n_3 \Sigma_3 + n_4 \Sigma_4\}$$

wir setzen in diesem Falle

$$S = n_1 \Sigma_1 + n_2 \Sigma_2 + n_3 \Sigma_3 + n_4 \Sigma_4 \dots (10)$$

und erhalten dann:

$$J = 8\pi \frac{\epsilon}{W} S \cdot \Gamma \dots (10').$$

V. Der in der Spirale durch die unmittelbare Wirkung des Erdmagnetismus inducirte Strom; Berechnung des in dem Ellipsoid inducirten magnetischen Momentes Γ und der Magnetisirungsfunktion k .

Halten wir uns zunächst an die erste Stellung der Spirale, bei welcher die verticale Componente des Erdmagnetismus zur Induction benützt wird, so ist nach dem bekannten Gauß'schen Satze der bei der Drehung der Spirale inducirte Strom gegeben durch

$$J_0 = 2 \frac{\epsilon}{W} F \cdot \Gamma \dots (11),$$

wo F die von sämmtlichen Windungen umschlossene Fläche, Γ die verticale Componente des Erdmagnetismus bezeichnet. Hat die Spirale 4 Windungslagen, deren Halbmesser r_1 , r_2 , r_3 und r_4 sind, und bei welchen beziehungsweise n_1 , n_2 , n_3 und n_4 Windungen auf die Längeneinheit der Axe kommen, so ist

$$F = 2\pi l (n_1 r_1^2 + n_2 r_2^2 + n_3 r_3^2 + n_4 r_4^2) \dots (12).$$

Der Ausdruck für J_0 ist, wie man sieht, bis auf den Factor $\frac{\epsilon}{W}$ vollständig bestimmt durch die Dimensionen der Spirale und durch die verticale Componente des Erdmagnetismus; der Ausdruck, den wir in Gleichung (10') für J gegeben haben

$$J = 8\pi \frac{\epsilon}{W} \cdot S \cdot \Gamma$$

enthält ebenfalls den Factor $\frac{\epsilon}{W}$, ferner das gesuchte magnetische Moment Γ und eine Constante S , welche durch die Dimensionen der Spirale und des gegebenen Ellipsoi-

des vollständig bestimmt ist. Die für J und J_0 in den Gleichungen (10') und (11) aufgestellten Ausdrücke haben also, wenn wir von dem gemeinsamen Factor $\frac{\varepsilon}{W}$ absehen, genau diejenigen Eigenschaften, welche in der zu Ende des dritten Abschnitts gemachten Bemerkung vorausgesetzt wurden.

Setzen wir dieselben in die dort gegebene Gleichung

$$J : J_0 = \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2} : \sin \frac{\beta}{2}$$

ein, so ergibt sich:

$$8\pi S\Gamma : 2FT = \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2} : \sin \frac{\beta}{2}$$

oder

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi} \frac{\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} \cdot \frac{F}{S} \cdot T,$$

wo α der Ausschlagswinkel der Galvanometernadel bei der Beobachtung mit dem Ellipsoid, β der Ausschlagswinkel bei der Beobachtung mit der Spirale allein.

Es ergibt sich also das in dem Ellipsoid in der Richtung der Rotationsaxe inducirte Moment Γ als ein Vielfaches der verticalen Componente Γ des Erdmagnetismus. Wir setzen:

$$\Gamma = G \cdot T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

wo dann unter G der Ausdruck zu verstehen ist

$$G = \frac{1}{4\pi} \frac{\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} \cdot \frac{F}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13').$$

Zur Bestimmung des dem gegebenen Ellipsoide zugehörigen Werthes der Magnetisirungsfuction k dient die Gleichung

$$\Gamma = k v \cdot \frac{C}{1 + kP}$$

wo wir C durch die verticale Componente des Erdmagnetismus zu ersetzen haben; wenn wir ferner in dieser Gleichung

chung an Stelle von I den Werth GT einführen, so ergibt sich

$$k = \frac{G}{v - GP} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15),$$

wo v das Volumen des Ellipsoides, P eine von seinen Dimensionen abhängige Constante, deren Bedeutung durch Gleichung (2) gegeben ist, und G wie sich aus der Art seiner Einführung ergibt nichts anderes ist, als die *Magnetisirungsfunktion des gegebenen Ellipsoides*. Gleichzeitig sehen wir, daß zur Berechnung des Werthes von k die Kenntniß der inducirenden Componente des Erdmagnetismus nicht nothwendig ist, daß wir also die obigen Formeln ungeändert auf den Fall übertragen können, daß die horizontale Componente des Erdmagnetismus zur Induction benutzt wird.

Ehe wir zu den Beobachtungen selbst und deren Resultaten übergehen, sollen im Folgenden diejenigen Operationen zusammengestellt werden, welche wichtig sind, um für ein bestimmtes Ellipsoid die Magnetisirungsfunktion k zu ermitteln.

1. Bestimmung der Dimensionen des Ellipsoides, Berechnung seines Volumens v und der durch Gleichung (2) definirten Constanten P .

2. Berechnung der von den Windungen der Spirale umschlossenen Fläche F aus den Dimensionen und Windungszahlen derselben Gleichung (12).

3. Berechnung der Constante S , welche durch die Gleichung (10) definirt ist, und welche von den Dimensionen des Ellipsoides einerseits, von denen der Spirale andererseits abhängt. Gl. (8), Gl. (9), Gl. (9'), Gl. (10).

4. Galvanometerbeobachtungen nach der Weber'schen Multiplicationsmethode; Bestimmung der Ausschlagswinkel α und β , welche die Nadel giebt, je nachdem die Spirale mit dem Ellipsoid gedreht wird, oder für sich allein.

5. Bestimmung der Magnetisirungsfunktion G des Ellipsoides. Gl. (13).

6. Bestimmung von k nach Gleichung (14).

Zur Berechnung von $\sin \frac{\alpha}{2}$ und $\sin \frac{\beta}{2}$ bemerken wir, daß es nur auf die Verhältnisse dieser Gröſsen ankommt, nicht auf ihre absoluten Werthe. Da die Winkel α und β überdies sehr klein sind, so können wir zur Berechnung von $\sin \frac{\alpha}{2}$ und $\sin \frac{\beta}{2}$ folgende Näherungsformel gebrauchen. Sind a und b die aus den Beobachtungen sich ergebenden Mittelwerthe zweier aufeinanderfolgender Elongationen, so setzen wir:

$$n = \frac{b - a}{2},$$

und erhalten dann für den Sinus des halben Ausschlagswinkels den Ausdruck

$$= \frac{1}{4r} \left(n - \frac{11}{32} \cdot \frac{n^3}{r^2} \right)$$

wo r der Abstand von Spiegel und Scala in Scalentheilen.

VI. Die Beobachtungen und die Magnetisirungsfuction der Ellipsoide.

Es wurden von Mechanikus Apel in Göttingen nach Zeichnung 7 Ellipsoide von verschiedenem Volumen und Axenverhältniß hergestellt, das Volumen zwischen 44 und 175 Cubikcentimeter, das Axenverhältniß zwischen 4 und 12 wechselnd. Werden die Ellipsoide nach dem Axenverhältniß in eine Reihe geordnet, welche mit dem gestrecktesten Ellipsoide schließt, so sollen die einzelnen Ellipsoide mit der ihrer Stelle in der Reihe entsprechenden römischen Zahl bezeichnet werden. Alle Ellipsoide waren aus einem und demselben Stabe weichen Schmiedeeisens geschnitten, und zwar, um etwaige locale Verschiedenheiten zu eliminiren, in einer nach dem Axenverhältniß möglichst wechselnden Reihenfolge. Um die Genauigkeit der Herstellung zu prüfen, wurde das Volumen aus dem Gewichtsverluste in Wasser direct bestimmt, und mit diesem als richtig angenommenen Werthe das aus den gemessenen Axen berechnete Volumen verglichen. Brachte man an den gemessenen Axen eine für beide gleiche Correction

in der Weise an, daß das aus den corrigirten Axen berechnete Volum mit dem aus dem Gewichtsverlust gefundenen übereinstimmte, so zeigte sich, daß die Gröfse dieser Correction im Maximum 0,2 Millimeter betrug, was einer Verlängerung, beziehungsweise Verkürzung, der Axen um 0,1 Millimeter auf jeder Seite entsprechen würde. Es kann somit die Herstellung der Ellipsoide ohne Zweifel als eine befriedigende bezeichnet werden. Daß der Eisenstab gut homogen war, folgt aus der Uebereinstimmung der specifischen Gewichte der einzelnen Ellipsoide, welche nur zwischen 7,797 und 7,786 schwanken.

Die Resultate dieser Messungen sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die erste Columnne enthält die gemessenen Werthe der kleinen Axen der Ellipsoide, die zweite Columnne die Rotationsaxen, beide reducirt auf die Temperatur Null. Die dritte Columnne enthält die aus dem Gewichtsverlust berechneten Volumina; die vierte Columnne enthält die Correction δ_0 , welche an den gemessenen Axen $2a_0$ und $2c_0$ anzubringen ist, damit das aus diesen Axen berechnete Volum mit dem aus dem Gewichtsverlust bestimmten übereinstimmt; die fünfte Columnne endlich enthält die specifischen Gewichte Δ_0 der Ellipsoide, die sechste die Zahlen P ; sämmtliche Angaben der Tabelle beziehen sich auf eine Temperatur von null Graden.

	$2a_0$	$2c_0$	v_0	δ	Δ_0	P
I.	35,953	142,984	97679	+0,149	7,7806	0,95525
II.	36,499	180,132	126862	+0,160	7,7845	0,71417
III.	36,344	215,458	146946	-0,233	7,7810	0,55262
IV.	36,335	252,347	174587	+0,014	7,7859	0,43993
V.	21,050	186,559	44090	+0,185	7,7828	0,30631
VI.	24,446	263,795	82855	+0,044	7,7837	0,22674
VII.	20,762	250,009	55215	-0,214	7,7790	0,19117

Die zu den Versuchen benutzte Spirale bestand aus einer 547 Millimeter langen Messingröhre, auf welche ein, mit Seide übersponnener Kupferdraht in 4 Lagen übereinander aufgewunden war. Der Durchmesser der Röhre be-

trug 43,5 Millimeter, der Durchmesser einer die Spirale umhüllenden Cylinderfläche 63,1 Millimeter. Die Dicke des umsponnenen Drahtes war 2,44 Millimeter. Die Zahl der Windungen in den drei ersten Lagen betrug 225, in der äußersten Lage dagegen nur 124. Für die von den Windungen umschlossene Fläche ergibt sich hieraus

$$F = 1735000 \text{ } \square \text{ Mm.}$$

Die Werthe der Zahl S , wie sie den verschiedenen Ellipsoiden entsprechen, mögen im folgenden zusammengestellt werden.

	S
I.	1,4535
II.	1,4535
III.	1,4532
IV.	1,4528
V.	1,4534
VI.	1,4528
VII.	1,4529.

Eine erste Reihe von Galvanometerbeobachtungen zur Bestimmung des in dem Ellipsoide inducirten magnetischen Momentes wurde ausgeführt im Sommer 1870; und zwar wurde bei diesen Versuchen nur die verticale Componente des Erdmagnetismus zur Induction benutzt. Die Beobachtungen wurden immer für eine möglichst große Zahl von Ellipsoiden nach einander angestellt; zu Anfang und Schluß jeder Versuchsreihe wurde eine Beobachtung mit der Spirale allein gemacht. Die Beobachtungen vertheilten sich auf einen Zeitraum von 8 Wochen, während dessen die Temperatur zwischen 17° und 25° schwankte, ohne daß sich ein Einfluß dieser Schwankungen auf die Beobachtungen zu erkennen gab. Mit Ausnahme der Ellipsoide V und VII wurden für jedes Ellipsoid vier jedesmal aus zwei getrennten Sätzen bestehende Beobachtungsreihen ausgeführt; für die Ellipsoide V und VII dagegen lag je nur eine Versuchsreihe vor, da die Vollendung der Untersuchung durch die Zeitereignisse unmöglich gemacht wurde.

Das Galvanometer war in einer Entfernung von beiläufig $4\frac{1}{2}$ Metern von der Spirale aufgestellt; dasselbe war mit einem astatischen Nadelpaar versehen, dessen Schwingungsdauer 17 Secunden betrug. Es zeigte sich, daß die Elongationen nach dem zwölften Inductionsstofs als constant betrachtet werden konnten.

Beispielsweise sey im folgenden das Protokoll der Galvanometerbeobachtungen mitgetheilt, bei welcher das Ellipsoid π in die Spirale eingeschoben war; es sind zwei Sätze von Beobachtungen, welche unmittelbar nach einander gemacht wurden; a und b sind die Umkehrpunkte zu beiden Seiten der Ruhelage.

1. Satz.		2. Satz.	
a	b	b	a
930,8	575,3	574,7	930,9
931,1	576,4	574,6	930,7
931,8	575,9	575,2	930,8
931,9	575,9	574,7	930,7
931,7	575,7	574,5	931,2
931,9	575,9	573,9	931,1.

Die sechs Werthpaare von Umkehrpunkten, welche jeder dieser beiden Sätze enthält, wurden nun zunächst zerlegt in 4 Tripel, indem immer zwei aufeinanderfolgende Umkehrpunkte derselben Seite zusammengenommen wurden mit dem dazwischenliegenden Umkehrpunkt der gegenüberliegenden Seite. Aus jedem dieser Tripel wurde dann ein Werth berechnet für $a - b$, indem zwischen dem Mittel aus den derselben Seite angehörnden Umkehrpunkten und dem auf der anderen Seite der Ruhelage liegenden Umkehrpunkte die Differenz genommen wurde; es ergaben sich so aus den obigen Sätzen folgende Werthe für die Differenz $b - a$.

1. Satz.	2. Satz.
355,65	356,25
355,65	355,55
355,90	356,10
356,10	357,25.

Im Mittel ergibt sich demnach aus dem ersten Satz für $a - b$ der Werth 355,82 mit dem mittleren Fehler 0,11, aus dem zweiten Satze der Werth 356,29 mit dem mittleren Fehler 0,35; aus beiden Sätzen zusammen ergibt sich das Hauptmittel

$$a - b = 355,92.$$

und

$$n_{\alpha} = 177,96,$$

wo der beigefügte Index α andeutet, daß die Elongation n_{α} dem Winkel α entspricht, um welchen das Nadelpaar abgelenkt wird, wenn die Spirale mit dem Ellipsoid gedreht wird.

Zu Anfang und Schluß derjenigen Reihe von Beobachtungen, welcher die beiden obigen Sätze entnommen sind, waren je zwei Sätze gemacht worden, bei welchen die Spirale allein gedreht wurde; bezeichnen wir die in diesem Fall eintretende Elongation durch n_{β} , so ergab sich im Mittel aus den zu Anfang gemachten Sätzen

$$n_{\beta} = 65,61.$$

Aus den zum Schluß gemachten Sätzen

$$n_{\beta} = 65,46.$$

Es ist demnach der dem oben angegebenen Werth von n_{α} entsprechende Werth von n_{β}

$$n_{\beta} = 65,53.$$

Da für die Ellipsoide I, II, III, IV und VI je vier verschiedene Beobachtungsreihen vorlagen, so konnten für dieselben auch vier verschiedene Werthpaare n_{α} und n_{β} berechnet werden; für die Ellipsoide V und VII dagegen ergab sich je nur ein einziges Paar von Werthen.

Aus jedem Werthpaare n_{α} , n_{β} werden wir mit Hilfe der früher angeführten Formeln zunächst den Werth der Magnetisirungsfunktion G des betrachteten Ellipsoides berechnen können; wir bedürfen zu diesem Zweck nur noch einer genaueren Angabe über den Abstand des Spiegels von der Scala; es betrug dieser 4413,3 Millimeter, der Werth eines Scalentheils 0,9833 Millimeter.

Wir geben im folgenden für jedes der Ellipsoide die zusammengehörenden Werthe von n_α , n_β und G , wie sie sich aus den Beobachtungen ergeben.

Ellipsoid I.

	n_α	n_β	G
27. Mai	130,03	65,45	93670
30. Mai	130,44	65,24	94800
31. Mai	131,08	65,53	94960
8. Juli	131,78	65,74	95360

Ellipsoid II.

	n_α	n_β	G
30. Mai	177,20	65,24	162870
31. Mai	177,96	65,53	162840
2. Juni	177,43	65,34	162940
3. Juni	177,85	65,68	162090

Ellipsoid III.

	n_α	n_β	G
27. Mai	231,76	65,45	241100
28. Mai	232,38	65,71	240690
30. Mai	232,31	65,24	243000
31. Mai	233,08	65,53	242610

Ellipsoid IV.

	n_α	n_β	G
27. Mai	308,97	65,45	352840
28. Mai	310,18	65,71	352820
30. Mai	310,26	65,24	356170
31. Mai	310,40	65,53	354370

Ellipsoid V.

	n_α	n_β	G
15. Juli	153,83	66,22	125030

Ellipsoid VI.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
30. Mai	271,72	65,24	300300
31. Mai	271,47	65,53	298170
8. Juli	272,80	65,74	298850
15. Juli	273,95	66,22	297630

Ellipsoid VII.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
15. Juli	234,15	66,22	297400.

Die in den Tabellen enthaltenen Werthe von G repräsentiren nach den vorhergehenden Bemerkungen diejenigen Werthe der Magnetisirungsfunktionen unserer Ellipsoide, welche der verticalen Componente des Erdmagnetismus als inducirender Kraft entsprechen. Wir werden von diesen Werthen der Magnetisirungsfunktion G dann Gebrauch machen, um die entsprechenden Werthe der Functionen k und p zu berechnen.

Ehe ich jedoch hierauf eingehe, will ich noch die Resultate einer zweiten Reihe von Beobachtungen mittheilen, welche ich im Sommer 1872 ausgeführt habe. Es wurde bei diesen Versuchen sowohl die verticale als auch die horizontale Componente des Erdmagnetismus zur Induction benutzt, und zwar wurde zuerst eine Reihe von Versuchen mit der verticalen Componente, dann eine Reihe von Versuchen mit den horizontalen Componenten, und schliesslich wieder eine Reihe mit der verticalen Componente ausgeführt, um den Einfluss von möglicherweise stattfindenden Aenderungen der magnetischen Natur des Eisens zu eliminiren.

Das Galvanometer war in einer Entfernung von etwa 3 Meter von dem Inductor aufgestellt; die Schwingungsdauer des astatischen Nadelpaares betrug 36 Secunden, wodurch die Genauigkeit der Beobachtungen nicht unerheblich vergrößert wurde. Die Entfernung zwischen Spiegel und Scala betrug 3211,3 Scalentheile.

Es mögen zunächst die Resultate der ersten Beobachtungsreihe folgen, bei welcher die verticale Componente

zur Induction benutzt war; dieselbe war in ganz ähnlicher Weise angeordnet wie die im Vorhergehenden beschriebenen Versuche; für jedes Ellipsoid wurden zwei verschiedene aus je zwei Sätzen bestehende Beobachtungen ausgeführt; jeder einzelne Satz bestand aus 12 Paaren von Umkehrpunkten. Die folgenden Tabellen enthalten die aus den Beobachtungen berechneten Werthe von n_α , n_β und G .

Ellipsoid I.

	n_α	n_β	G
14. Juni	107,74	52,59	99550
16. Juni	107,82	52,46	100170

Ellipsoid II.

	n_α	n_β	G
18. Juni	147,33	52,66	170570
19. Juni	146,90	52,58	170210

Ellipsoid III.

	n_α	n_β	G
17. Juni	193,39	52,56	254130
18. Juni	193,21	52,55	253870

Ellipsoid IV.

	n_α	n_β	G
16. Juni	256,10	52,46	367880
17. Juni	256,06	52,56	366920

Ellipsoid V.

	n_α	n_β	G
13. Juni	124,26	52,68	128970
15. Juni	124,00	52,59	128880

Ellipsoid VI.

	n_α	n_β	G
18. Juni	221,86	52,55	305540
18. Juni	222,37	52,66	305610

Ellipsoid VII.

	n_α	n_β	G
17. Juni	188,78	52,56	245880
17. Juni	189,19	52,56	246630.

Bei Anwendung der horizontalen Componente des Erdmagnetismus waren die Ablenkungen der Galvanometernadel zum Theil sehr klein, und es mußte daher insbesondere auf die Beobachtung derjenigen Elongationen, welche bei der Drehung der Spirale allein erhalten wurden, die größte Sorgfalt verwendet werden; es wurden demgemäß die Beobachtungen mit der Spirale allein nicht nur zu Anfang und Schluß einer größeren Reihe von Beobachtungen ausgeführt, sondern es wurden, immer unmittelbar vor und nach der Beobachtung mit einem Ellipsoide je zwei Sätze mit der Spirale allein gemacht, so daß sich für jedes Ellipsoid ein besonderer Mittelwerth n_β in jeder Versuchsreihe ergab.

Um ein Beispiel von der Präcision zu geben, mit welcher die Galvanometerbeobachtungen ausgeführt wurden, möge das Protokoll einer Beobachtung mitgetheilt werden, bei welcher die Spirale allein gedreht wurde, die Bezeichnungen sind dieselben wie früher.

a	b
750,3	796,1
750,3	796,1
750,5	795,9
750,2	796,1
750,3	795,9
750,0	795,8
750,1	795,7
749,9	796,0
750,0	795,9.

Es ergeben sich aus diesem Satze folgende Werthe für die Differenz $b - a$.

45,80
 45,50
 45,85
 45,85
 45,70
 45,95.

Der Mittelwerth von $b - a$ wird gleich 45,77, der mittlere Fehler gleich 0,06. Es ist dieser Satz einer Beobachtungsreihe entnommen, bei welcher auf denselben 2 mit Ellipsoid IV ausgeführte Sätze folgten; der korrespondierende nach der Beobachtung mit dem Ellipsoid ausgeführte Satz mit der Spirale allein gab

$a - b = 45,58$ mit dem mittleren Fehler 0,09.

Die Resultate der Beobachtungen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Ellipsoid I.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
27. Juni	46,60	22,80	99160
28. Juni	46,63	22,82	99110

Ellipsoid II.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
28. Juni	63,21	22,80	168320
30. Juni	63,21	22,88	167390

Ellipsoid III.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
25. Juni	82,51	22,95	246490
26. Juni	82,98	23,07	246640

Ellipsoid IV.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
26. Juni	109,25	22,94	357390
27. Juni	109,08	22,84	358660

Ellipsoid V.

	$n\alpha$	$n\beta$	G
27. Juni	53,25	22,77	127420
28. Juni	53,30	22,83	126760

Ellipsoid VI

	$n\alpha$	$n\beta$	G
25. Juni	94,29	22,97	294960
30. Juni	93,97	22,88	295160

Ellipsoid VII.

	n_{α}	n_{β}	G
25. Juni	79,44	22,93	236190
26. Juni	79,95	22,93	236230.

Die dritte Reihe von Versuchen, bei welchen wiederum die verticale Componente zur Induction benutzt wurde, war in derselben Weise ausgeführt, wie die eben besprochene Reihe; die Resultate derselben sind folgende:

Ellipsoid I.

	n_{α}	n_{β}	G
23. Juli	108,12	52,73	99710
24. Juli	108,32	52,86	99590

Ellipsoid II.

	n_{α}	n_{β}	G
12. Juli	147,55	52,85	170010
23. Juli	147,33	52,70	170370

Ellipsoid III.

	n_{α}	n_{β}	G
25. Juli	193,53	52,79	252860
26. Juli	193,79	52,88	252740

Ellipsoid IV.

	n_{α}	n_{β}	G
12. Juli	256,70	52,89	366220
23. Juli	256,38	52,72	366090

Ellipsoid V.

	n_{α}	n_{β}	G
25. Juli	124,94	52,95	129040
26. Juli	124,78	52,82	129310

Ellipsoid VI.

	n_{α}	n_{β}	G
12. Juli	222,56	52,94	303830
23. Juli	222,02	52,74	304400

Ellipsoid VII.

	n_{α}	n_{β}	G
23. Juli	188,61	52,75	244740
25. Juli	189,55	52,78	245850.

VII. Die Magnetisirungsfuction k .

Die Zahl G , bis zu deren Ermittlung wir im vorhergehenden Abschnitt die Rechnung verfolgt haben, ist nach Gleichung (13) definirt durch

$$G = \frac{I}{C},$$

wenn wir an Stelle der verticalen Componente I wieder die allgemeine Bezeichnung C für eine in der Richtung der Rotationsaxe wirkende magnetisirende Kraft restituiren; es ist also die Gröfse G , wie wir schon im vorhergehenden Abschnitt bemerkt haben, nichts anderes, als die Magnetisirungsfuction des betreffenden Ellipsoides in dem zu Anfang der Abhandlung festgelegten Sinne.

Die Magnetisirungsfuction k hängt nun nach Gleichung (14) mit der Magnetisirungsfuction G zusammen durch die Formel

$$k = \frac{G}{v - GP},$$

eine Beziehung, welche aber nothwendig gebunden seyn wird an eine bestimmte Beziehung zwischen den Argumenten k und G .

Das Argument von G ist in unserem Falle repräsentirt durch die verticale oder horizontale Componente des Erdmagnetismus, ist daher als eine gegebene Gröfse zu betrachten; eine Beziehung zwischen den beiden angeführten Argumenten würde uns somit zur Bestimmung des Argumentes von k dienen. Diese Beziehung ergibt sich nun durch folgende Ueberlegung.

Das in der Volumeneinheit des Ellipsoides inducirte magnetische Moment können wir darstellen in der Form

$$\frac{I}{v} = \frac{G}{v} \cdot C,$$

oder wenn wir für G seinen Werth setzen ausgedrückt in k

$$\frac{I}{v} = k \cdot \frac{C}{1 + kP}.$$

Betrachten wir auf der anderen Seite einen unendlich langen Cylinder, welcher durch eine seiner Axe parallele Kraft magnetisirt wird, und nehmen wir an, das in der Volumeneinheit desselben inducirte magnetische Moment sey gleich dem in der Volumeneinheit unseres Ellipsoides inducirten Moment, also gleich

$$k \cdot \frac{C}{1 + kP},$$

so werden wir sofort die constante magnetisirende Kraft bestimmen können, welche unter diesen Umständen auf den Cylinder wirken muß. Bezeichnen wir nämlich diese Kraft durch K , so muß die Gleichung stattfinden:

$$k \cdot K = k \cdot \frac{C}{1 + kP},$$

woraus

$$K = \frac{C}{1 + kP}.$$

Wir haben somit zu der Berechnung der Magnetisirungsfunction k und des entsprechenden Argumentes K die beiden Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{G}{v - GP} \\ K &= \frac{C}{1 + kP} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15),$$

wo wir für C die verticale oder die horizontale Componente des Erdmagnetismus zu setzen haben.

Es mögen zunächst die Resultate mitgetheilt werden, welche sich mit Hülfe der übrigen Formeln aus den Versuchen des Jahres 1870 ergeben. Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der verschiedenen Werthe, welche sich für die einzelnen Ellipsoide für die Function k ergeben, nebst den daraus berechneten Mittelwerthen.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
	11,4	15,5	17,6	18,2	21,6	20,3	25,4
	13,5	15,4	17,3	18,2		19,6	
	13,6	15,5	19,2	19,9		19,8	
	14,5	14,6	18,8	18,8		18,9	
Mittel	13,2	15,2	18,2	18,8	21,6	19,6	25,4.

Die Mittelwerthe von k wurden nun benutzt zur Berechnung der entsprechenden Argumente K und es ergab sich schliesslich folgende Tabelle korrespondirender Werthe von k und K .

	k	K	
I.	13,2	0,319	1
II.	15,2	0,366	3
III.	18,2	0,392	5
IV.	18,8	0,468	7
V.	21,6	0,570	4
VI.	19,6	0,797	6
VII.	25,4	0,741	2.

Hier geben die in der letzten Verticalreihe beigesetzten Zahlen die Reihenfolge an, in welcher die einzelnen Ellipsoide aus dem Eisenstabe herausgeschnitten wurden.

Wir sehen, dass in dieser Tabelle im allgemeinen den grösseren Werthen der Function k auch grössere Werthe des Argumentes K entsprechen; dieses Verhalten kann ein rein zufälliges durch die verschiedene magnetische Natur unserer Eisenstücke bedingtes seyn, oder aber kann in der Tabelle eine allgemeine Eigenschaft der Function k ausgesprochen seyn, nämlich die Eigenschaft für kleine Werthe des Arguments mit wachsendem Argument zu wachsen. Zur Entscheidung dieser Alternative diene die zweite Reihe von Versuchen, bei welcher jedes einzelne Ellipsoid zwei verschiedenen magnetisirenden Kräften, der verticalen und der horizontalen Componente des Erdmagnetismus unterworfen und dadurch der Einfluss der Verschiedenheit der magnetischen Natur des Eisens eliminirt wurde.

Die Werthe der Function k , wie sie sich aus den verschiedenen Beobachtungsreihen ergeben, sind folgende.

1. Versuche mit der Verticalcomponente.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
38,5	33,8	39,0	28,9	28,1	22,5	30,0
50,3	32,1	38,2	27,9	27,9	22,5	30,6
41,1	31,2	35,1	27,2	28,3	21,8	29,0
39,1	32,8	34,7	27,0	28,9	22,0	29,9
42,2	32,5	36,7	27,7	28,3	22,2	29,9.

2. Versuche mit der Horizontalcomponente

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
33,6	25,3	23,0	20,6	24,7	18,5	23,5
33,0	22,9	23,2	21,3	24,1	18,5	23,5
Mittel 33,3	24,1	23,1	20,9	24,4	18,5	23,5.

Bestimmen wir aus den Mittelwerthen von k mit Hülfe der aus der Variationsformel berechneten horizontalen und verticalen Componente des Erdmagnetismus die entsprechenden Werthe von K , so ergibt sich folgende Zusammenstellung

	k	K	k	K
I.	33,3	0,057	42,3	0,104
II.	24,1	0,102	32,5	0,177
III.	23,1	0,135	36,7	0,201
IV.	20,9	0,182	27,7	0,325
V.	24,4	0,219	28,3	0,443
VI.	18,5	0,358	22,2	0,710
VII.	23,5	0,339	29,9	0,638.

Vergleichen wir die in dieser Tabelle enthaltene Werthreihe von k , wie sie der verticalen Componente des Erdmagnetismus als inducirender Kraft entspricht, mit der aus den Versuchen vom Sommer 1870 berechneten Werthreihe, so bemerken wir, daß zwischen den beiden Reihen nicht die geringste Uebereinstimmung vorhanden ist. Es muß somit in dem zwischen beiden Versuchsreihen liegenden Zeitraum von zwei Jahren eine Aenderung in der magnetischen Natur unserer Eisenstücke stattgefunden haben. Vergleichen wir ferner in der letzten Tabelle, welcher die Versuche vom Sommer 1872 zu Grunde liegen, die verschiedenen Ellipsoiden entsprechenden Werthe von k untereinander, so bemerken wir, daß zwischen denselben kein bestimmter Zusammenhang erkennbar ist. Wir werden demnach die Function k als eine für die verschiedenen Ellipsoide verschiedene, ihre besondere magnetische Natur charakterisirende zu betrachten haben, und dürfen auf die Vergleichung der verschiedenen Ellipsoiden entsprechenden

Werthe von k keinen Schluß auf die Natur dieser Function bauen. Vergleichen wir dagegen die einem und demselben Ellipsoide angehörigen Werthe von k , so bemerken wir, daß dem größeren Werthe des Argumentes K auch stets der größere Werth von k entspricht. Bei größeren Werthen des Arguments K nimmt die Function k bekanntlich bei wachsendem Argument ab; daß bei kleineren Werthen des Argumentes das entgegengesetzte Verhalten eintritt, wurde zuerst mit Sicherheit ausgesprochen und nachgewiesen durch Hrn. Stoletow. Die untere Gränze der von ihm benutzten Kräfte ist etwa bezeichnet durch $K = 5$; *daß dasselbe Verhalten der Function k selbst bei auch hundertmal kleinerem Werthe des Arguments stattfindet, dürfte das einzige allgemeine Resultat seyn, welches wir aus den vorhergehenden Tabellen entnehmen können.*

Was die numerischen Werthe der Function k anbelangt, so sind dieselben bei einem und demselben Ellipsoide sehr verschieden, je nach dem Werthe des entsprechenden Arguments. Ferner sind bei verschiedenen Ellipsoiden die Werthe von k in hohem Grade abhängig von der specifischen Natur des Eisens, so daß wir z. B. für einen und denselben Werth des Argumentes $K = 0,10$ bei Ellipsoid I erhalten $k = 42,2$, bei Ellipsoid II $k = 24,1$; ebenso für $K = 0,18$ bei Ellipsoid II $k = 32,5$, bei Ellipsoid IV $k = 20,9$. Endlich ergibt sich aus der Vergleichung der im Sommer 1870 und im Sommer 1872 angestellten Messungen, *daß selbst bei einem und demselben Eisenstücke die Function k mit der Zeit bedeutenden Aenderungen unterliegen kann.*

VIII. Die Magnetisirungsfuction p .

Die Magnetisirungsfuction k , mit welcher wir uns im vorhergehenden Abschnitt beschäftigt haben, nimmt eine bevorzugte Stellung in so fern ein, als die Gleichungen, durch welche bei gegebenen äußeren Kräften der magnetische Zustand eines Körpers bestimmt wird, sich einfacher gestalten, wenn die Function k in denselben eingeführt wird, als bei Einführung der Function p . Doch scheint

es, daß dieser Umstand wenigstens bei dem augenblicklichen Stand unserer Kenntnisse nicht allzu schwer ins Gewicht fällt. Jene allgemeinen Gleichungen wurden nämlich bis jetzt nur in zwei Fällen aufgelöst, der eine Fall, welcher von Kirchhoff (Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 5) behandelt wurde, ist der eines eisernen Ringes, welcher magnetisirt wird durch einen den Ring spiralförmig umziehenden Strom; der andere Fall ist der unseren Beobachtungen zu Grunde liegende Fall eines Ellipsoides. Der Fall eines geschlossenen Ringes steht in einer gewissen Verwandtschaft zu dem eines unendlich langen Cylinders, und dem entsprechend stellt sich die Lösung der Gleichungen am einfachsten dar mit Hülfe der Function k . Das Ellipsoid dagegen umfaßt ebenso den unendlich langen Cylinder, wie die Kugel als speciellen Fall; die Lösung der Poisson'schen Gleichungen verhält sich dementsprechend in diesem Falle vollkommen symmetrisch gegen die Functionen p und k , wie wir leicht durch Substitution von p an Stelle von k in den Gleichungen 1 bestätigen können. Man darf wohl die Vermuthung aussprechen, daß für Körper, welche weder in einer bestimmten Verwandtschaft zum Ellipsoide, noch in einer bestimmten Verwandtschaft zu dem unendlich langen Cylinder stehen, die Lösung der allgemeinen Gleichungen sich ebensowohl der Function p als der Function k anbequemen würde. Durch diese Ueberlegungen schien mir der Versuch gerechtfertigt, das vorhandene Beobachtungsmaterial zu einer Berechnung der Function p zu verwerthen, und ich werde im Folgenden die Resultate dieser Berechnung mittheilen. Außer meinen eigenen Versuchen habe ich zu diesem Zweck Beobachtungen von v. Quintus Icilius (Pogg. Ann. Bd. 121), Oberbeck (Pogg. Ann. Bd. 135) und Stoletow (Pogg. Ann. Bd. 144) benutzt.

Was die Berechnung der Magnetisirungsfuction p und des zugehörigen Argumentes P anbetrifft, so können wir dabei entweder die im ersten Abschnitte gegebenen Formeln benutzen, oder wir können zurückgehen auf die Mag-

netisirungsfunction G des Ellipsoides, und erhalten dann die Formeln

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{G}{v_0 + (\frac{1}{3}\pi - P_0) G} \\ P &= \frac{C}{1 - (\frac{1}{3}\pi - P_0) p} \end{aligned} \right\} \dots \dots (16).$$

Hier ist unter der auf der rechten Seite dieser Gleichungen stehenden GröÙe P_0 die früher durch P bezeichnete durch Gleichung (2) definirte Constante, unter C die auf das gegebene Ellipsoid wirkende magnetisirende Kraft zu verstehen.

Ich werde zunächst die aus den Beobachtungen von v. Quintus Icilius und Oberbeck berechneten Tabellen zusammengehöriger Werthe von p und P anführen. Aus Beobachtungen, welche von v. Quintus Icilius an einem verlängerten Rotationsellipsoid aus Eisen anstellte, ergab sich folgendes System korrespondirender Werthe von P und p .

p	P
0,2360	441
0,2363	1079
0,2375	4235
0,2381	12050
0,2382	19360
0,2382	29230
0,2380	37590
0,2375	42230
0,2373	42870
0,2363	45900
0,2342	49110
0,2310	53010
0,2286	57540
0,2214	58260
0,2203	58940.

Aus den von Hrn. Oberbeck mitgetheilten Beobachtungsreihen wurden drei ausgewählt, welche sich auf die von ihm mit II, 1, II, 2 und III, 2 bezeichneten Stäbe be-

ziehen. Es mag dabei bemerkt werden, daß die Stäbe II, 1 und II, 2 demselben Eisendraht entnommen waren. Die für diese drei Stäbe erhaltenen Werthe der Magnetisirungsfunktion p sind folgende.

II, 1		II, 2		III, 2	
p	P	p	P	p	P
		0,2378	5930	0,2364	2550
		0,2380	8780	0,2369	3960
		0,2382	15840	0,2376	7955
0,2381	20025	0,2382	19800	0,2379	10890
0,2381	27400	0,2382	25200	0,2381	16133
0,2378	32810	0,2382	27900	0,2381	19450
0,2377	35080	0,2380	32040	0,2381	23810
0,2372	40300	0,2379	37020	0,2379	33080
0,2364	41210	0,2374	39010	0,2375	35740
0,2355	43420	0,2368	41120	0,2369	41540
0,2341	48450	0,2351	46270	0,2353	46100
0,2334	48780	0,2329	50200	0,2332	50830.

Die Uebereinstimmung der vier bis jetzt mitgetheilten Tabellen ist eine so große, daß wir dieselben ohne Bedenken in eine einzige würden zusammenziehen können. Eine etwas größere Abweichung zeigt die folgende, welche aus den Beobachtungen Hrn. Stoletow's berechnet wurde.

p	P	p	P
0,2361	392	0,2383	40360
0,2366	784	0,2383	41940
0,2373	1591	0,2381	47200
0,2378	2893	0,2379	50400
0,2380	4396	0,2377	51550
0,2382	6843	0,2376	54280
0,2384	15290	0,2374	54430
0,2384	23470	0,2374	54530.

Wir werden an die in diesen Tabellen enthaltenen Resultate zunächst zwei Bemerkungen knüpfen.

Erstens sehen wir, daß die Function p innerhalb des von den Tabellen umfaßten Bereiches magnetisirender

Kräfte sich verhältnißmäßig nur wenig ändert; der höchste vorkommende Werth von p ist 0,2384, der niedrigste 0,2203. Wenn wir uns beschränken auf Kräfte, welche weniger als 40000 betragen, so ist der höchste vorkommende Werth 0,2384, der niedrigste, 0,2360; es ist also für das so begrenzte Intervall von Kräften die Function p constant bis auf 1 Procent.

Zweitens geht aus allen Tabellen übereinstimmend hervor, daß die Function p anfangs mit wachsendem Argument ebenfalls zunimmt; es zeigt also die Function p in dieser Hinsicht ganz dasselbe Verhalten wie die Function k , wenn auch in weniger hervortretender Weise, ein Umstand der vermöge des zwischen den Functionen p und k bestehenden Zusammenhanges *a priori* zu erwarten war.

Die untere Gränze derjenigen Kräfte P , für welche aus dem bisher vorliegenden Beobachtungsmaterial die Function p berechnet werden kann, ist wieder gegeben durch die von mir ausgeführten Versuche. Aus den im sechsten Abschnitt mitgetheilten Beobachtungsergebnissen ergeben sich für die einzelnen Ellipsoide, welche wie früher durch die römischen Ziffern bezeichnet werden mögen, folgende zusammengehörige Werthe von P und p .

	p	P	p	P
I.	0,2370	7,96	0,2374	18,85
II.	0,2364	10,41	0,2370	24,25
III.	0,2363	13,20	0,2373	31,20
IV.	0,2360	16,16	0,2367	38,00
V.	0,2364	22,65	0,2367	52,88
VI.	0,2357	28,11	0,2369	69,01
VII.	0,2363	33,67	0,2368	80,43.

Wir werden auf die in dieser Tabelle enthaltenen Werthe von p die Bemerkungen, welche wir an die entsprechende Tabelle für die Function k geknüpft haben, ohne weiteres übertragen können. Zwischen den Werthen von p , welche sich auf verschiedene Ellipsoide beziehen, ist ein bestimmter Zusammenhang nicht erkennbar; dage-

gen ergibt sich aus der Vergleichung der Werthe von p , welche einem und demselben Ellipsoide angehören, daß schon für die äußerst schwachen Kräfte, um welche es sich hier handelt, eine Zunahme der magnetisirenden Kraft begleitet ist von einer Zunahme der Function p . Uebrigens überzeugen wir uns leicht, daß die obigen auf 7 verschiedene Eisenstücke sich beziehenden Werthe von p sich den in früheren Tabellen enthaltenen ganz gut anschließen. Während wir also mit Bezug auf die Function k kaum ein allgemeines Resultat anzugeben im Stande waren, können wir als Ergebnis unserer Untersuchungen über die Function p folgende zwei Sätze aufstellen:

1. *Die Magnetisirungsfuction der Kugel p ist für Werthe der magnetisirenden Kraft von 8 bis 40000 bis auf 1 Procent als constant zu betrachten für sämtliche zu den angeführten Versuchen benutzte Eisensorten. Der Mittelwerth derselben innerhalb der angegebenen Grenzen des Argumentes ist:*

$$p = 0,2372.$$

2. *Eine genauere Betrachtung des Verlaufes der Function p zeigt, daß dieselbe anfangs bei wachsendem Argument zunimmt, zwischen den Werthen des Arguments $P = 20000$ und $P = 30000$ ein Maximum erreicht, und bei noch weiter zunehmendem Argument wieder abnimmt. Der Maximalwerth der Function p ist im Mittelwerth aus den obigen Beobachtungen*

$$p = 0,2382.$$

Zur Vergleichung mögen im folgenden noch zwei Tabellen für die Werthe der Magnetisirungsfuction k mitgetheilt werden, welche auf Grund der von v. Quintus Icilius und Stoletow ausgeführten Versuche berechnet sind, und welche ich der Arbeit des Hrn. Stoletow entnehme. Die beiden ersten Columnen beziehen sich auf die auch im Vorhergehenden benutzten Versuche von v. Quintus Icilius, die beiden letzten auf die Versuche Stoletow's.

k	K	k	K
20,1	5,2	21,54	4,30
23,1	10,3	26,44	7,02
45,3	22,2	40,95	9,22
83,4	34,4	59,76	11,51
98,1	47,0	76,53	13,67
107,3	64,9	104,5	15,60
76,8	116	157,0	23,20
47,1	213	174,2	32,12
21,9	495	120,0	83,26
7,11	1723	93,97	119,6
5,37	2449	66,87	179,3
3,05	4229	47,29	272,7
2,86	4541	42,13	307,3

Man sieht, daß in diesen beiden Tabellen eine gewisse allgemeine Aehnlichkeit in dem Verlaufe der Function k nicht zu verkennen ist, aber im Einzelnen ist die Abweichung derselben von einander eine so große, daß einem und demselben Argumente K unter Umständen in der einen Tabelle ein doppelt so großer Werth von k entspricht als in der anderen.* Wir sehen also auch hier wieder die früher schon gemachte Bemerkung bestätigt, daß in der Function k die verschiedene magnetische Natur des Eisens in außerordentlich vergrößertem Maßstabe sich darstellt, und ebenso werden auch die Fehler der Beobachtung auf die Function k von unverhältnißmäßig viel größerem Einflusse seyn, als auf die Function p . Wir sehen somit, daß von diesem Gesichtspunkte aus der Function p ein ganz verschiedener Vorzug vor der Function k zukommt.

IX. Beziehung zur Moleculartheorie.

Es möge mir schließlic noch gestattet seyn auf die in dem vorhergehenden Abschnitt entwickelten Resultate einen Blick zu werfen vom Standpunkte der Moleculartheorie aus.

Die Moleculartheorie betrachtet einen Eisenkörper als einen Haufen kleiner Molecularmagnete, deren Axen im unmagnetischen Zustande alle möglichen Richtungen besitzen. Wirkt auf den Eisenkörper eine magnetisirende Kraft, so werden alle Molecularmagnete aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage abgelenkt werden, und zwar wird einer bestimmten magnetisirenden Kraft für jeden Molecularmagnet eine ganz bestimmte Ablenkung entsprechen, wir können die Ablenkung jedes einzelnen Molecularmagnets darstellen als Function der magnetisirenden Kraft. Daraus folgt aber auch, wenn wir aus dem ganzen Haufen der Molecularmagnete einen einzelnen herausgreifen und die Ablenkungen desselben aus der Gleichgewichtslage bestimmen, daß wir dann die Ablenkungen aller übrigen Molecularmagnete darstellen können als Functionen der Ablenkung jenes einzelnen. Wir werden somit auch das moleculare Drehungsmoment, welches alle übrigen Magnete auf jenen aus der ganzen Zahl herausgegriffenen ausüben, darstellen können als Function des Winkels, um welchen der letztere aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt ist. Es wird diese Function natürlich abhängen von der Gestalt des betrachteten Eisenkörpers.

Weber hat nun den Versuch gemacht, das moleculare Drehungsmoment darzustellen durch das Product aus einer constanten Directionskraft D und dem Sinus des Ablenkungswinkels. Bezeichnen wir die magnetisirende Kraft durch P , die Zahl der in der Volumeinheit befindlichen Molecularmagnete durch n , den Magnetismus eines einzelnen derselben durch μ , so ergibt sich unter der obigen Annahme, so lange die Directionskraft D größer ist als die magnetisirende Kraft P , für das in der Volumeinheit inducirte magnetische Moment der Ausdruck

$$\frac{2}{3} n \mu \frac{P}{D}.$$

Der Quotient aus dem inducirten Magnetismus und der inducirenden Kraft wird somit gleich

$$\frac{2}{3} \frac{n\mu}{D},$$

also gleich einer Constanten. Unter der von Weber gemachten Voraussetzung ist somit die Magnetisirungsfuction eine Constante, so lange als die magnetisirende Kraft kleiner oder höchstens gleich ist der molecularen Directionskraft; nun ergibt sich aber aus den Versuchen, daß die Magnetisirungsfuction p der Kugel in der That innerhalb gewisser Gränzen eine Constante ist, es wird also die von Weber gemachte Voraussetzung für die Kugel innerhalb gewisser Gränzen zutreffen und wir erhalten daher für die Magnetisirungsfuction p die Gleichung

$$p = \frac{2}{3} \frac{n\mu}{D}.$$

Setzen wir den constanten Werth von p gleich 0,2372, so ist der größte Werth der magnetisirenden Kraft, für welchen p noch diesen Werth besitzt:

$$P = 40000$$

und wir werden demnach wenigstens annähernd setzen können

$$D = 40000.$$

Die moleculare Directionskraft, welche eine Kugel aus weichem Eisen von der Einheit des Volumens auf einen in ihrem Inneren befindlichen Molecularmagnet ausübt, kann etwa gleich 40000 gesetzt werden.

Substituiren wir diesen Werth in der Gleichung

$$p = \frac{2}{3} \frac{n\mu}{D}$$

und setzen wir gleichzeitig für p den Werth 0,2372, so ergibt sich:

$$n\mu = 14200.$$

Es ist dieses Product aber offenbar nichts anderes, als der Maximalwerth, den das in der Volumeinheit inducirte magnetische Moment nach der Moleculartheorie anzunehmen

im Stande ist, eine Zahl, für welche Waltenhofen (Pogg. Ann. Bd. 137) auf einem ganz anderen Wege den Werth

$$n\mu = 16000$$

abgeleitet hat.

II. Ueber die Bestimmung der Entladungsdauer der leydenen Batterie; von P. Riefs.

(Monatsber. d. Ak. Mai 1872.)

Bei allen Wirkungen, die wir von der leydenen Batterie erhalten, sind die Elektricitätsmenge, die mittlere elektrische Dichtigkeit und die Dauer der Entladung der Batterie in Betracht zu ziehen. Statt der beiden ersten Gröfßen hat man, wie ich beiläufig bemerke, häufig die Ausdehnung der Batterie und ihre Schlagweite genommen, was bei richtiger Anwendung keinen Nachtheil bringen würde, ohne dieselbe aber zu wiederholten bedauerlichen Irrthümern geführt hat. Die Schlagweite ist nämlich Function der mittleren Dichtigkeit und wird constant gesetzt, wenn die Abhängigkeit einer Wirkung der Batterie von der Ausdehnung derselben gesucht wird. Dadurch treffen alle Aenderungen der Gröfße der Batterie auch die Elektricitätsmenge, mit der sie geladen wird, und man findet die Abhängigkeit der Wirkung von der Elektricitätsmenge. Wird nun die Schlagweite veränderlich gesetzt, so muß die Elektricitätsmenge constant genommen werden, damit die Abhängigkeit der Wirkung von der Dichtigkeit gefunden werde. Statt dessen ist aber häufig die Gröfße der Batterie constant gesetzt und so eine Function von Elektricitätsmenge und Dichtigkeit zugleich gefunden worden, während man eine Function der ersten oder letzten allein zu finden glaubte.

Elektricitätsmenge und Dichtigkeit der Batterie sind leicht direct zu bestimmen, die Entladungsdauer hingegen, muthmaßlich eine Function der Elektricitätsmenge, der Dichtigkeit der Batterie und der Beschaffenheit des Schließungsbogens, ist es nicht und man kann allein eine indirecte Bestimmung anwenden, die bisher in vier verschiedenen Weisen untersucht worden ist. Von diesen vier Bestimmungsmethoden der Entladungszeit scheinen mir zwei nicht dazu tauglich, und zwar sind es gerade die, welche den größten Aufwand von Mühe und Kosten verlangen, die Methoden nämlich die Leuchtdauer des Entladungsfunkens zu messen. Statt die Zeit zu bestimmen, was nicht ausführbar ist, in welcher die Batterie die in ihr angesammelte Elektricität verliert, sucht man die Zeit zu messen, während welcher ein Punkt des Schließungsbogens elektrisch geblieben ist. Es wird im Bogen eine Lücke gelassen, in welcher bei der Entladung ein Funke entsteht, dessen Leuchten beobachtet wird. Man hat bisher als selbstverständlich angenommen, daß die *Leuchtdauer* dieses Funkens gleich der *Entladungsdauer* der Batterie sey, und die beiden Ausdrücke werden als Synonyme gebraucht. Ich glaube zeigen zu können, daß Jenes im Allgemeinen nicht der Fall ist, die beiden ersten der folgenden Methoden zur Bestimmung der Entladungszeit nur in sehr beschränktem Maasse und nur mit äußerster Vorsicht anzuwenden sind.

1. Bestimmung der Entladungszeit der Batterie durch einen rotirenden Spiegel.

Bekanntlich hat Wheatstone 1834 einen rotirenden Spiegel angewendet zur Bestimmung der Leuchtdauer eines Entladungsfunkens. Das Funkenbild wurde dabei zu einem Bogen von etwa 24 Graden ausgedehnt, was bei der Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels von 800mal in der Secunde einer Zeit von 0,000042 Secunden entsprach. Diesen an einem kostbaren Apparat angestellten Versuch nahm Feddersen 1857 auf, um ihn an einem viel einfacheren

Apparate zur Bestimmung der Leuchtdauer des Funkens unter veränderten Bedingungen zu benutzen¹⁾. Auf dem beweglichen Elektromagnete einer Ritchie'schen Rotationsmaschine²⁾ war ein sechs Zoll langer ein Zoll breiter ebener Glasspiegel aufgesetzt. An die Schenkkelenden des Magnets waren, außer den beiden Federn zur nöthigen periodischen Umkehrung des Stromes im Drahtgewinde des Magnets, zwei Federn angesetzt, welche, auf Metallstreifen schleifend, die mit den Belegungen einer leydenen Batterie in Verbindung standen, die Entladung der Batterie bewirkten. Bei der zur Beobachtung geeigneten Stellung des Spiegels ging der Entladungsfunke zwischen zwei Kupferkugeln über, sein zu einem Bande verlängertes Bild wurde im Spiegel beobachtet und an einer dahinter liegenden in Millimeter getheilten Scale gemessen. Die Verschiebung des Bildes um 1 Mm. entsprach einer Drehung des Spiegels um $\frac{9}{40}$ Grad. Da nun die Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels bekannt war, so konnte aus der Länge des Funkenbildes die Leuchtdauer des Funkens berechnet werden.

Die Entladung der Batterie (Flasche) nahm folgenden Weg, wenn wir von der inneren Belegung ausgehen. Verbindungsdraht, Lücke im Funkenmikrometer, eine Wassersäule verschiedener Länge und Dicke, die beiden mit einander verbundenen Metallstreifen der Ritchie'schen Maschine, Verbindungsdraht, äußere Belegung der Batterie. Die Längen der gebrauchten Wassersäulen sind in der folgenden Tafel auf Säulenlängen von 1 Mm. Dicke reducirt. Wo im Originale (S. 27) mehrer Zahlen für die Entladungsdauer gegeben sind, habe ich das Mittel genommen.

- 1) Beiträge zur Kenntniss des el. Funkens. Kiel 1857. (Pogg. Ann. Bd. 103, S. 69.)
- 2) Wiedemann, Lehre vom Galvanismus. Braunschweig 1863, Bd. 2, S. 147.

Versuche von Feddersen.

Entladungsdauer der Batterie in Sekunden.

eingeschaltete Wassersäule	Schlagweite 2 Mm.		Schlagweite 10 Mm.	
	1 Flasche	2 Flaschen	1 Flasche	2 Flaschen
9 Mm	0,0012 Sec.	0,0015	0,0014	0,0020
18	0,0016	0,0025	0,0020	0,0029
22,5	0,0049		0,0078	
45	0,0065	0,0146	0,0117	0,0230
90	0,0092		0,0144	
180	0,0136	0,0250	0,0177	0,0321.

Aus dieser Tafel ist die Abhängigkeit der Entladungszeit von der Menge der entladenen Elektrizität zu entnehmen, wenn wir die Zahlen mit einander vergleichen, die bei constanter Schlagweite von 1 und 2 Flaschen gefunden wurden, weil hierbei die gebrauchten Elektrizitätsmengen wie 1 zu 2 sich verhalten haben. Die letzten acht Beobachtungen, die ich deshalb wiederhole, lassen das hier geltende Gesetz deutlich erkennen.

Entladungszeit der Elektrizitätsmenge.

1.	2.
0,0065 Sec.	0,0146
0,0117	0,0230
0,0136	0,0250
0,0177	0,0321.

Die Zahlen der zweiten Columnne sind das Doppelte der Zahlen der ersten so genau, als man erwarten durfte. Bei Einschaltung von Wasser in den Schließungsbogen ist das Residuum der Batterie nicht ganz constant; wenn daher auch die bei constanter Schlagweite der Batterie angehäuften Elektrizitätsmengen sich wie 1 zu 2 verhielten, so hatten schwerlich die entladenen Mengen streng dasselbe Verhältniß. Es ist daher durch diese Versuche das von mir hypothetisch aufgestellte Gesetz experimentell genügend nachgewiesen $z = aq$.

Die Dauer der Entladung der Batterie ist, bei constanter Dichtigkeit, der angewandten Elektrizitätsmenge proportional.

Die noch übrigen acht Beobachtungen gleicher Art in der Tafel entfernen sich weit von diesem Gesetze. Ebenso ist das hypothetische Gesetz der Abhängigkeit der Entladungszeit von der Länge der eingeschalteten Wassersäulen, das durch die vierte Bestimmungsmethode vollkommen bestätigt worden ist, in der Tafel nicht zu erkennen ebensowenig die Constanz der Entladungszeit bei proportionaler Steigerung der Elektrizitätsmenge und Dichtigkeit in der Batterie. Die brauchbaren Versuche der Tafel beschränken sich auf die, welche bei Einschaltung nicht zu kurzer Wassersäulen in die Schließung angestellt waren, was auf einen anderen Grund deutet, als auf die zufälligen Beobachtungsfehler. Ich entsann mich, seit jeher wo es anging, die Einschaltung von langen Wassersäulen gebraucht zu haben, um fein polirte Metallstücke vor gröberer Verletzung durch den Batteriefunken zu schützen. Ich konnte dann nach dem Versuche die Metallfläche leicht in den früheren Zustand bringen, was ich sonst dem Mechaniker überlassen mußte. Daraus folgt, daß durch den überspringenden Entladungsfunken von den Elektroden um desto mehr Metalltheile losgerissen werden, je besser leitend der Schließungsbogen ist. Mit steigender el. Dichtigkeit in der Batterie nimmt ebenfalls die Verletzung der Elektroden zu. Viele dieser losgerissenen Metalltheile sind im Funken vorhanden und kommen bei ganz metallischem Schließungsbogen in ein heftiges Glühen, was durch Spectraluntersuchung seit Wollaston's Zeit bis auf den heutigen Tag in unzähligen Versuchen nachgewiesen worden ist. Die glühenden Metalltheile im Funken erlöschen nicht mit dem Aufhören der Entladung, sie glühen nach und dies *Nachglühen* verlängert die Leuchtdauer des Funkens. Je größer die Menge der losgerissenen Metalltheile, je heftiger ihre Gluth ist, desto länger wird das Leuchten des Funkens nach der Entladung der Batterie fort dauern.

Die Einschaltung nasser Leiter befördert in zwiefacher Weise die Annäherung der Leuchtdauer an die Entladungsdauer: sie vermindert die Menge des im Funken vorhandenen Metallstaubes und die Gluth desselben. Daraus folgt, daß nur Beobachtungen der Leuchtdauer auf die Entladungszeit bezogen und mit einander verglichen werden dürfen, bei welchen die Menge des Metallstaubes im Funken sehr klein und ebenso wie der Grad des Glühens desselben nicht sehr verschieden ist. Dies ist der Grund der sonst unerklärlichen verschiedenen Brauchbarkeit der oben mitgetheilten Beobachtungen zur Beurtheilung der Entladungszeit der Batterie. Beobachtungen über die Leuchtdauer des Funkens bei zu kurzer nasser Einschaltung, bei verschieden langen Einschaltungen und verschiedener el. Dichtigkeit in der Batterie können Nichts über die Entladungszeit lehren. Es war ein günstiger Zufall, daß Feddersen einen viel unvollkommeneren Apparat besaß, als sein Vorgänger, daß sein Spiegel höchstens 40 Umdrehungen in der Secunde machte, während Wheatstone über 800 Umdrehungen zu verfügen hatte. Dadurch war Feddersen zur Einschaltung flüssiger Leiter in den Schließungsbogen gezwungen und konnte die experimentelle Bestätigung eines theoretisch wahrscheinlich gewordenen Gesetzes liefern.

Diese hier dargelegte Vermuthung, weshalb nur in seltenen Fällen die Leuchtdauer des Entladungsfunkens auf die Entladungszeit zu schliessen erlaubt, ist zur Gewissheit geworden durch eine vor ganz Kurzem vollendete Arbeit, die mit großer Sorgfalt an einem kostbaren Apparate ausgeführt, eine neue Bestimmungsweise der Leuchtdauer gebraucht und hier ausführlich besprochen werden soll.

2. Bestimmung der Leuchtdauer des Entladungsfunkens durch eine rotirende Kreistheilung.

Die HH. Lucas und Cazin in Paris haben in diesem Jahre den Schluß einer Arbeit veröffentlicht ¹⁾ über

1) *Compt. rend. de l'ac. de Paris* v. 70, p. 923. 1842. v. 74, p. 180.

die Dauer des elektrischen Funkens, die in folgender Weise bestimmt wurde. Eine 15 Cm. breite Glimmerscheibe ist auf Einer Fläche mit einer durch ein Silbersalz geschwärzten Collodiumschicht bedeckt und am Rande von 2 zu 2 Graden mit durchsichtigen Theilstrichen versehen; sie kann mit Hülfe eines Räderwerks und einer Kurbel 100 bis 300 mal in der Secunde um ihre Axe gedreht werden. Ihr gegenüber, so nah als möglich, ist als Vernier eine versilberte Glasscheibe festgestellt, die *sechs* durchsichtige Striche zeigt, welche *Sechstel* der Theilung der Glimmerscheibe angeben. Es kann also in demselben Momente nur Ein Vernierstrich einen Theilstrich der Scheibe decken. Der Vernier wird durch einen zwischen Metallkugeln überspringenden el. Funken beleuchtet, dessen Licht durch eine Linse parallel gemacht ist, während die Glimmerscheibe durch ein Fernrohr betrachtet wird. Eine leydener Batterie wurde durch eine Holtz'sche Elektrophor-Maschine geladen, deren Scheibe zugleich mit der getheilten Glimmerscheibe durch eine Hugon'sche Gaskraftmaschine von einer halben Pferdekraft in Bewegung gesetzt wurde.

Bei jeder Drehung der Glimmerscheibe um $\frac{1}{2}$ Grad, die bei der größten Rotationsgeschwindigkeit 0,000003 Sec. dauert, wird ein Theilstrich vom Funken beleuchtet, und daher die Leuchtdauer des Funkens durch die Anzahl der beleuchteten Theilstriche zu bestimmen seyn. Die Genauigkeit dieser Bestimmung hängt ab von der Stellung der Theilung gegen den Vernier im Augenblicke wo der Funke aufleuchtet und erlischt. Es falle z. B. ein Theilstrich zusammen mit einem Vernierstrich sowohl beim Aufleuchten wie beim Erlöschen des Funkens, so wird dieselbe Anzahl von beleuchteten Strichen gezählt werden, als wenn der zuerst beleuchtete Strich weniger als $\frac{1}{2}$ Grad vor einem Vernierstrich, der zuletzt beleuchtete hinter einem Vernierstrich gestanden hätte. Der Fehler der Zeitmessung kann also 0,000003 Secunde betragen. Zur Bestimmung von Leuchtzeiten, die in einem größeren Ver-

hältnisse als 1 zu 6 stehen, muß der Glimmerscheibe eine verschiedene Rotationsgeschwindigkeit gegeben werden. Lucas und Cazin zählen die leuchtenden Striche bei 50 bis 200 Funken und nehmen das Mittel davon zur Bestimmung der Dauer Eines Funkens, die sie in Millionteln Secunde mit (in den folgenden Beispielen unterdrückten) 2 Decimalen angeben.

Es wurde ein gutleitender Schließungsbogen der Batterie gebraucht, 3,78 Meter eines 0,9 Mm. dicken Kupferdrahts; es war daher in dem beobachteten Funken eine große Menge Metallstaub vorhanden, dessen Nachglühen bemerklicher werden mußte, als im vorigen Abschnitte. Bei der Schlagweite von 2,29 Mm. zwischen 11 Mm. breiten Zinkkugeln wurde die Flaschenzahl der Batterie von 1 bis 9 variirt; es wurde also die Leuchtdauer des Funkens bei der Elektrizitätsmenge 1 bis 9 bestimmt. Jede Flasche hatte eine äußere Belegung von 1243 Quadratcentimeter:

entlad. Elektrizitätsmenge	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Leuchtdauer des Funkens	7	11	15	19	21	23	25	27	28
	Milliontel Secunde.								

Diese Zeiten entsprechen durchaus nicht dem oben gefundenen Gesetze über die Entladungsdauer, lassen sich aber durch Berücksichtigung des Nachglühens damit vereinigen. Der Schließungsbogen war metallisch, die Menge der von den Mikrometerkugeln losgerissenen Theile also groß und zugleich bestanden jene aus Zink, das, wie unten gezeigt wird, die längste Leuchtdauer giebt. Die Annahme, daß hier die Leuchtdauer des nachglühenden Metallstaubes die Entladungszeit der Elektrizitätsmenge 1 an Größe übertroffen habe, kann zugestanden werden. Wenn aber zu der, der Entladungszeit entsprechenden, der Elektrizitätsmenge proportionalen, Leuchtdauer des Funkens die Dauer des Nachglühens hinzugefügt wird, welche mit steigender Elektrizitätsmenge nur wenig zunimmt, weil damit nur die Gluth, nicht die Menge des Metallstaubes steigt, so ist eine Annäherung an die beobachteten Zeiten zu erhalten. In den hervorgehobenen acht

Versuchen Feddersen's konnte das Gesetz der Entladungszeit in den beobachteten Leuchtzeiten unmittelbar erkannt werden, weil die Einschaltung von langen Wassersäulen in den Schließungsbogen die Menge des Metallstaubes im Funken und die Dauer seines Nachglühens auf einen kleinen Werth gebracht hatte.

Lucas und Cazin luden eine Batterie von 7 Flaschen zu verschiedenen Schlagweiten zwischen Platinkugeln und beobachteten folgende Leuchtzeiten des Entladungsfunkens.

Schlagweite	2	3	4	6	8	11	16	18	Millimeter
Leuchtdauer	14	22	27	39	50	60	73	86	Milliontel Sec.

Hier wird der Einfluß der Menge des Metallstaubes im Funken auf seine Leuchtdauer schon dem Anblicke deutlich. Die steigende Schlagweite bedingt eine im gleichen Verhältnisse steigende Elektrizitätsmenge und dadurch eine proportionale Zunahme der Leuchtdauer; zugleich aber bedingt sie eine proportionale Zunahme der el. Dichtigkeit der Batterie und damit eine Abnahme der Leuchtdauer. Die Zeitbestimmungen sollten daher constant seyn oder sich der Constanz nähern, was sie keineswegs thun. Es mußte daher ein Einfluß auf die Leuchtdauer vorhanden seyn, der dem Einflusse der Dichtigkeit entgegenwirkte. Dieser Einfluß wird folgerecht dem Nachglühen der von den Mikrometerkugeln losgerissenen Metalltheile beigemessen, wie man aus den Verletzungen schließt, welche die Kugeln erleiden. Diese Verletzungen müssen hier außerordentlich groß gewesen seyn, was sich zeigen läßt auch ohne die Bemerkung der Beobachter, daß die Versuche die Kugeln mit einer pulverförmigen Schicht bedeckt hätten. Platinkugeln, die eine Batterie der hier gebrauchten Größe mit den angewandten Schlagweiten entladen haben, sind an den gebrauchten Uebergangsstellen niemals wieder auch für die größten Versuche anzuwenden.

Wenn die Verletzungen der Kugeln kleiner sind, ist auch die Zunahme der Leuchtdauer mit der Schlagweite kleiner. In den hier vorliegenden Versuchen ist das Verhältniß der

Leuchtzeiten nur wenig kleiner als das der entsprechenden Schlagweiten, z. B. bei den Schlagweiten 2 und 8 wie 1 zu 3,6. In der oben mitgetheilten Tafel von Feddersen finden sich 10 Versuche bei welchen 1 Flasche oder 2 Flaschen zu Schlagweiten geladen waren, die sich wie 1 zu 5 verhielten. Die Leuchtzeiten des Funkens sind entweder bei den beiden Schlagweiten nicht sehr verschieden, oder erreichen höchstens das Verhältniß 1 zu 1,7. Es war auch dort bei der größeren Schlagweite mehr Metallstaub im Funken, als bei der kleineren, aber da seine absolute Menge viel kleiner und seine Gluht schwächer war, als in den hier vorliegenden Versuchen, so bewirkte das Nachglühen des Staubes eine bei Weitem geringere Verlängerung der Leuchtdauer.

Es ist seit lange bekannt, daß die Helligkeit des elektrischen Funkens abhängt von dem Stoffe der Kugeln, zwischen welchen er überspringt. Masson hat diese Helligkeit gemessen und sie größer bei Zink, Zinn, Blei als bei Kupfer, Messing, Eisen gefunden. Lucas und Cazin geben folgende Verhältnisse der Leuchtzeiten eines Funkens nach dem Stoffe der Mikrometerkugeln.

	Zink	Kupfer	Messing	Kohle	Zinn	Platin
Leuchtdauer	249	211	199	187	179	162.

Daß die Entladungszeit einer Batterie von dem Stoffe dicker Kugeln abhinge, zwischen welchen der Funke übergeht, wäre eine sehr gewagte Annahme, daß aber die Menge der im Funken vorhandenen festen Theile davon abhängt, kann ohne Bedenken zugegeben werden. Aus der Stellung des Zinns in der Reihe folgt, daß die Helligkeit des Funkens nicht allein von der Menge des in ihm enthaltenen Metallstaubs abhängt, sondern auch von der Natur des Metalles.

Die letzte von Lucas und Cazin an der Batterie angestellte Versuchsreihe ist die auffallendste von allen und würde, wenn die Zeitbestimmungen als zuverlässig anzusehen wären, am einfachsten und schlagendsten beweisen,

daß die Entladungszeit der Batterie und Leuchtdauer des Funkens nicht mit einander verwechselt werden dürfen. Eine Batterie von 4 Flaschen wurde bei einer Schlagweite von 8 Mm. durch den bisher gebrauchten Schließungsbogen entladen, nachdem steigende Längen eines 0,338 Mm. dicken Messingdrahts darein eingeschaltet waren.

Einschaltung 0 2 5 10 20 30 Meter

Leuchtdauer 36 20 12 7 5 4 Milliontel Sec.

Aus anderweit gemachten Erfahrungen ist mit Sicherheit geschlossen worden, daß die Entladungszeiten der Batterie mit steigender Länge des in die Schließung eingeschalteten Drahtes *zunehmen*, hier sehen wir damit die Leuchtzeiten des Funkens in starkem Maasse *abnehmen*. In den Versuchen von Feddersen (s. d. Tafel) steigen die Leuchtzeiten des Funkens in geringerem Verhältnisse als dem der Längen der eingeschalteten Wassersäulen, was durch die mit längerer Einschaltung abnehmende Menge des Metallstaubes im Funken und sein abnehmendes Nachglühen befriedigend erklärt wird. Bei metallischer Einschaltung ist Menge und Gluth des Metallstaubes viel größer, die Abnahme derselben mit steigender Länge des Einschaltung viel merklicher; sie würde ein geringerer Steigen der Leuchtzeiten, selbst ein mäßiges Fallen derselben begreiflich finden lassen. Aber das Fallen ist zu groß. Um die mitgetheilten Zeiten mit bekannten Erfahrungen vereinigen zu können, müßte bei 2 Meter Drahteinschaltung die Entladungszeit der Batterie zu 0,26, die Dauer des Nachglühens des Platinstaubes zu 19,74 Millionteln Secunde angenommen werden, was trotz der Schlagweite von 8 Mm. nicht wahrscheinlich ist. Ich glaube darum, daß die Leuchtdauer hier nicht richtig bestimmt ist. Die Bestimmungsmethode scheint eine große Helligkeit des Funkens zu verlangen. In der ersten Versuchsreihe bei 2,29 Mm. Schlagweite wurden Zinkkugeln am Mikrometer gebraucht, welche die Helligkeit erhöhten; in der zweiten Reihe (mit Platinkugeln) wurde der Funke durch

die steigende Schlagweite immer heller, in der letzten Reihe wurde er immer dunkler. Es wurden hier Platin-kugeln angewendet, anfangs konnte, der großen Schlagweite wegen, die Helligkeit zur Messung genügen, sank aber schnell mit zunehmender Einschaltung. Dadurch konnten, weil die Helligkeit des Funkens während seiner Dauer abnimmt, weniger Theilstriche leuchtend gesehen werden, als während der Entladungszeit und Dauer des Nachglühens beleuchtet wurden und die Leuchtzeiten von 5 Meter Einschaltung an, zu klein berechnet seyn.

In allen Versuchen dieses Abschnitts hat sich gezeigt, daß die Leuchtdauer des Funkens zwei Zeittheile zusammenfaßt: die Entladungszeit der Batterie und die Dauer des Nachglühens der im Funken vorhandenen Metalltheile. Entladungszeit und Dauer des Nachglühens haben theils im gleichen Sinne variirt, theils im entgegengesetzten Sinne, die erste konnte constant bleiben, während die zweite variierte.

Damit ist der wohl zu beachtende Satz festgestellt:

Die Entladungszeit der leydenr Batterie und die Leuchtdauer des Entladungsfunkens stehen in keinem festen Verhältnisse zu einander.

3. Bestimmung der Entladungsdauer durch das elektrische Thermometer.

Für die Erwärmung eines continuirlichen Drahtes mit dem Verzögerungswerthe V durch die Entladung der Batterie hatte ich empirisch gefunden $W = \frac{a V' q^2}{(1 + b V) s}$, wo q die Elektrizitätsmenge, s die Flaschenzahl der Batterie und V den Verzögerungswerth des zu einem constanten Schließungsbogen hinzugesetzten veränderlichen Drahtes bezeichnet. Hypothetisch hatte ich die Erwärmung abhängig von der Entladungszeit z der Batterie gesetzt $W = \frac{a V' q^2}{z}$, so daß eine relative Messung zweier Entladungszeiten durch Beobachtung der Erwärmung eines in die Schlie-

fsung eingeschalteten Drahtes geleistet werden kann. Die Zeiten stehen bei gleicher Elektrizitätsmenge im umgekehrten Verhältnisse der Erwärmung.

Die hypothetische Formel für die Entladungszeit lautet demzufolge, wenn man, wie es nöthig ist, die Flaschenzahl s in ihre Factoren zerlegt

$$z = (1 + b V) q \cdot \frac{s}{q} = (1 + b V) \frac{q}{y},$$

wo y die elektrische Dichtigkeit in der Batterie bedeutet. Eine Bestätigung dieser Formel erfolgte durch empirische Auffindung dieser Formel für die Erwärmung in der Schließung der voltaschen Kette. Die Wärmeformel für die Kette stimmt mit der für die leydenen Batterie vollständig überein, wenn der gegebene Ausdruck für die Entladungszeit der Batterie als richtig angenommen wird¹⁾. Eine directe Bestätigung der Formel in Bezug auf die Elektrizitätsmenge geben Feddersen's oben angeführte Versuche, und in Bezug auf Elektrizitätsmenge und Länge des Schließungsbogens die folgenden Versuche von W. Weber.

4. Bestimmung durch das Elektro-Dynamometer.

W. Weber hat sein Dynamometer beiläufig dazu benutzt die Abhängigkeit der Entladungszeit der Batterie, die noch Dauer des elektrischen Funkens genannt wird, von der Länge des Schließungsbogens aufzuzeigen. Die Benutzung der Dynamometer-Beobachtungen zur Zeitbestimmung beruht darauf, daß die der beweglichen Drahtrolle des Instruments durch den Batterieschlag ertheilte Winkelgeschwindigkeit proportional ist dem Quadrate der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt der Rolle gegangenen Elektrizitätsmenge, multiplicirt in die Dauer des Durchgangs. Bezeichnet also i jene Elektrizitätsmenge, z die Entladungsdauer der Batterie, so wird der Ausschlag s der Rolle, wenn man sich auf kleine Winkel beschränkt und A eine Constante bedeutet: $s = A i^2 z$. Zur Bestim-

1) Riefs El.-Lehre 1, 454.

mung von i genügt es im Allgemeinen, die Elektrizitätsmenge q , welche in der Batterie angehäuft ist, durch die Maafsflasche zu messen, und diese Menge durch z zu dividiren. So kommt $\varepsilon = A \frac{q^2}{z} z = A \frac{q^2}{\varepsilon}$ und eine Beobachtung von ε würde ein relatives Maafs der Entladungszeit geben. Aber die Bestimmung von i setzt voraus, daß die durch den Schließungsbogen gehende Elektrizitätsmenge stets denselben aliquoten Theil der in der Batterie befindlichen Menge ausmacht, was bei ganz metallischer Schließung der Fall ist, nicht aber wenn Wasser in den Bogen eingeschaltet ist. Man kann sich leicht davon überzeugen. Ich unterbrach die Schließung einer Flasche meiner Batterie durch eine $\frac{1}{4}$ Linie breite Lücke zwischen Messingkugeln. Als die Schließung ganz metallisch war, entstand bei der Entladung der Flasche mit größerer Schlagweite und durch den Entadungsapparat ein einziger starker Funke zwischen den Kugeln, als sich aber eine $1\frac{3}{4}$ Linie breite, 14,3 Zoll lange Wassersäule darin befand, nach dem Entladungsfunken ein Strom vieler kleiner Funken, der mehr oder weniger Secunden fort dauerte und von dem veränderlichen Residuum der Flasche herrührte.

Weber reichte bei seinem Dynamometer nicht aus mit Einschaltung einer 1200 Mm. langen 13 Mm. breiten Wassersäule in die Schließung seiner Batterie; um das Ueberspringen von Elektrizität zwischen den Drahtwindungen der beiden Rollen zu verhindern, mußte eine 7 Mm. dicke, in Wasser getauchte Hanfschnur angewendet werden. Hier aber war bei stets gleicher Ladung der Batterie nicht zu erwarten, daß stets dieselbe Elektrizitätsmenge durch die Drähte ginge. Zur Bestimmung dieser Menge wurde ein in die Schließung eingeschaltetes Galvanometer gebraucht, das zugleich mit dem Dynamometer beobachtet wurde. Für die Annahme, daß der Ausschlagswinkel der Magnetnadel proportional der durch den Galvanometerdraht geflossenen Elektrizitätsmenge ist, konnte ich keinen genügenden experimentellen Beleg in meiner Elektrizitätslehre

anführen. Ein kurz nach dem Erscheinen derselben veröffentlichter Versuch möge deshalb hier seine Stelle finden.

Buff stellte eine isolirte Maafsflasche, deren 25 Mm. breite Kugeln 1 Mm. von einander standen, dicht an dem Conductor einer Elektrisirmaschine auf. Die *äußere* Belegung der Flasche war mit dem Conductor, die innere mit dem einen Ende eines sehr langen Drahtes verbunden, der zu einem Knäul gewunden, auf eine sehr kurze Magnetenadel wirkte. Das andere Ende des Knäuls war vollkommen zur Erde abgeleitet. Bei gleichmäßigem Drehen des Elektrisircylinders ging fortwährend Elektricität von der *innern* Belegung der Flasche durch den Multiplicator-draht; zugleich wurde die Flasche geladen und entlud sich, wenn sie eine bestimmte Ladung erhalten hatt. Die Zahl der Funken an der Flasche gab also die Menge der ziemlich gleichmäßig durch den Multiplicator geflossenen Elektricität, dessen Nadel eine feste Ablenkung erhielt. Die Tangente des Ablenkungswinkel oder, da hier nur kleine Winkel vorkommen, der Winkel selbst soll nach der Annahme proportional der in der Zeiteinheit durch den Multiplicator geflossenen Elektricitätsmenge seyn.

Funken d. Maafsflasche in 1 Minute. q_1	Ablenkung am Galvanometer $E^1)$	
	beobachtet	berechnet
83	6,5 Grad	6,55
120	9,6	9,47
154	12	12,15
164	13	12,94.

Die Rechnung ist nach der Relation $E=0,0789 \cdot q_1$ geführt und giebt die Beobachtung vollständig wieder. Weniger befriedigend war die Uebereinstimmung, als die Kugeln der Maafsflasche 2 bis 5 Mm. von einander entfernt wurden, was daraus erklärlich wird, daß dann die Funken sparsamer übergingen, und der Fluß von Elektricität durch den Multiplicator, am stärksten nach, am schwächsten vor einem

1) Liebig Wöhler Annalen der Chemie 86. 32 (1853).

Funken der Maassflasche, Perioden von längerer Dauer durchlief, also sich mehr von der geforderten Gleichmässigkeit entfernte. Mit q_1 ist die Elektrizitätsmenge bezeichnet, die in der Zeit 1 durch den Multiplicator ging; hat man die Menge q beobachtet; die in der Zeit Z hindurchgeht, so ist $q_1 = \frac{q}{Z}$. Es ist also experimentell aufgezeigt, daß die stehende Ablenkung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom das Gesetz befolgt $E = a \frac{q}{Z}$. Um die Na-

del zu einer stehenden Ablenkung zu bringen, muß die Dauer des elektrischen Stromes grösser seyn als die Schwingungsdauer der Nadel. Läßt man den Strom nur während der sehr kurzen Zeit Z' auf die Nadel wirken, die dabei den Meridian nicht verlassen darf, so erhält sie eine Winkelgeschwindigkeit, wie durch einen Stoss, proportional zu $\frac{q}{Z} \cdot Z'$, die sie zu dem Ausschlagswinkel e fortreibt.

Die Elektrizitätsmenge q sey in einer Batterie befindlich, bei deren Entladung sie durch den Multiplicatordraht strömt. Jede der beiden willkürlichen Zeiten Z und Z' wird dann nothwendig der Entladungszeit z der Batterie gleich und man erhält für den Ausschlagswinkel e (streng für dessen Sehne) den Ausdruck $e = a'q$, welcher durch Versuche an einem dazu geeigneten Galvanometer, bei metallischem Schliessungsbogen und abgemessenen Ladungen der Batterie bestätigt wird. Der Ausschlag der Nadel mißt also die ganze durch die Schliessung der Batterie gegangene Elektrizitätsmenge und ist unabhängig von der Zeit des Durchgangs, wenn diese nur verflossen ist, ehe die Nadel den Meridian verläßt.

Der oben gegebene Ausdruck für die Entladungszeit der Batterie $z = A \frac{q^2}{e}$ wird somit $z = A \frac{e^2}{e}$, wo e die Elongation am Galvanometer, z die am Dynamometer bezeichnet. W. Weber hat eine Reihe gleichzeitiger Beobachtungen von e und z gegeben bei verschiedener Länge der in den Schliessungsbogen eingeschalteten nassen Hanf-

schnur, mit welchen wir die aus Wärmeversuchen abgeleitete hypothetische Formel für die Entladungszeit prüfen wollen. Diese Formel ist $z = b \left(\frac{1}{b} + V \right) \frac{q}{y}$, wo $\frac{1}{b}$ die Länge eines zur Einheit gewählten Platindrahts angiebt, die für alle constanten metallischen Theile des Schließungsbogens, V die Länge desselben Drahts, die für die veränderliche Länge der nassen Hanfschnur gesetzt werden kann. Unzweifelhaft kann hier $\frac{1}{b}$ gegen V vernachlässigt werden. Die mittlere elektrische Dichtigkeit y der Batterie ist bei den Versuchen constant gesetzt worden. Es kommt also $z = b V q = b V e$ und $\frac{z}{e V} = \text{const.}$ Nehmen wir für z die oben angegebene Bestimmung $z = A \frac{e^2}{\epsilon}$, so kommt $\frac{e}{\epsilon V} = \text{const.}$ Zur Vereinfachung ist in der folgenden Tafel V für eine Länge von 250 Mm. der feuchten Schnur zur Einheit genommen. Die Elongationen sind durch Spiegelablesung gewonnen, in Scalentheilen angegeben ¹⁾).

Versuche von W. Weber.

V	Elongation am Galvanometer ϵ	Elongation am Dynamometer ϵ	$\frac{e}{\epsilon V}$
8	79,9 Scth.	65,6 Scth.	0,1523
4	76,6	153	0,1251
2	82,3	293,8	0,1401
1	87,3	682	0,1280
1	82,9	609,1	0,1361
2	95,6	422,8	0,1131
4	95,8	210,1	0,1140
8	101,5	98	0,1294

Nach der hypothetischen Formel sollte die letzte Columne constante Zahlen enthalten. Mit Ausschluss des ersten Werthes entfernen sich die Werthe von $\frac{e}{\epsilon V}$ so we-

1) Abhlg. bei Begründung der sächs. Ges. d. Wiss. 1846, S. 294.

nig vom Mittel 0,1265 als es nur irgend erwartet werden konnte. Die Abweichungen sind nicht den beobachteten Elongationen zuzuschreiben, sondern dem Umstande, daß zur Prüfung der constanten Dichtigkeit in der Batterie das Quadrant-Elektroskop, ein wenig empfindliches Mittel gebraucht worden ist.

Die Formel für die Entladungsdauer der Batterie $z = b \left(\frac{1}{b} + V \right) \frac{q}{y}$ ist also in Bezug auf die Veränderlichen $\left(\frac{1}{b} + V \right)$ und q (Letzteres auch durch die erste Bestimmungsmethode) bestätigt worden, und es ist wünschenswerth, daß sie auch in Bezug auf die dritte Veränderliche, die mittlere Dichtigkeit in der Batterie, durch das Dynamometer geprüft würde.

Das Elektro-Dynamometer in seiner jetzigen Einrichtung kann nur bei Batterieströmen angewendet werden, die durch Einschluß feuchter Leiter in die Schließung sehr abgeschwächt worden sind. Sollte es gelingen, was beim Galvanometer schon gelungen ist, diese Beschränkung seines Gebrauchs aufzuheben, so würden wir durch das Dynamometer und das elektrische Thermometer zwei sich einander ergänzende und controlirende Mittel besitzen zur leichten und sicheren Bestimmung der Entladungszeit der Batterie. Bei ganz metallischer Schließung würde das Galvanometer, und damit ein zweiter Beobachter entbehrt werden können.

III. *Ueber die Wärmeverhältnisse beim Auflösen gemischter Salze in Wasser und die dabei eintretenden Wechselzersetzungen*¹⁾;
 von Dr. A. Winkelmann.

Person theilt in der Abhandlung „*Recherches sur la chaleur latente de dissolution*“²⁾ vier Versuche mit, um den Wärmeverbrauch beim Auflösen eines Gemisches von Kaliumnitrat und Natriumnitrat in Wasser zu bestimmen. In dem Gemisch befinden sich die Salze im Verhältniß ihrer Moleculargewichte und werden mit demselben drei verschieden concentrirte Lösungen untersucht. Person schließt aus diesen Versuchen, daß sich diese beiden Salze in der Lösung nicht einander beeinflussen, indem er sagt: *On peut reconnaître que les deux sels ne s'influencent pas dans leur dissolution, c'est-à-dire que la chaleur latente pour les sels réunis est la même que pour les sels séparés. En effet, si, d'après les nombres proportionnels $Az O^b KO = 12,67$, $Az O^b NO = 10,56$ et les valeurs de q ³⁾ trouvées pour les sels séparés, on calcule la chaleur latente de dissolution du sel double, on trouve etc.* Aus diesen Worten geht die Art der Berechnung nicht unzweideutig hervor; man erkennt diese übrigens, wenn man die später als „berechnet“ mitgetheilten Werthe mit den früheren Werthen, die für die einzelnen Salze gefunden wurden, vergleicht. Aus einer solchen Vergleichung ergibt sich, daß zur Berechnung der Wärmemenge, die nöthig ist, um 1 Gr. eines Salzgemisches, in welchem sich die Mengen der einzelnen Salze wie 12,67 und 10,56 verhalten, in einer bestimmten Wassermenge zu lösen, die Wärme-

1) Die Versuche wurden im physikalischen Laboratorium der polytechnischen Schule zu Aachen angestellt.

2) *Annales de Chimie et de Physique* III. sér. tom. XXXIII, p. 455.

3) q bedeutet die Wärmemenge, die zur Lösung von 1 Gr. Salz verbraucht wird.

mengen benutzt werden, die erforderlich sind, um 1 Gr. jedes einzelnen Salzes in derselben Wassermenge zu lösen. Diese letzteren werden dann mit 12,67 resp. mit 10,56 multiplicirt und die Summe dieser Producte durch 12,67 + 10,56 = 23,23 dividirt. Die Differenzen der in dieser Weise berechneten Wärmemengen gegenüber den direct beobachteten sind + 0,26; + 0,75; — 0,24. Aus denselben schließt Person, da sie bald nach dem einen bald nach dem anderen Sinne ausfallen, daß sie nur Folge von Beobachtungsfehlern seyen und daß daher auch die angeführte Berechnung der zur Lösung verbrauchten Wärmemenge richtig sey.

Mit diesem Resultat stehen, wie sich leicht zeigen läßt, einzelne Versuche in Widerspruch, die Marignac¹⁾ in neuerer Zeit in der Abhandlung „Ueber den Einfluß des Wassers auf die wechselseitige Zersetzung von Salzen und die sie begleitenden Wärmewirkungen“ mittheilt. Derselbe sagt dort nämlich, daß man bei Mischung zweier gleich concentrirter Auflösungen von Salzen, die zu keiner wechselseitigen Zersetzung Veranlassung geben können, meistens eine Temperaturerhöhung beobachtet und führt als ein Beispiel solcher Salze auch speciell Kaliumnitrat und Natriumnitrat an. Wie bereits hervorgehoben wurde, berechnet Person die Wärmemenge, die zur Lösung des Salzgemisches erfordert wird, aus den Werthen, die die Wärmemengen darstellen, welche verbraucht werden, um gleich concentrirte Lösungen der einzelnen Bestandtheile des Salzgemisches herzustellen. Wenn daher zur Lösung von x Gr. des Salzes a in $\frac{100 \cdot x}{x + y}$ Gr. Wasser die Wärmemenge $x A_1$ verbraucht wird, und zur Lösung von y Gr. des Salzes b in $\frac{100 \cdot y}{x + y}$ Gr. Wasser die Wärmemenge $y A_2$, so ist nach Person die Wärmemenge, die zur Lösung von x Gr. des Salzes a und y Gr. des Salzes b in 100 Gr. Wasser erfordert wird

$$x A_1 + y A_2,$$

1) Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. 155, S. 185.

Da diese Wärmemenge gleich der Summe der Wärmemengen ist, die für die einzelnen Salze verbraucht werden, so folgt, daß beim Vermischen jener beiden Lösungen keine Temperaturänderung eintreten darf. Daher steht die Relation, welche Person zur Berechnung der Wärmemenge, die zur Lösung eines Gemisches zweier Salze, zwischen denen keine Zersetzung statt finden kann, verbraucht wird, anwandte, in Widerspruch mit den Versuchen Marignac's. Es schien mir deshalb nicht ohne Interesse, die angeregte Frage einer genaueren Untersuchung zu unterwerfen und diese zugleich auch auf solche Salze auszudehnen, bei welchen während der Lösung eine wechselseitige Zersetzung eintritt.

§. 1.

Die Versuche, welche ich anstellte, sind dreierlei Art. Die erste weicht in keiner Weise von derjenigen ab, welche ich bereits in diesen Annalen Bd. 149, S. 1 mitgetheilt habe. Es wurden Salzgemische, deren Bestandtheile in einem bestimmten Verhältnisse standen, in einer bestimmten Wassermenge gelöst, und dann in derselben Weise, wie früher die Wärmemengen und specifischen Wärmen der Lösungen berechnet.

Die zweite Art bestand darin, daß in der Lösung eines Salzes ein zweites Salz gelöst wurde. Die Lösungen wurden direct nach einander hergestellt und während der Lösung des zweiten Salzes wurde der Gang des Thermometers beobachtet, aus dem sich dann auch, wenn die Lösungen bei verschiedenen Temperaturen hergestellt werden, die specifischen Wärmen und die Wärmemengen berechnen lassen. Da die schließlichen Formeln, aus welchen diese Gröfsen berechnet werden, von den früher aufgestellten etwas abweichen, so will ich mir erlauben, dieselben hier mitzutheilen.

Ist die Temperatur der ursprünglichen Lösung im Moment des Eintauchens des zweiten Salzes t , diejenige des Salzes mit dem Rührer τ , so ist die Temperatur T , die

man als die gemeinschaftliche Anfangstemperatur betrachten darf:

$$T = t + \frac{(\pi_2 + c_2 r_2)(t - t)}{(P + r_1)k_1 + \Pi + \pi_1 + \pi_2 + c_2 r_2}.$$

In dieser Formel bezeichnet

P das Gewicht des Wassers,

Π den Wasserwerth des Calorimeters und Thermometers,

π_1 den Wasserwerth des ersten Rührers, mittelst dessen das erste Salz gelöst wurde,

π_2 den Wasserwerth des zweiten Rührers,

k_1 die specifische Wärme der ursprünglichen Lösung,

r_1 das Gewicht des ersten Salzes,

r_2 das Gewicht des zweiten Salzes.

Bedeutet ferner p das Verhältniß $\frac{P + r_1}{r_2}$, so ist die Wärmemenge λ , die nöthig ist, um 1 Gr. des zweiten Salzes in p Gr. der ursprünglichen Lösung bei der Temperatur T zu lösen

$$\lambda = \left\{ k_2 (p + 1) + \frac{\Pi + \pi_1 + \pi_2}{r_2} \right\} \alpha_T.$$

Es bezeichnet hier k_2 die specifische Wärme der schließlichen Lösung und α_T die Temperaturerniedrigung, die in Folge der Lösung des zweiten Salzes eintritt und bei der die Correction wegen der Temperatur der Umgebung bereits berücksichtigt ist.

Die Wärmemenge, die zur Lösung bei 0° erfordert wird, wird ausgedrückt durch

$$A = \lambda + \left\{ \frac{pk_1 + c_2}{p + 1} - k_2 \right\} (p + 1) T.$$

Sind endlich T_1 und T_2 zwei verschiedene Anfangstemperaturen und α_{T_1} , α_{T_2} die diesen Temperaturen entsprechenden Temperaturerniedrigungen, so ist die specifische Wärme k_2

$$k_2 = \frac{pk_1 + c_2}{p + 1} \left\{ \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2 + \alpha_{T_2} - \alpha_{T_1}} \right\} - \frac{(\Pi + \pi_1 + \pi_2)(\alpha_{T_2} - \alpha_{T_1})}{r_2(p + 1)(T_1 - T_2 + \alpha_{T_2} - \alpha_{T_1})}.$$

Bei der dritten Art der Versuche wurden zwei Lösungen verschiedener Salze mit einander gemischt. Eine dünne Glaskugel, die eine Lösung und zugleich mit dieser im Thermometer enthielt, wurde in das Calorimeter, welches die zweite Lösung und ebenfalls ein Thermometer enthielt, gebracht und so lange mit derselben im Calorimeter geführt, bis die Temperaturen der Lösungen sich ausgeglichen hatten. Alsdann wurde die Kugel zerdrückt und während der folgenden Beobachtung der Thermometer mit der Glasröhre, die zur Vermeidung der Wärmestrahlung der Hand an einer Handhabe befestigt war, weiter geführt.

§. 2.

Die nachfolgend mitgetheilten Tabellen enthalten die einzelnen Resultate, die bei Untersuchung der angewandten Salze erhalten wurden.

Tabelle I.
Natriumnitrat. Kaliumnitrat.

No.	Gewicht und Bezeichnung des ersten Salzes	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl der Gr. Wasser auf 1 Gr. des Salzgemisches	T	αr	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des Salzgemisches erfordert werden bei T°	bei 0°	Specifische Wärme der Lösung	Mittlere specifische Wärme
1.	27 NaNO ₃	13,5 KNO ₃	6,6667	15,424	8,378	58,18	60,09	0,88680	0,90296
2.				20,688	8,228	57,14	59,70		
3.				39,290	7,910	54,93	59,80		
4.				41,955	7,890	54,79	59,99		
5.	13,5 NaNO ₃	27 KNO ₃	6,6667	15,954	9,488	65,49	67,91	0,88204	0,90184
6.				15,813	9,440	65,16	67,56		
7.				40,406	8,965	61,89	68,02		
8.				38,411	8,942	61,73	67,56		
9.	13,5 NaNO ₃	13,5 KNO ₃	10	20,056	6,236	64,02	67,93	0,91426	0,93198
10.				19,972	6,239	64,05	67,93		
11.				42,566	5,820	59,76	68,09		
12.				40,764	5,834	59,90	67,85		

Tabelle II.
Kaliumnitrat. Chlorkalium.

No.	Ursprüngliche Lösung	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl d. Gr. der ursprüngl. Lösung auf 1 Gr. des zweiten Salzes p	T	αr	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des zweiten Salzes erfordert werden bei T° bei 0°	Spec. Wärme d. ursprünglichen Lösung k_1	Spec. Wärme d. abschließlichen Lösung k_2	Mittlere spec. Wärme $\frac{pk_1 + c_2}{p+1}$
1.	5 Proc. KNO_3	13,5 KCl	21	17,472	2,601	52,73	59,26	0,9495	0,91418
2.				16,511	2,598	52,69	58,87		
3.				41,863	2,143	43,47	59,14		
4.				40,920	2,160	43,80	59,11		
5.	5 Proc. KNO_3	27 KCl	10,5	19,281	5,021	50,66	56,37	0,9495	0,88192
6.				17,730	5,070	51,17	56,88		
7.				41,760	4,310	43,44	56,90		
8.				41,980	4,290	43,25	56,88		
9.	10 Proc. KNO_3	13,5 KCl	22,052	17,610	2,230	45,74	49,22	0,9083	0,87642
10.				18,130	2,235	45,82	49,41		
11.				36,090	2,055	42,22	49,36		
12.				38,505	2,035	41,82	49,44		
13.	10 Proc. KNO_3	27 KCl	11,01	18,055	4,540	46,17	51,07	0,9083	0,84706
14.				20,500	4,500	45,77	51,34		
15.				40,520	3,950	40,19	51,19		
16.				37,150	4,040	41,08	51,16		
17.	5 Proc. KCl	13,5 KNO_3	21	18,86	3,640	73,81	79,08	0,89717	0,90988
18.				18,62	3,660	74,21	79,41		
19.	5 Proc. KCl	27 KNO_3	10,5	21,96	6,83	70,31	73,56	0,9418	0,88070
20.				20,90	6,83	70,31	73,41		

Tabelle III.
Chlornatrium. Chlorkalium.

No.	Ursprüngliche Lösung	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl d. Gr. der ursprüngl. Lösung auf 1 Gr. des zweiten Salzes p	T	α_r	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des zweiten Salzes erfordert werden bei T_0 bei 0°	Spec. Wärme d. ursprünglichen Lösung k_1	Spec. Wärme d. schließlichen Lösung k_2	Mittlere spec. Wärme $p k_1 + c_2 \frac{p}{p+1}$
1.	20 Proc. NaCl	13,5 K Cl	24	19,020	2,080	42,98	45,20	0,8350	0,80852
2.				18,040	2,065	42,63	44,88		
3.				39,757	1,957	40,40	45,24		
4.				38,720	1,970	40,66	45,29		
5.	15 Proc. NaCl	27 K Cl	11,5	20,660	4,841	44,42	47,78	0,8651	0,80976
6.				19,322	4,879	44,82	47,92		
7.				38,416	4,066	41,60	47,77		
8.				39,015	4,065	41,59	47,85		
9.	15 Proc. K Cl	27 Na Cl	11,5	15,473	0,456	4,65	5,32	0,8486	0,79783
10.				18,951	0,460	4,59	5,45		
11.				40,161	0,351	3,57	5,42		
12.				39,454	0,354	3,60	5,41		
13.	20 Proc. K Cl	13,5 Na Cl	24	19,152	0,172	3,47	4,42	0,8097	0,75587
14.				20,440	0,182	3,66	4,69		
15.				39,480	0,130	2,63	4,73		
16.				40,499	0,115	2,33	4,49		

Tabelle IV.
Kaliumnitrat. Chlornatrium.

No.	Ursprüngliche Lösung	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl d. Gr. der ursprüngl. Lösung auf 1 Gr. des zweiten Salzes p	T	α	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des zweiten Salzes erfordert werden bei T° bei 0°	Spec. Wärme d. ursprünglichen Lösung k_1	Spec. Wärme d. abschließlichen Lösung k_2	Mittlere spec. Wärme $p k_1 + c_2$ $p + 1$	
1.	5 Proc. KNO_3	12 NaCl	7	15,262	1,271	8,86	11,11	0,9495	0,83911	0,85756
2.				20,015	1,155	8,07	11,02			
3.				37,842	0,792	5,54	11,13			
4.				36,677	0,805	5,60	11,01			
5.	10 Proc. KNO_3	27 NaCl	11	19,841	0,608	6,29	8,93	0,9083	0,83930	0,85042
6.				21,031	0,617	6,38	9,19			
7.				37,534	0,389	4,02	9,03			
8.				37,566	0,366	3,79	8,81			
9.	15 Proc. KNO_3	4 NaCl	23	19,534	0,249	5,21	7,99	0,8734	0,83987	0,84580
10.				18,288	0,248	5,19	7,79			
11.				38,664	0,114	2,39	7,89			
12.				37,936	0,121	2,53	7,83			

Natriumnitrat. Chlorkalium.

No.	Ursprüngliche Lösung	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl d. Gr. der ursprüngl. Lösung auf 1 Gr. des zweiten Salzes p	T	αr	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des zweiten Salzes erfordert werden bei T° bei 0°	Spec. Wärme d. ursprünglichen Lösung k_1	Spec. Wärme d. schließlichen Lösung k_2	Mittlere spec. Wärme $p k_1 + c_2$ $p+1$
1.	5 Proc. KCl	40,5 NaNO ₃	7	20,997	6,234	43,65	0,9418	0,85305	0,85720
2.				19,815	6,199	43,41			
3.				40,817	6,144	43,03			
4.				38,796	6,105	42,76			
5.	10 Proc. KCl	27 NaNO ₃	11	20,425	3,786	39,25	0,8923	0,84103	0,84002
6.				17,966	3,724	39,33			
7.				37,187	3,805	39,44			
8.				36,697	3,817	39,56			
9.	15 Proc. KCl	4 NaNO ₃	23	17,467	1,734	35,77	0,8486	0,82743	0,82430
10.				19,755	1,711	35,30			
11.				38,451	1,791	36,96			
12.				37,929	1,794	37,02			
13.	15 Proc. KCl	8 NaNO ₃	11,5	20,368	3,325	34,89	0,8486	0,80733	0,80190
14.				18,298	3,278	34,41			
15.				35,263	3,393	35,61			
16.				33,711	3,405	35,73			
17.	20 Proc. KCl	13,5 NaNO ₃	24	20,360	1,555	31,61	0,8101	0,79057	0,78828
18.				18,080	1,555	31,61			
19.				36,038	1,618	32,89			
20.				35,334	1,582	32,16			

Für die Versuche der Tabelle I ist der Gesamtwasserwerth 5,70; der Wasserwerth des Rührers 1,66; bei den Tabellen II bis V ist der Gesamtwasserwerth 7,36, der Wasserwerth des Rührers 1,66; bei den Nummern 1 — 4 und 9 — 12 der Tabelle IV und 9 — 16 der Tabelle V ist der Gesamtwasserwerth 2,90, der Wasserwerth des Rührers 0,48.

Die Versuche, deren Resultate in der zunächst folgenden Tabelle enthalten sind, wurden so angestellt, daß ein Gemisch von Salzen hergestellt wurde, in welchem sich die Gewichte der Bestandtheile wie ihre Moleculargewichte verhielten

Tabelle VI.

No.	Gewicht und Bezeichnung des ersten Salzes	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl der Gr. Wasser auf 1 Gr. des Salzge- mischtes	T	or	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des Salzgemisches erfordert werden bei T° bei 0°	Speci- fische Wärme der Lösung	Mittlere speci- fische Wärme
1.	8,245 NH ₄ NO ₃	7,715 K Cl	12,5	19,002	5,008	64,30	0,91401	0,94830
2.				19,578	5,024	64,50		
3.				36,101	4,410	56,63		
4.				35,868	4,418	56,72		
5.	10,460 KNO ₃	5,540 NH ₄ Cl	12,5	20,187	5,884	75,81	0,92457	0,94852
6.				19,897	5,856	75,46		
7.				36,873	5,461	70,37		
8.				36,886	5,435	70,05		
9.	4,621 NH ₄ NO ₃	3,379	10	21,129	4,730	48,43	0,89925	0,93946
10.				21,631	4,736	48,49		
11.				36,952	4,078	41,75		
12.				36,955	4,042	41,39		
13.	4,910 NaNO ₃	3,090	10	21,655	5,637	58,33	0,90903	0,93696
14.				21,752	5,667	58,62		
15.				35,529	5,247	54,28		
16.				35,965	5,231	54,12		

No.	Gewicht und Bezeichnung des ersten Salzes	Gewicht und Bezeichnung des zweiten Salzes	Anzahl der Gr. Wasser auf 1 Gr. des Salzge- mischtes	T	α r	Wärmemengen, die zur Lösung von 1 Gr. des Salzgemisches erfordert werden bei 7° bei 0°	Speci- fische Wärme der Lösung	Mittlere speci- fische Wärme
17.	12,665 KNO ₃	7,335 Na Cl	10	19,960	5,320	54,71	0,90555	0,92998
18.				20,227	5,312	54,63		
19.				36,922	4,872	50,11		
20.				36,33	4,894	50,33		
21.	10,658 NaNO ₃	9,342 K Cl	10	19,640	5,116	52,31	0,90359	0,92926
22.				19,862	5,097	52,50		
23.				37,859	4,609	47,30		
24.				35,359	4,674	47,95		
25.	25,329 KNO ₃	14,671 Na Cl	5	20,849	9,508	49,28	0,83877	0,87260
26.				21,474	9,452	49,10		
27.				35,376	8,946	46,45		
28.				37,642	8,850	45,97		
29.	21,316 NaNO ₃	18,684 K Cl	5	20,995	9,056	48,13	0,83935	0,87032
30.				21,055	9,065	48,18		
31.				35,987	8,539	45,38		
32.				35,755	8,519	45,28		

Bei den Nummern 9 — 16 ist der Gesamtwasserwerth 2,78; der Wasserwerth des Rührers 0,48; im Uebrigen ist der Gesamtwasserwerth 5,70; der Wasserwerth des Rührers 1,66.

§. 3.

Um aus den Tabellen II, III, IV, V die Wärmemengen zu berechnen, die nöthig sind, um 1 Gr. des Salzgemisches zweier Salze in Wasser zu lösen, hat man nur die Werthe zu Hülfe zu nehmen, die für das zuerst gelöste Salz in Betracht kommen. Wenn r_1 Gr. des Salzes a bei ihrer Lösung in Wasser die Wärmemenge $r_1 A_1$ verbrauchen und $r_2 A_2$ die Wärmemenge ist, um r_2 Gr. des Salzes b in der Lösung des Salzes a zu lösen, so ist die Wärmemenge A , die erfordert wird, um 1 Gr. des Gemisches zu lösen

$$A = \frac{r_1 A_1 + r_2 A_2}{r_1 + r_2}.$$

Die folgende Tabelle, in welcher p die Anzahl der Gr. Wasser auf 1 Gr. des Salzgemisches bedeutet, giebt die Werthe für A , A_1 , A_2 an, und läßt zugleich die procentische Zusammensetzung der Salzgemische erkennen.

Tabelle VII.

No.	p	Menge des ersten Salzes auf 100 Gr. Wasser	Menge des zweiten Salzes auf 100 Gr. Wasser	A	A ₁	A ₂
1.	10	5 KNO ₃	5 K Cl	72,2	85,3	59,1
2.	6,6667	5 KNO ₃	10 K Cl	66,4	85,3	56,9
3.	6,6667	10 KNO ₃	5 K Cl	71,1	82,0	49,4
4.	5	10 KNO ₃	10 K Cl	66,6	82,0	51,2
5.	10	5 K Cl	5 KNO ₃	72,4	65,7	79,2
6.	6,6667	5 K Cl	10 KNO ₃	70,9	65,7	73,0
7.	4	20 Na Cl	5 K Cl	20,5	14,8	45,1
8.	4	15 Na Cl	10 K Cl	29,7	17,7	47,8
9.	4	15 K Cl	10 Na Cl	38,4	60,4	5,4
10.	4	20 K Cl	5 Na Cl	47,9	58,7	4,6
11.	5	5 KNO ₃	15 Na Cl	29,6	85,3	11,1
12.	5	10 KNO ₃	10 Na Cl	45,5	82,0	9,0
13.	5	15 KNO ₃	5 Na Cl	59,8	77,1	7,9
14.	5	5 K Cl	15 Na NO ₃	49,6	65,7	44,2
15.	5	10 K Cl	10 Na NO ₃	50,6	62,1	39,1
16.	5	15 K Cl	5 Na NO ₃	54,0	60,4	34,1
17.	4	15 K Cl	10 Na NO ₃	49,6	60,4	33,4
18.	4	20 K Cl	5 Na NO ₃	53,1	58,7	30,5

Aus der letzten Tabelle erkennt man bei Betrachtung von No. 1 und 5 einerseits und 3 und 6 andererseits, daß es, wie sich auch erwarten liefs, für den Wärmeverbrauch gleichgültig ist, welches von 2 Salzen zuerst gelöst wird. Denn die Werthe 72,2 und 72,5, ebenso die Werthe 71,1 und 70,9 sind so nahe gleich, daß die Differenzen vollkommen innerhalb der Gränzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler liegen.

§. 4.

Zur Prüfung der von Person angewandten Relation, mittels deren er die zur Lösung eines Salzgemisches verbrauchte Wärmemenge berechnet, habe ich für die von mir untersuchten Salzgemische die Wärmemengen in derselben Weise, wie Person berechnet, und stelle diese mit den direct beobachteten in der folgenden Tabelle zusammen. Zugleich ist diese Berechnung auf solche Salze ausgedehnt, bei welchen während der Lösung eine wechselseitige Zersetzung eintritt, um so den Unterschied erkennen zu lassen gegenüber denjenigen Salzen, bei denen eine solche Zersetzung nicht vor sich geht. Es läßt sich leicht zeigen, daß, wenn die Relation für verschiedene Temperaturen besteht, eine ganz ähnliche Relation zwischen den specifischen Wärmen der Lösungen stattfindet. Wie schon im Eingange dieser Arbeit mitgetheilt wurde, läßt sich die Relation folgendermaßen ausdrücken. Werde in 100 Gr. Wasser x Gr. des Salzes a und y Gr. des Salzes b gelöst und ist hierzu die Wärmemenge $(x + y) A$ nöthig, wird ferner zur Lösung von $(x + y)$ Gr. des Salzes a in 100 Gr. Wasser die Wärmemenge $(x + y) A_1$ und zur Lösung von $(x + y)$ Gr. des Salzes b in 100 Gr. Wasser die Wärmemenge $(x + y) A_2$ erfordert, so ist

$$A = \frac{x A_1 + y A_2}{x + y}.$$

Möge vorstehende Gleichung sich auf die Temperatur 0° und die Gleichung

$$\lambda_1 = \frac{x\lambda_1 + y\lambda_2}{x+y}$$

sich auf die Temperatur t^0 beziehen.

Bezeichnet dann

c_1 die spezifische Wärme des Salzes a ,

c_2 die spezifische Wärme des Salzes b ,

k_1 die spezifische Wärme der Lösung des Salzes a ,

k_2 die spezifische Wärme der Lösung des Salzes b ,

k_0 die spezifische Wärme der Lösung beider Salze,

so erhält man

$$A = \lambda_1 + \left\{ \frac{\frac{100}{x+y} + \frac{xc_1 + yc_2}{x+y}}{\frac{100}{x+y} + 1} - k_0 \right\} \left(\frac{100}{x+y} + 1 \right) t$$

$$A_1 = \lambda_1 + \left\{ \frac{\frac{100}{x+y} + c_1}{\frac{100}{x+y} + 1} - k_1 \right\} \left(\frac{100}{x+y} + 1 \right) t$$

$$A_2 = \lambda_2 + \left\{ \frac{\frac{100}{x+y} + c_2}{\frac{100}{x+y} + 1} - k_2 \right\} \left(\frac{100}{x+y} + 1 \right) t.$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{100}{x+y} + \frac{xc_1 + yc_2}{x+y}}{\frac{100}{x+y} + 1} - k_0 \\ &= \frac{\left\{ \frac{\frac{100}{x+y} + c_1}{\frac{100}{x+y} + 1} - k_1 \right\} x + \left\{ \frac{\frac{100}{x+y} + c_2}{\frac{100}{x+y} + 1} - k_2 \right\} y}{x+y} \end{aligned}$$

oder

$$k_0 = \frac{xk_1 + yk_2}{x+y}.$$

Die spezifische Wärme der Lösung eines Salzgemisches ist hiernach also gleich der mittleren spezifischen Wärme gleichconcentrirter Lösungen der einzelnen Salze, aus wel-

Dienstsetzung Veranlassung geben können.

No.	Mengen ersterer auf 1 the W _{λ,0}	k_1 ¹⁾	k_2	k_0		Differenz der Werthe von k_0
				beobachtet	berechnet	
1.	10 Na _{0,2}	0,8900	0,8734	0,8868	0,8845	+0,0023
2.	5 Na _{0,3}	0,8900	0,8734	0,8820	0,8789	+0,0031
3.	5 Na _{0,6}	0,9201	0,9083	0,9143	0,9143	+0,0000
4.	5 K _{0,9}	0,9083	0,8923	0,8972	0,9004	—0,0032
5.	5 K _{0,6}	0,8734	0,8486	0,8539	0,8570	—0,0031
6.	10 K _{0,0}	0,8734	0,8486	0,8678	0,8653	+0,0025
7.	10 K _{0,8}	0,8478	0,8097	0,8253	0,8287	—0,0034
8.	5 K _{0,8}					
9.	5 K _{0,4}					
10.	20 Na _{0,5}	0,8119	0,7771	0,8037	0,8048	—0,0011
11.	15 Na _{0,7}	0,8119	0,7771	0,7969	0,7980	—0,0011
12.	15 K _{0,0}	0,7771	0,8119	0,7942	0,7910	+0,0032
13.	20 K _{0,2}	0,7771	0,8119	0,7837	0,7841	—0,0004

1) Anzehenso bei Tabelle IX.

echselseitige Zersetzung eintreten kann.

rechnet	Differenz der Werthe von λ_{50}	k_1	k_2	k_0		Differenz der Werthe von k_0
				beobachtet	berechnet	
20,1	+0,6	0,8473	0,8350	0,8391	0,8381	+0,0010
35,1	+1,3	0,8473	0,8350	0,8393	0,8411	—0,0018
50,2	+0,6	0,8473	0,8350	0,8399	0,8442	—0,0043
44,6	—1,4	0,8097	0,8687	0,8530	0,8539	—0,0009
44,1	—2,1	0,8097	0,8687	0,8410	0,8392	+0,0018
43,7	—1,5	0,8097	0,8687	0,8274	0,8244	+0,0030
43,1	—2,1	0,7771	0,8505	0,8073	0,8064	+0,0009
42,9	—1,6	0,7771	0,8505	0,7906	0,7918	—0,0012
55,2	—5,0	0,9341	0,9115	0,9140	0,9229	—0,0089
¹ 65,3	+0,6	0,9239	0,9156	0,9246	0,9209	+0,0037
¹ 39,6	—3,8	0,9217	0,9019	0,8992	0,9133	—0,0141
¹ 51,2	—1,4	0,9201	0,8980	0,9090	0,9116	—0,0026
¹ 46,1	+0,6	0,9083	0,9019	0,9055	0,9059	—0,0004
¹ 46,3	—2,4	0,9201	0,8923	0,9036	0,9070	—0,0034
¹ 43,1	+0,4	0,8473	0,8350	0,8388	0,8428	—0,0040
¹ 44,2	—1,5	0,8687	0,8097	0,8393	0,8419	—0,0026

chen man sich die schließliche Lösung entstanden denken kann. Die Vergleichung der so berechneten specifischen Wärmen mit den direct beobachteten wird also eine weitere Prüfung der Relation Person's abgeben.

Um den Gang der Differenzen bei den beobachteten und berechneten Wärmemengen mit wachsender Temperatur zu erkennen, habe ich die entsprechenden Wärmemengen auch für die Anfangstemperatur 50° berechnet. Es läßt sich, wie sich später zeigen wird, die Kenntniß dieses Verlaufes für die Beurtheilung der in Rede stehenden Relation mit Vortheil verwenden.

(Hier folgt Tabelle VIII und IX.)

§. 5.

Um über die in den beiden letzten Tabellen mitgetheilten Differenzen der Werthe von λ , λ_{30} und k ein Urtheil zu gewinnen, erscheint es zweckmässig die Genauigkeitsgränze der einzelnen in Betracht kommenden Grössen zu bestimmen. In der früheren Abhandlung habe ich bereits gezeigt, daß unter Voraussetzung gewisser Beobachtungsfehler der Fehler dk in der specifischen Wärme der Lösungen gleich $-0,0015$ wird und dem entsprechend der Fehler $d\lambda$ in der verbrauchten Wärmemenge gleich $+0,96$.

Was nun zunächst die Versuche angeht, bei welchen ein Gemisch von 2 Salzen direct in Wasser gelöst wurde, und welche in Tabelle VIII in den Nummern 1 — 3, in Tabelle IX in den Nummern 9 — 16 enthalten sind, so sieht man, daß für diese die Fehler dk und $d\lambda$ nicht alterirt werden. Da aber in die Werthe, die durch die erwähnte Relation berechnet sind, die gleichen Fehler eingehen können, so ist die Differenz, die zwischen den Werthen für λ einerseits und k andererseits als innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler liegend betrachtet werden muß, $2 \cdot 0,96$ und $2 \cdot 0,0015$ oder für λ 1,9 und für k 0,0030.

In den übrigen Versuchen, bei denen also in einer bekannten Lösung ein zweites Salz gelöst wurde, ist die Genauigkeitsgränze eine etwas andere. Es geht dort nämlich bei Berechnung der specifischen Wärme der schließlichen Lösung die specifische Wärme der ursprünglichen Lösung in die Formel ein und daher wächst unter ungünstigen Verhältnissen der Fehler bis zu 0,0029. Da auch hier wieder der Fehler in den Werthen, die nach der Relation berechnet sind, in Betracht zu ziehen ist, so kann bei dieser Art der Versuche die Differenz der Werthe für k 0,0044 betragen. Bei den Werthen für λ tritt der aufgestellten Gränze der früheren Versuche gegenüber keine Aenderung ein, und die Differenz der Werthe für λ wird daher ebenfalls nur 1,9 betragen dürfen. Für die Diffe-

renz der Werthe von λ_{10} gilt fast dasselbe, wie für λ ; ein kleiner Unterschied kann nur dadurch eintreten, daß das Intervall, innerhalb dessen die Versuche angestellt wurden, näher oder entfernter bei 0° als bei 50° liegt.

§. 6.

Bei Durchsicht der Tabelle VIII wird man finden, daß die Differenzen der Werthe von k nur ein Mal die vorhin entwickelten Gränzen erreichen. Man sieht ferner, daß die Differenzen der λ und λ_{10} sehr häufig das gleiche Vorzeichen haben. Dieser Umstand ist insofern von Bedeutung, als aus demselben hervorgeht, daß es für diese Werthe keine zwischen 0° und 50° liegende Temperatur giebt, bei welcher die Differenz der beobachteten und berechneten Wärmemengen gleich 0 wird.

Denn bezeichnet a die beobachtete Wärmemenge für 0° und $(a - \alpha t)$ diejenige für t° ; ebenso bezeichne $(a_1 + a_2)$ die berechnete Wärmemenge für 0° und $(a_1 + a_2) - (\alpha_1 + \alpha_2)t$ diejenige für t° und sey

$$a - (a_1 + a_2) = \delta$$

$$a - (a_1 + a_2) - (\alpha - \alpha_1 - \alpha_2)t = \delta_1,$$

so folgt aus der Gleichung

$$a - (a_1 + a_2) - (\alpha - \alpha_1 - \alpha_2)t_1 = 0 \quad . \quad . \quad (I.)$$

daß

$$\frac{\delta}{\delta - \delta_1} = \frac{t_1}{t},$$

und hieraus folgt weiter unter der angegebenen Bedingung, daß δ und δ_1 das gleiche Vorzeichen haben,

daß entweder $t_1 < 0$ oder $t_1 > t$ ist.

Es mag hier bemerkt werden, daß die Gleichung (I) nicht anzuwenden ist, um aus derselben in Verbindung mit den beiden vorhergehenden Gleichungen die Temperatur t_1 , bei welcher die beobachteten und berechneten Werthe zusammenfielen, zu berechnen. Denn, abgesehen davon, daß man mit einer derartigen Berechnung aus den Gränzen der Beobachtungen hinausträte, wird man bemerken, daß eine kleine Aenderung der Größen δ und δ_1 schon einen bedeutenden Einfluß auf den Werth von t_1 ausübt.

Es war aber von Interesse zu zeigen, daß viele Versuche erkennen ließen, daß, wenn überhaupt ein Zusammenfallen der beobachteten und der nach der Relation berechneten Werthe eintritt, dies nicht in dem Intervall von 0° bis 50° stattfindet. Wenn daher auch die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen im Allgemeinen kleiner sind, als die im vorigen § angeführte Fehlergränze, so erlauben dieselben doch bei Betrachtung ihres Verlaufes den Schluß, daß die Relation, welche Person zur Berechnung der Wärmemenge, die ein Salzgemisch bei seiner Auflösung verbraucht, anwandte, nicht strenge der Wahrheit entspricht.

Wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, fordert das Bestehen der von Person angewandten Relation, daß beim Vermischen gleich concentrirter Lösungen zweier Salze, welche sich nicht zersetzen können, keine Temperaturänderung eintrete. Nachdem durch die eben besprochenen Versuche in Uebereinstimmung mit den Versuchen Marignac's, über „Mischung zweier Salzlösungen, welche nicht fähig sind, sich zu zersetzen“, gezeigt ist, daß die Relation Person's nicht strenge besteht, fragt es sich, wie groß die Abweichung von der Wahrheit ist und wie diese Abweichung sich bei verschiedenen Concentrationsgraden der Lösungen etwa ändert.

In Bezug auf die erste Frage findet sich in der Abhandlung Marignac's nur die Bemerkung, daß die Temperaturänderung, welche man beim Vermischen der Auflösungen zweier Salze, die zu keiner wechselseitigen Zersetzung Veranlassung geben können, beobachtet, im Allgemeinen geringer ist, als die, welche durch das Mischen dieser Auflösungen mit dem Wasser resultiren würde.

In Bezug auf die zweite Frage, welche die Aenderung der Abweichung der nach der Relation berechneten Werthe von der Wahrheit betrifft, macht Marignac zwei Mittheilungen. Nachdem derselbe gesagt hat, daß auch zuweilen eine Temperaturerniedrigung eintritt bei Salzen, welche wahrscheinlich sich nicht untereinander verbinden,

fährt er fort: „Uebrigens werden diese Temperaturänderungen fast unmerklich für Auflösungen, welche auf $\frac{1}{40}$ ¹⁾ verdünnt sind.“

Da Marignac ausser mit $\frac{1}{40}$ -Lösungen auch Versuche mit $\frac{1}{10}$ - und $\frac{1}{20}$ -Lösungen anstellt, so liegt in der obigen Bemerkung die Folgerung, daß die Temperaturänderungen mit dem Procentgehalt der Lösungen abnehmen, daß also für Mischung zweier $\frac{1}{10}$ -Lösungen die Temperaturänderung gröfser ist, als für $\frac{1}{20}$ -Lösungen. Aus der folgenden Bemerkung Marignac's läfst sich ableiten, daß für $\frac{1}{10}$ - und $\frac{1}{20}$ -Lösungen die Wärmewirkungen einander gleich sind. In dem Abschnitt, welcher über „Verdünnung einer Lösung, welche zwei Salze enthält, die sich nicht zersetzen können,“ handelt, sagt nämlich Marignac: „Wenn man nach Mischung von zwei $\frac{1}{10}$ -Lösungen von Salzen, die sich nicht zersetzen können, die so erhaltene Flüssigkeit mit einem gleichen Volume Wasser verdünnt, so beobachtet man eine Temperaturerniedrigung derselben Ordnung, wie sie sich bei der Verdünnung der Lösung eines einzigen Salzes zeigt. Bei allen meinen Versuchen war die Wärmewirkung nahezu gleich der algebraischen Summe der Wärmewirkungen, welche für beide Salze, jedes einzeln genommen, stattgefunden haben würden; wenigstens gingen die Abweichungen nicht über die Gränzen der bei diesen Bestimmungen möglichen Fehler hinaus.“

Bezeichnet man die Wärmewirkung bei der Mischung zweier $\frac{1}{10}$ -Lösungen mit λ_1 , diejenige bei der Verdünnung dieser Mischung auf $\frac{1}{20}$ mit λ_2 . Bedeutet ferner λ_3 und λ_4 die Wärmewirkungen, die bei Verdünnung der einzelnen $\frac{1}{10}$ -Lösungen auf $\frac{1}{20}$ hervorgebracht werden, und endlich λ_5 diejenige, die bei der Vermischung der beiden $\frac{1}{20}$ -Lösungen eintritt, so ist

1) $\frac{1}{40}$ -Lösungen sind nach Marignac solche, welche 1 Gr. Salz in 40 Cubikcentimetern Flüssigkeit enthalten.

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5.$$

Nach den Versuchen Marignac's, die in den obigen Worten mitgetheilt sind, ist nun

$$\lambda_2 = \lambda_3 + \lambda_4,$$

daraus folgt dann, daß

$$\lambda_1 = \lambda_5,$$

oder daß die Wärmewirkungen, welche die Mischung zweier $\frac{1}{10}$ -Lösungen zur Folge haben, gleich jenen sind, die durch Mischung zweier $\frac{1}{20}$ -Lösungen hervorgebracht werden.

Diese Folgerung stimmt mit der ersten Mittheilung Marignac's überein, wonach die Temperaturänderungen, welche in Folge der Mischung zweier Lösungen eintreten, um so kleiner werden, je geringer der Procentgehalt der Lösung ist. Denn da $\lambda_1 = \lambda_5$ ist, so muß die *Temperaturveränderung* bei der Mischung von $\frac{1}{10}$ -Lösungen, da sich hier die *Wärmewirkung* λ_1 gegenüber der von λ_5 fast genau nur auf die halbe Masse bezieht, größer als bei $\frac{1}{20}$ -Lösungen seyn.

Ich habe nach der Methode, welche ich im §. 1 als die dritte Art der Versuche bezeichnet habe, viele Versuche angestellt, um die vorhin angeregten Fragen genauer zu untersuchen. Die Temperaturänderungen, welche durch die Mischung zweier gleich concentrirter Lösungen eintreten, wachsen mit dem Concentrationsgrad der Lösungen und zwar in den höheren Concentrationsgraden ziemlich beträchtlich. Dieselben sind aber auch hier noch so klein, daß sie auf die Wärmemengen, welche zur Lösung von 1 Gr. Salz in einer bestimmten Wassermenge verbraucht werden, keinen großen Einfluß ausüben. Der Grund davon liegt einfach darin, daß die Einwirkung auf die von 1 Gr. Salz zur Lösung verbrauchten Wärmemengen umgekehrt proportional dem Procentgehalt der Lösung ist. Beim Vermischen von zwei Theilen einer 33 procentigen Chlornatrium-Lösung mit einem Theil einer 33 procentigen Natriumnitrat-Lösung trat eine Tempe-

raturerniedrigung von $0^{\circ},21$ ein; es würde daher die nach der Relation berechnete Wärmemenge, wenn man auch die specifische Wärme der Lösung in Betracht zieht, um 0,5 zu groß sein. Beim Vermischen zweier 10 procentigen Lösungen von Salzen, welche nicht fähig sind, sich zu zersetzen, betrug die Temperaturerniedrigung selten mehr, als $0^{\circ},05$ und würde daher die Differenz der wirklich verbrauchten Wärmemenge gegenüber der nach der Relation berechneten auch nur 0,5 seyn. Diese Beispiele werden erkennen lassen, warum die Werthe der Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen in der Tabelle VIII, obwohl sie im Stande waren, zu zeigen, daß die Relation Person's nicht strenge richtig ist, nur sehr klein sind und daß es durch kleine Beobachtungsfehler schon erklärt wird, wenn bei einigen Versuchen die Differenzen nach der unrichtigen Seite hin ausfallen. Denn auch bei den Lösungen der Salze Kaliumnitrat und Chlorkalium sollten die nach der Relation berechneten Wärmemengen größer seyn, als die beobachteten, da auch beim Vermischen gleich concentrirter Lösungen dieser Salze eine Temperaturerhöhung eintritt.

Für die Salze, welche bei ihrer Auflösung in Wasser zu keiner wechselseitigen Zersetzung Veranlassung geben können, möge eine kleine Zusammenstellung folgen, welche die Abweichung der nach der Relation berechneten Werthe von der Wahrheit erkennen läßt. Wie schon Marignac mittheilt, tritt für diese Salze bei Vermischung gleich concentrirter Lösungen meistens eine Temperaturerhöhung ein; ich habe aber auch, ebenso wie Marignac, einige Combinationen gefunden, bei denen eine Temperaturerniedrigung stattfindet.

Es tritt Temperaturerhöhung ein für

Chlorkalium	und	Chlornatrium
Chlorkalium	und	Kaliumnitrat
Chlornatrium	und	Natriumnitrat
Kaliumnitrat	und	Natriumnitrat

518

Chlorkalium	und	Chlorammonium
Kaliumnitrat	und	Ammoniumnitrat
Chlorammonium	und	Ammoniumnitrat.

Eine Temperaturerniedrigung hat statt für

Chlornatrium	und	Chlorammonium
Natriumnitrat	und	Ammoniumnitrat.

Für die in der ersten Gruppe angeführten Combinationen wird also die nach der Relation Person's berechnete Wärmemenge, die zur Lösung eines Salzgemisches erfordert wird, größer als die wirklich verbrauchte Wärmemenge; für die in der zweiten Gruppe enthaltenen Combinationen ist das Umgekehrte der Fall. Aber in beiden Fällen ist die Differenz zwischen den beobachteten und berechneten Wärmemengen so klein, daß für geringe Concentrationsgrade dieselben vollkommen innerhalb der Gränze der Beobachtungsfehler fallen.

§. 7.

Die Tabelle IX zeigt, daß bei den Salzen, welche während der Auflösung eine gegenseitige Zersetzung erfahren können, die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen im Allgemeinen viel größer sind, als für die Salze, bei welchen eine solche Zersetzung nicht stattfinden kann. Man wird zugleich finden, daß mit Ausnahme der Nummern 9, 10, 11 der Tabelle IX die Differenzen für die beobachteten und berechneten Wärmemengen bei 0° und 50° dasselbe Vorzeichen haben. Für die Nummern 9 und 10, wo die Differenzen nach den Mischungsversuchen, wie sich später zeigen wird, überall negativ seyn sollten, ist die Umkehr des Vorzeichens in sofern ohne besondere Bedeutung, als die Größen 0,8 und 0,6 vollkommen innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler liegen. Bei No. 10, wo es sich um ein Gemisch von Chlornatrium und Ammoniumnitrat handelt,

geht aber die Differenz von $+3,6$ bei 0° auf $-3,8$ bei 50° über; das Vorzeichen der Differenz bei 0° stimmt überein mit dem Mischungsversuch, welcher bei Zimmertemperatur angestellt wurde, da bei diesem eine Temperaturerniedrigung eintritt. Wenn auch die Werthe für Ammoniumnitrat nicht so sicher sind, als für die übrigen Salze, wie schon in meiner frühern Abhandlung hervorgehoben und der Grund davon angegeben wurde, so bezweifle ich doch, daß die Abweichung $-3,8$ bei 50° lediglich durch Beobachtungsfehler zu erklären sey; es muß einer weitem Untersuchung überlassen bleiben hierüber eine sichere Entscheidung zu treffen.

Die Versuche, deren Resultate in Tabelle VI und in den Nummern 9 bis 16 der Tabelle IX enthalten sind und bei denen die Bestandtheile der Salzgemische sich wie ihre Molekulargewichte verhalten, wurden besonders zu dem Zweck angestellt, um über die Zersetzung Aufschlüsse zu erhalten. Die Lösung, welche aus Ammoniumnitrat und Chlorkalium entstanden war, enthielt an Elementen dasselbe, wie die Lösung, welche aus Chlorammonium und Kaliumnitrat hervorging, und was für diese Lösungen gilt, gilt auch in ganz derselben Weise für die übrigen Versuche, die in Tabelle VI enthalten sind. Wenn nun, wie man gegenwärtig meistens annimmt, die schließliche Lösung dieselbe molekulare Constitution haben soll, gleichgültig in Form welcher Verbindungen die Säuren und Basen in die Auflösung eingeführt werden, so ist es nothwendig, daß die specifischen Wärmen der Lösungen einander gleich sind. Betrachtet man aber die specifischen Wärmen in den vier ersten Versuchsreihen der Tabelle VI, so findet man, daß in beiden Fällen die Differenz $0,01$ beträgt und weiter, daß in beiden Fällen das Gemisch, welches Chlorammonium als einen Bestandtheil enthält, die größere specifische Wärme hat. Ein Fehler von $0,01$ in der specifischen Wärme würde aber einen Fehler von $0,17$ in der Bestimmung der Temperaturerniedrigung voraussetzen; daher ist es nicht möglich, die Nichtübereinstimmung der

specifischen Wärmen durch Beobachtungsfehler zu erklären, um so weniger, da, wie schon erwähnt wurde, die Abweichung in beiden entsprechenden Fällen nach derselben Seite hin ausfällt. Die specifischen Wärmen liefern also den Beweis, daß es nicht immer gleichgültig ist, in Form welcher Verbindungen die Säuren und Basen in die Auflösung eingeführt werden. Trotzdem können in den Lösungen die möglichen Salze, die durch Doppelzersetzung entstehen, enthalten seyn, nur nicht in beiden Fällen in derselben Weise.

In den vier letzten Versuchsreihen der Tabelle VI, welche sich auf Gemische von Kaliumnitrat und Chlornatrium einerseits und auf Natriumnitrat und Chlorkalium andererseits beziehen, sind die specifischen Wärmen der entsprechenden Lösungen so nahe gleich, daß die Differenzen vollkommen durch Beobachtungsfehler erklärt werden können. Die mittleren specifischen Wärmen der Bestandtheile, welche der Berechnung der specifischen Wärme der Lösungen zu Grunde liegen, stimmen, wie die Tabelle zeigt, nicht vollkommen überein. Der Grund davon liegt darin, daß für die specifische Wärme des festen Natriumnitrat eine Zahl eingeführt ist, welche gegenüber dem Molekulargewicht dieses Salzes zu klein ist.

In der folgenden Tabelle sind die Temperaturänderungen, ihrem Sinne nach, zusammengestellt, welche bei Mischung gleich concentrirter Lösungen zweier Salze, die zu einer wechselseitigen Zersetzung Veranlassung geben können, eintreten.

Es tritt Temperaturerniedrigung ein bei:

Chlornatrium	und	Kaliumnitrat
Chlornatrium	und	Ammoniumnitrat.

Temperaturerhöhung tritt ein bei:

Chlorkalium	und	Natriumnitrat
Chlorammonium	und	Natriumnitrat
Chlorkalium	und	Ammoniumnitrat
Chlorammonium	und	Kaliumnitrat.

Es knüpft sich an diese Zusammenstellung noch folgende Bemerkung. Man sieht, daß bei Mischung der Lösungen für die Salze Chlornatrium und Kaliumnitrat eine Temperaturerniedrigung eintritt, während für die Salze Chlorkalium und Natriumnitrat eine Temperaturerhöhung stattfindet. Denkt man sich zwei gleich concentrirte Lösungen dieser Salzgemische hergestellt, deren Bestandtheile sich wie die Molekulargewichte der Salze verhalten, wie es bei den Versuchen der Tabelle IX in den Nummern 12 bis 16 geschehen ist, so erhält man also, unter Voraussetzung, daß es für diese Salze gleichgültig ist, in Form welcher Verbindungen dieselben in die Auflösung eingeführt werden, schließliche die gleichen Lösungen, in welchen die vier möglichen Salze, die durch Doppelzersetzung entstehen, in irgend welchen Verhältnissen vorhanden sind. Wenn die Lösung, welche durch Auflösung von m Molekülen Na Cl und m Molekülen K NO_3 entstanden ist, $m \cdot x$ Moleküle Na Cl enthält, so ist die Zusammensetzung derselben folgende:

$$m \cdot x (\text{Na Cl} + \text{K NO}_3) + m(1 - x)(\text{K Cl} + \text{Na NO}_3) \quad (\text{I.})$$

Es ist in derselben also $m(1 - x)(\text{Na Cl} + \text{K NO}_3)$ zersetzt und $m(1 - x)(\text{K Cl} + \text{Na NO}_3)$ gebildet. Möge hierzu die Wärmemenge $m(1 - x)(a + b - c - d)$ erfordert werden, wo a , b , c , d sich auf die Zersetzung und Bildung der einzelnen Größen beziehen.

In der Lösung, welche aus m Molekülen K Cl und m Molekülen Na NO_3 entstanden ist, ist die schließliche Zusammensetzung dieselbe, als vorhin (I). Es ist hier aber $m \cdot x \cdot (\text{K Cl} + \text{Na NO}_3)$ zersetzt und $m \cdot x \cdot (\text{Na Cl} + \text{K NO}_3)$ gebildet. Die Wärmemenge, die hierzu erfordert wird, ist also

$$m \cdot x \cdot (c + d - a - b).$$

Da nothwendig $x < 1$ ist, so folgt, daß, wenn $(1 - x)(a + b - c - d)$ positiv ist, dann $x(c + d - a - b)$ negativ ist, oder daß in dem einen Fall durch Bildung und

Zersetzung der Salze Wärme absorbirt wird, wenn in dem andern Fall Wärme frei wird.

Stellt man nun gleich concentrirte Lösungen von vier Salzen her, in welchen die Menge der Salze sich wie die Molekulargewichte derselben verhalten und bei denen man durch Mischung der entsprechenden Lösungen schliesslich in Bezug auf molekulare Constitution gleiche Lösungen erhält, so müsste, wenn die Person'sche Relation für zwei Salze, welche sich nicht zersetzen können, strenge richtig wäre, durch die eben angedeuteten Mischungen in dem einen Fall immer eine Temperaturerhöhung, in dem andern eine Temperaturerniedrigung eintreten. Dafs dies bei den Salzen Chlornatrium und Kaliumnitrat einerseits und Chlorkalium und Natriumnitrat andererseits wirklich der Fall ist, beweist, dafs hier die durch wechselseitige Zersetzung hervorgerufene Wärmewirkung gegenüber der Wärmewirkung, welche ausserdem bei der Mischung durch die Gegenwart der Salze hervorgebracht wird, überwiegend ist.

Fassen wir das Ergebnifs der Untersuchung kurz noch ein Mal zusammen, so ist dasselbe folgendes:

- 1) Bei Salzen, welche in der Lösung keine gegenseitige Zersetzung erfahren, kommt die Person'sche Relation, nach welcher die Wärmemenge, die zur Lösung eines Salzgemisches verbraucht wird, sich zusammensetzt aus den Wärmemengen, die zur Lösung der einzelnen Salze erfordert werden, um unter einander und mit der schliesslichen Lösung gleich concentrirte Lösungen herzustellen, der Wahrheit nahe und zwar um so näher, je geringer die Concentrationsgrade der Lösungen sind. Ebenso ist die specifische Wärme der Lösung eines solchen Salzgemisches nahezu gleich der mittleren specifischen Wärme gleich concentrirter Lösungen der einzelnen Salze, aus welcher man sich die schliessliche Lösung entstanden denken kann.

- 2) Es ist nicht immer gleichgültig, in Form welcher Verbindungen Säuren und Basen in die Auflösung eingeführt werden, sondern es kann der Gleichgewichtszustand, der sich in der Lösung herstellt, davon abhängig seyn. Ein Beispiel hierfür bietet Ammoniumnitrat und Chlornatrium einerseits und Natriumnitrat und Chlorammonium andererseits; ebenso Ammoniumnitrat und Chlorkalium einerseits und Kaliumnitrat und Chlorammonium andererseits.

IV. *Ueber die Zerstäubung der Elektroden im galvanischen Lichtbogen; von Hermann Herwig.*

Die Quantitäten von Substanz, welche an den Elektroden des Voltabogens zerstäubt werden, sind bisher nur in sehr unsicherer Art bestimmt worden. Den Angaben, welche hauptsächlich van Breda¹⁾ und Matteucci²⁾ hierüber machen, fehlt eine Reduction auf eine anderweitige bekannte Wirkung des Stromes, etwa auf eine gleichzeitige Voltameterwirkung desselben, und außerdem sind diese Versuche unter Umständen gemacht worden, die in quantitativer Hinsicht nur ein unklares Bild von der Zerstäubung darbieten können, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird. Nur eine Versuchsreihe von Grove³⁾ über den vorliegenden Gegenstand scheint einen präziseren Charakter zu tragen und gerade diese Versuchsreihe hat zu außerordentlich überraschenden Resultaten geführt. Grove stellte im

1) Poggendorff's Annalen Band 70, S. 326.

2) *Compt. rend.* XXX, p. 201 und *Annal. de chim. et de phys.* III. sér. XXXII, p. 350.

3) *Philos. magaz.* III. sér., XVI, p. 478.

Lichtbogen eine positive Elektrode von Zink einer negativen von Platin gegenüber und zog nur die an der ersten stattfindende Zerstäubung bei seinen Versuchen in Betracht. Diese Zinkelektrode war nun von solchen Dimensionen und die angewandte Stromstärke so geregelt, daß eine Verbrennung durch die Luft nicht an der massiven Elektrode, sondern nur an den feinen zerstäubten Theilchen stattfinden sollte. Die umgebende Luft war dabei in abgesperrter Menge vorhanden und man konnte so aus ihrem Sauerstoffverlust die Menge des zerstäubten Zinks berechnen, vorausgesetzt, daß nur das zerstäubte Zink, aber dieses auch stets sich oxydire. Grove glaubte nun all den Bedingungen dieses Versuches annähernd gerecht geworden zu seyn und schloß aus seinen nicht übermäßig von einander abweichenden Resultaten, daß die zerstäubte Zinkmenge aequivalent sey der in einem gleichzeitig eingeschalteten Voltameter auftretenden Wasserstoffmenge.

Die hierin ausgesprochene Vermuthung eines überraschenden Zusammenhanges zwischen Zerstäubung und Elektrolyse ist meines Wissens von andern Forschern nicht weiter verfolgt worden. Zwar ist die Schwierigkeit, den Bedingungen, welche Grove bei seinem Versuche zu realisiren suchte, auch nur einigermaßen zu genügen, eine außerordentlich große und mag dieser Umstand ebenso wohl von einer Wiederholung der Versuche abgehalten haben, wie er geeignet erscheint, den Grove'schen Angaben kein zu großes Vertrauen schenken zu lassen. Man muß ferner sagen, daß der Gedanke, welchen Grove bei diesen Versuchen verfolgte, auf irrthümlichen Annahmen beruhte. Grove glaubte nämlich, daß wenn die bewegte Elektricität des Stromes nur an Elektrodensubstanz gebunden ihren Uebergang zwischen den Elektroden bewerkstelligen könne, daß dann wohl stets die einer bestimmten Stromstärke entsprechende Elektricitätsmenge auch den Uebergang einer bestimmten Menge Elektrodensubstanz bedingen würde. Nun aber ist, ganz abgesehen von der

entschiedenen Unwahrscheinlichkeit des hierin enthaltenen Bedingungssatzes, zerstäubte Elektrodensubstanz und zwischen den Elektroden übergehende Elektrodensubstanz in quantitativer Beziehung etwas durchaus verschiedenes. Schon die Versuche von van Breda haben gezeigt und im Folgenden wird man es ebenfalls finden, daß von der zerstäubten Substanz nur ein Theil den Weg zur gegenüberstehenden Elektrode einschlägt, während ein anderer Theil nach allen Seiten umherfliegt. Indessen die Versuche Grove's sind doch unabhängig von diesem Gesichtspunkte, denn sie würden in der That die zerstäubte und nicht die übergehende Menge Zink ausdrücken.

Es bleibt also abgesehen von dem Grunde, welcher Grove zu seinem Versuche veranlaßte, die Frage offen, ob nicht ein einfacher Zusammenhang existire zwischen der wirkenden Elektrizitätsmenge, d. h. der Stromstärke, und dem Quantum der der Zerstäubungswirkung unterworfenen Theilchen, etwa wie es der Grove'sche Versuch andeutet. Nur wäre es wünschenswerth, dieser Frage in minder indirecter Weise und unter nicht so vielen einzuhaltenden Bedingungen nahezutreten, als es bei Grove's Versuch der Fall war.

Am nächsten scheint es hier zu liegen, den Lichtbogen in einem chemisch nicht betheiligten Medium zwischen zwei chemisch verschiedenen Elektroden herzustellen und sich durch Wägung und durch quantitative chemische Analyse der Elektroden über die zerstäubten Mengen aufzuklären. Der Gewichtsverlust einer Elektrode während eines Versuches, vermehrt um das Quantum fremden Metalls, welches sie dabei aufgenommen hat, würde die an ihr zerstäubte Menge Substanz ausdrücken. Derartige Versuche bemühte ich mich im Wasserstoffgase auszuführen. Allein bei der von mir verwandten Batterie von 50 Grove'schen Elementen der gewöhnlichen Größe wurden überhaupt nur sehr unvollkommene Lichtbogen im Wasserstoff erzielt und kam ich dabei zu keinen scharfen Resultaten.

Darum ersetzte ich die Wasserstoffumgebung der Elek-

troden durch einen möglichst luftleer gemachten Raum, worin der Bogen entschieden leichter zu Stande kommt. Die Elektroden waren, aufgeschraubt auf starke Eisenstäbe, durch zwei große Kautschukpfropfen geführt, welche einen starken gewöhnlichen Lampencylinder an beiden Seiten dicht schlossen. Durch den einen Pfropfen war außerdem ein mit Glashahn versehenes Stück Glasröhre geführt und wurde zum Zwecke der Evacuierung des Cylinders mit einer Geißler'schen Luftpumpe verbunden. Die Luft wurde so bis auf 1 oder 2^{mm} Druck aus dem Cylinder entfernt. Den Elektroden selbst war durchschnittlich eine Distanz von 1^{mm} gegeben. Anfangs leitete ich den Lichtbogen nach dem Vorschlage Herschel's¹⁾ mit Hülfe einer Leydener Flasche ein. Indessen zeigte sich, daß man bei der Elasticität der dicken Kautschukpfropfen ebenso gut operirt, wenn man durch einen momentan mit den Händen ausgeübten Druck die Elektroden zusammenbringt. Sie schnellen sofort wieder auseinander, ehe irgend eine bemerkbare Menge Wasserstoff in dem gleichzeitig vom Strome durchflossenen Voltameter entwickelt ist, und es bildet sich so momentan der glänzende Bogen mit den rings gegen die Cylinderwand umherfliegenden feinen Metallstäubchen aus. Dieses Sprühen von Metallstäubchen, welches, wie gesagt, direct dabei eintritt, ist charakteristisch dafür, daß der Bogen die einzige Vermittlung zwischen den übrigens getrennten Elektroden bildet und also in der gewünschten Weise verläuft.

Für diese Versuche zeigen sich nun zuvörderst eine Reihe von Metallen wenig bequem. Es sind das die leicht schmelzbaren, von denen bei einigermaßen andauernder Stromeswirkung leicht massive Partien abschmelzen und so die Bestimmung der eigentlich zerstäubten Quantitäten erschweren. So geschah es bei Versuchen mit Zink, Kadmium, Blei und Zinn. Ich beschränkte mich deshalb zunächst auf die Untersuchung von Eisen, Nickel und Kupfer.

1) Poggendorff's Annal. Bd. 49, S. 122.

Bei den mit diesen Metallen angestellten Versuchen ergab sich nun rücksichtlich der zerstäubten Quantitäten nicht die entfernteste Regelmäßigkeit. Ich begnüge mich mit Anführung weniger Versuche und bemerke dazu nur noch, daß die Elektroden kurze, vorn kugelig abgerundete Cylinder von meistens 4 bis 5 Gramm Gewicht bildeten.

1. Versuch.

Im Voltameter entwickelt 31 Kubikcentimeter oder 2,78 Milligr. Wasserstoff:

Die positive Elektrode von Eisen verlor 7 Milligr. Eisen und nahm auf 3 Milligr. Kupfer.

Die negative Elektrode von Kupfer verlor 4 Mgr. Kupfer und nahm auf 1 Milligr. Eisen.

2. Versuch.

Im Voltameter 20 Kubikcm. = 1,78 Milligr. Wasserstoff:

Die positive Elektrode von Eisen verlor 5 Milligr. Eisen und nahm auf 4 Milligr. Kupfer.

Die negative Elektrode von Kupfer verlor 5 Mgr. Kupfer und nahm auf 0,5 Milligr. Eisen.

3. Versuch.

Im Voltameter 65 Kubikcm. = 5,82 Milligr. Wasserstoff:

Die positive Elektrode von Eisen verlor 36 Milligr. Eisen und nahm auf kein Kupfer.

Die negative Elektrode von Kupfer verlor 10 Mgr. Kupfer und nahm auf 3 Milligr. Eisen.

4. Versuch.

Im Voltameter 48 Kubikcm. = 4,3 Milligr. Wasserstoff:

Die positive Elektrode von Eisen verlor 6 Milligr. Eisen und nahm auf kein Kupfer.

Die negative Elektrode von Kupfer verlor 9 Mgr. Kupfer
und nahm auf 1 Milligr. Eisen.

5. Versuch.

Im Voltameter 89 Kubikcm. = 7,97 Milligr. Wasserstoff:

Die positive Elektrode von Eisen verlor 9 Milligr. Eisen
und nahm auf Spur Kupfer.

Die negative Elektrode von Kupfer verlor 18 Mgr. Kupfer
und nahm auf 7 Milligr. Eisen.

6. Versuch.

Im Voltameter 60 Kubikcm. = 5,38 Milligr. Wasserstoff:

Die positive Elektrode von Kupfer verlor 8 Mgr. Kupfer
und nahm auf 4,5 Milligr. Eisen.

Die negative Elektrode von Eisen verlor 5,5 Mgr. Eisen
und nahm auf 1 Milligr. Kupfer.

Die längeren dieser Versuche mußten mit kurzen Unterbrechungen gemacht werden, um die Elektroden nicht bis zum Schmelzen zu erhitzen. Die chemische Analyse wurde, da es sich um sehr kleine Quantitäten handelte, natürlich vorsichtig geführt und nur auf die betheiligten oberflächlichen Schichten der Elektroden angewandt. Da sich trotz der weitgetriebenen Luftverdünnung im Cylinder wohl einzelne kleine Partien an den Elektroden, namentlich die vom andern Metalle her aufgefliegenen mitunter etwas oxydirt zeigten, so mußte in der Analyse auf diesen geringen Sauerstoffgehalt Rücksicht genommen werden. Wenn unter diesen Umständen die mitgetheilten Zahlen auch kleine Unsicherheiten bieten, so können sie doch mit groben Fehlern nicht behaftet sein und man hat so in ihnen ein genügend angenähertes Bild der Verhältnisse vor sich.

Man erkennt daraus die Verhältnisse als absolut regellos. Selbst bei Anwendung desselben Metalles für positive und desselben für negative Elektrode ergeben verschiedene

Versuche bald gleich viel Verlust an beiden Elektroden, bald mehr an der positiven, bald mehr an der negativen. Mit den gleichzeitig entwickelten Wasserstoffmengen ist gleichfalls gar kein Zusammenhang sichtbar. Regelmäßig ist bei diesen, wie bei all meinen Versuchen, nur der Umstand gewesen, daß stets die Erhitzung der positiven Elektrode die lebhaftere war und dort zuerst Rothgluth eintrat. Dieser Umstand ist für zwei gleichartige Elektroden übrigens allgemein bekannt.

Man kann nun, wie es scheint, einen Grund direct anführen, welcher eine theilweise Erklärung dieser Regellosigkeit enthält. Die mitgetheilten Versuche zeigen nämlich, daß wenn auch stets ein lebhaftes Umhersprühen der zerstäubten Metalltheilchen nach allen Seiten hin stattfindet und man in Folge dessen immer einen mehr oder weniger dichten Staubniederschlag auf den benachbarten Cylinderwänden sieht, daß sich dennoch oft ein nicht unbeträchtlicher Theil des von einer Elektrode verlorenen Metalls auf der andern Elektrode vorfinden kann. Solche Partien des fremden Metalles sind mit der Elektrode, worauf sie sitzen, fest zusammengeschmolzen. Denkt man sich nun einen Versuch, bei dem dieses stattfand, weiter fortgesetzt, so würde zweifellos auch eine derartige Partie wieder an der Zerstäubung theilnehmen können, da sie gerade auf den vordern meist betheiligten Stellen der Elektrode sitzt, und man hätte so den Akt der Zerstäubung mehrfach auf dieselben Metalltheilchen angewandt. Daß ein solches Verhalten wirklich bei den besprochenen Versuchen Rolle spielte, zeigen mehrere Beobachtungen. So z. B. hatte bei dem 1. Versuche die Eisenelektrode die verzeichneten 3 Milligr. aufgenommenen Kupfers nicht an ihrer Oberfläche, sondern unter einer dünnen Eisenschicht sitzen, welche letztere also offenbar später, als das aufgenommene Kupfer, dorthin gekommen war und zwar ohne Zweifel von der Kupferelektrode aus rückwärts fliegend, da die Eisenelektrode selbst absolut nicht bis zum Schmelzen erhitzt war. Es zeigt sich also, daß eine Elektrode

unter den hier vorhandenen Versuchsumständen bereits zerstäubtes Metall wieder aufnehmen und von neuem zur Zerstäubung bringen kann. Damit sind denn die Zahlen-ergebnisse all derartiger Versuche völlig illusorisch.

Man würde nun, und damit kommt man dem Groveschen Versuche näher, mehr Erfolg vielleicht von einer solchen Versuchsanordnung erwarten können, bei der man chemische Veränderungen des zerstäubten Metalls benutzt, um eine wiederholte Zerstäubung zu vermeiden. Wenn bei Versuchen in der Luft sich das zerstäubte Metall vollständig oxydirte und das oxydirte Metall also keinen metallisch leitenden Zusammenhang mit der übrigen Elektrodenmasse böte, so würde man wohl diesen Zweck erreicht haben. Bestimmungen nach dieser Methode haben aber nicht nur die Schwierigkeit, welche Grove bei seinen Versuchen empfand, daß nämlich leicht auch an der massiven Elektrode Oxydation stattfindet, sondern noch eine weitere gerade entgegengesetzter Art und eben diese macht sie zur Beantwortung der aufgestellten Frage ebenso ungeeignet, wie die früheren Bestimmungen waren. Es wird nämlich im Allgemeinen nicht die ganze zerstäubte Substanz einer oxydirbaren Elektrode wirklich in der Luft oxydirt, sondern die Oxydation erstreckt sich mehr auf den Umfang des Lichtbogens, während im Innern desselben sehr leicht reines Metall übergeht.

Darüber habe ich mannigfache Erfahrungen gemacht und will nur einen deutlich sprechenden Fall hier heranziehen. Ich stellte zwei Elektroden von Nickel einander in Luft gegenüber und ließ den Bogen übergehen, während dessen sich 60 Kubikcm. Wasserstoff im Voltameter entwickelten. Beide Elektroden hatten vorn eine oxydirte Schicht bekommen, welche sich mit einiger Sorgfalt sehr gut allein vom Metall entfernen ließ. Danach gab die positive Elektrode einen Gewichtsverlust von 4 Milligr. und die negative einen von 13 Milligr. zu erkennen. Es zeigte sich aber auf der positiven Elektrode vorn noch ein hervorragendes Stück reinen Metalles, welches durch

einen feinen Riss gegen die übrige Elektrode abgegrenzt war. Ich sprengte es in diesem Risse ab und fand, daß es auf völlig oxydirtter Basis gesessen hatte. Dieses Stück war also auch erst während des Versuches dorthin gelangt und zwar, da beide Elektroden nicht einmal bis zur Rothgluth heiß geworden waren, von der gegenüberstehenden Elektrode aus. Das Stück war aber nur an der äußersten Oberfläche oxydirt und innen durch und durch reines Metall; es betrug 6 Milligr.

Auf diesem Wege ist also ebensowenig zu messen. Auch ein künstliches Hineinblasen von Luft oder Sauerstoff in den Lichtbogen würde schwerlich brauchbare Versuche geben.

Es läßt sich nach dem Gesagten also wohl allgemein behaupten, daß alle diejenigen Versuche unsere Frage nicht zu beantworten im Stande sind, bei welchen sich beide Elektroden an der Zerstäubung betheiligen. Man muß danach die Mitwirkung der einen Elektrode aufzuheben suchen. Hierfür habe ich folgendes Mittel versucht und seine vollständige Brauchbarkeit erkannt.

Zur einen Elektrode nahm ich eine große, dicke Kupferplatte, zur andern, um ein in Luft nicht oxydirbares Metall zu haben, eine Kugel von ganz reinem Silber. Letztere war an einen Eisenstab geschraubt, der mit einer Spiralfeder umgeben durch einen dicken Kautschuckpfropfen geführt war. Derselbe Kautschuckpfropfen trug seitlich von dem Eisenstabe verlaufend drei isolirte Stützen. Wenn man mit den Fußpunkten derselben die Kupferplatte berührte, so konnte die Silberkugel durch eine Schraubenvorrichtung am Eisenstabe in eine gewünschte nahe Entfernung von der Platte gebracht werden. Alsdann brauchte man des Weiteren nur auf den Kopf des Eisenstabes zu drücken, der gleichzeitig den Poldraht enthielt, um durch eine sehr kurze Berührung zwischen Silberkugel und Platte den Lichtbogen einzuleiten. Die Spiralfeder schnellte sofort die Silberkugel in ihre frühere Lage zurück.

Den so entstandenen Bogen, der mit einer Batterie von 36 Grove'schen Elementen sehr vollkommen unterhalten wurde, führte ich nun immer über neue Punkte der Platte weg, indem ich den Kautschuckpfropfen in der Hand hielt und dessen drei isolirte Stützen über die Platte hingleiten ließ. Auf diese Weise bildete stets ein frischer Punkt der Platte das eine Ende des Bogens, also war von Seiten des einmal auf die Platte übergegangenen Silbers keine wiederholte Action möglich. Und was den Antheil des Kupfers selbst betrifft, so war zu hoffen, daß dort überhaupt keine erhebliche Zerstäubung eintreten würde; denn es vertheilte sich die Wärmewirkung mehr gleichmäßig über die beträchtliche Masse der ganzen Platte, welche nie so heiß wurde, daß man sie nicht mit der Hand längere Zeit hätte berühren können. In der That war der Erfolg der, daß sich nie die geringste Spur Kupfer auf der Silberkugel vorfand, ja daß man kaum irgendwo auf der Kupferplatte eine Kupferoxydulschicht, die sonst doch sehr leicht auf heißem Kupfer entsteht, bemerkte. Das Kupfer blieb also wesentlich intact und so waren die an den Versuch gestellten Anforderungen erfüllt.

Die bei diesen Versuchen nun stattfindende einseitige Zerstäubung der Silberelektrode gestaltete sich in ihrem Erscheinen ein wenig complicirt. Einmal bildete sich dem Laufe des Bogens folgend ein scharf in das Kupfer gedrungener Streifen von metallisch glänzendem Silber. Dann aber trat in ziemlich dünner Schicht über und neben demselben mehr oder weniger ausgeprägt ein schwarzer Staub auf, welcher vorsichtig von der Platte entfernt und analysirt sich als eine Silberverbindung, wohl eine Oxydationsstufe desselben, auswies. Dieser Staub, so scheint es, bildet sich an dem Umfange des Lichtbogens, dort, wo also die Luft Zutritt hat. Er legt sich in Folge dessen seitwärts vom eigentlichen Verlaufe des Bogens auf die Platte und natürlich außerdem in jedem Augenblicke dort, wo der eigentliche Bogen zuvor war, also über den me-

tallischen Silberstreif weg. An einer Stelle aber, wo der Bogen durch rasches Entfernen der Silberkugel von der Platte fort unterbrochen wird, tritt er nicht auf; dort ist vielmehr nur metallisches Silber zu sehen. Ganz derselbe Staub sitzt im Beginn eines Versuches auch auf der Silberkugel selbst, verschwindet daselbst aber und kommt nie mehr zum Vorschein, sobald die Kugel sich der Rothglühhitze nähert, wodurch also eine Reduction hervorgerufen wird. Es liegt die Vermuthung nahe, diese Oxydation des Silbers dem Auftreten von Ozon bei dem in Luft hergestellten Voltabogen zuzuschreiben, und darin würde man einen weiteren Beweis für die wohl von der Mehrzahl der Physiker gehegte Meinung erblicken können, wonach im Voltabogen nicht ausschließlich durch übergehende Elektrodensubstanz die Elektricitätsbewegung vermittelt wird, sondern auch ein theilweises Durchspringen der zwischenliegenden Gasschichten, analog dem Inductionsfunken, stattfindet.¹⁾

Die Quantität nun des in dieser Art übergehenden, resp. zerstäubten Silbers ist, da keine andauernde Oxydation der Silberkugel selbst stattfindet, durch einfaches Wägen derselben festzustellen. Ich erhielt so mit 2 Silberkugeln von 5 bis 6 Gramm Gewicht der Reihe nach die folgenden Resultate.

I. Silberkugel.

Die Kugel war	Im Voltameter entwickelter Wasserstoff		Silberverlust in Milligr.	Gewichtsverhältniß des Silberverlustes zum entwickelten Wasserstoff
	in Cubikcm.	in Milligr.		
+ Elektrode	22	1,97	6,2	3,15
+	32,5	2,91	16	5,50
+	24,6	2,20	14	6,36
+	85,6	7,67	51,4	6,70

1) Man vergleiche auch die Angaben von Grove (Poggendorff's Annalen Bd. 93, S. 417) über ähnliche im Inductionsfunken auftretende Oxydationserscheinungen am Silber.

Die Kugel war	Im Voltameter entwickelter Wasserstoff		Silberverlust in Milligr.	Gewichtsverhältniß des Silberverlustes zum entwickelten Wasserstoff
	in Cubikcm.	in Milligr.	Milligr.	
—	76,4	6,84	9	1,32
+	85	7,60	34	4,47 *
+	29,8	2,67	16	6
—	28,8	2,58	12	4,65 *
—	98	8,78	38,5	4,39

II. Silberkugel.

+	29	2,60	6	2,31
—	53,5	4,79	7	1,47
+	168,8	15,12	113	7,47
+	29,4	2,63	16	6,09
+	76,7	6,87	51	7,43
—	70,7	6,33	26	4,09
+	168,2	15,07	130,5	8,66
+	44,8	4,01	21	5,24 *

Die Zahlen der letzten Colonne zeigen sehr deutlich:

- 1) daß der Silberverlust nie auch nur entfernt äquivalent ist der entwickelten Wasserstoffmenge;
- 2) daß die Kugeln um so ergiebigere Verluste erleiden unter sonst gleichen Umständen, je öfter sie schon zu Versuchen dienten, d. h. je mehr ihre Form schon aufgelockert und dem übergehenden Lichtbogen anpassend geworden war;
- 3) daß die Verluste bei längeren Versuchen (wobei natürlich stets kurze Unterbrechung vorgenommen wurde, wenn die Kugeln sich der Schmelztemperatur zu nähern begannen) bedeutender sind, d. h. daß die höhere Temperatur der Kugeln größere Verluste bedingt;
- 4) daß die positive Silberelektrode bei ungleichmäßiger Beschaffenheit der gegenüberstehenden negativen Plattentheile geringere Verluste erleidet. Die mit einem Stern bezeichneten Versuche wurden nämlich

auf einer Kupferplatte ausgeführt, welche an der Drehbank erst den Anfang ihrer Bearbeitung erfahren hatte und concentrisch höhere und tiefere Partien bot. Die Silberkugeln wurden bei den einschlagenden Versuchen häufig quer über diese Unebenheiten weggeführt;

- 5) daß die zur positiven Elektrode genommenen Kugeln größere Verluste ergeben.

Es ist also nicht ausschließlich von der chemischen Natur der Elektroden und der angewandten Stromstärke, sondern vielmehr von mannigfaltigen Umständen abhängig, wie groß die Quantität der zerstäubten Materie ausfällt.

Zu diesen Versuchen können, wenn sie in vorstehender einfacher Form ausgeführt werden sollen, zweckmäßiger Weise nur nicht oxydirbare Elektroden benutzt werden. Ich habe es deshalb nicht für nöthig erachtet, die Versuche mit derartigen kostspieligen Metallen weiter zu verfolgen, da die mitgetheilten wohl genügen, um alle Vermuthungen eines einfachen Zusammenhanges zwischen Stromstärke und Zerstäubung der Elektroden definitiv abzuschneiden.

Aachen, den 4. April 1873.

V. *Ueber die Geschwindigkeit des Schalls nach Hrn. Regnault's Versuchen; von Dr. H. J. Rink,*

Civil-Ingenieur und Lehrer der Physik zu Tiel in Holland.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Archiv. Néerland. T. VIII.*)

Der *Tome XXXVII* der *Mém. de l'acad. des Sciences* enthält die Beschreibung einer zahlreichen Reihe von Versuchen zum Behufe der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit, ausgeführt von Hrn. Regnault an den Röhren der Gas- oder Wasserleitung der Stadt Paris.

Diese Arbeit des berühmten Physikers giebt aufs Neue Anlaß zum Nachweise eines gewissen Mißverhältnisses zwischen dem merkwürdigen Talent und der auf die Ausführung der Versuche verwandten ungemeinen Sorgfalt und anderseits der Art, wie die Schlüsse aus den erhaltenen Resultaten abgeleitet wurden. So glaubt Hr. Regnault, entgegen dem bisher Angenommenen, aus seinen Versuchen den Schluß ziehen zu können, daß die Geschwindigkeit des Schalls von dessen Intensität abhängt, in der Weise, daß ein schwacher Schall sich weniger rasch als ein starker fortpflanze. Ueberdies glaubt er den Ausdruck

$$V = \sqrt{\frac{P}{d} \cdot \frac{c}{\sigma}}$$
 dergestalt berichtigen zu können, daß darin der Einfluß der Intensität sichtbar werde, was der besagten Abhängigkeit sowohl eine theoretische Basis als eine experimentelle Grundlage geben würde.

Gegen diesen Schluß erlauben wir uns einige Einwürfe zu erheben, zunächst in Betreff der aus den Versuchen des Hrn. Regnault zu ziehenden Resultate, uns eine Untersuchung der theoretischen Betrachtungen für später vorbehaltend.

Bekanntlich wurden die Versuche in Röhren von 0,108, 0,300, 0,216 und 0,10 Met. Durchmesser gemacht, und die Schallwellen zeigten ihre Ankunft an einem der Enden durch die auf einem Papierstreif verzeichnete Unterbrechung eines galvanischen Stromes an, wo gleichzeitig die Schwingungen einer Stimmgabel und die Secunden einer Uhr aufgeschrieben wurden. Auf diese Weise, indem man die Anzahl der zwischen den verschiedenen Strom-Unterbrechungen ausgeführten Schwingungen der Stimmgabel verglich mit der einer Secunde entsprechenden Anzahl von Schwingungen, war es möglich, die zwischen der successiven Ankunft der Schallwellen an einem der Röhren-Enden mit hoher Genauigkeit und frei von allem Einfluß der Person des Beobachters zu bestimmen. Die Wellen wurden nämlich an den Enden an einer Metallplatte reflectirt, was erlaubte die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, nachdem

die Welle die Röhrenlänge verschiedene Male durchlaufen hatte.

Die meisten Versuche geschahen mittelst der Luft-Erschütterungen durch Abschießen einer mit verschiedenen Pulvermengen geladenen Pistole.

Allein man muß sich hier fragen, welches sind die Luftbewegungen, deren Fortpflanzung man speciell im Auge hat, wenn man von der Schallgeschwindigkeit spricht. Man hat allen Grund, diese Frage aufzuwerfen, denn es fehlt viel, daß die von einem Pistolenschuß erregte Luftbewegung in allen Punkten ihrer Bahn einen gleichen Charakter bewahre. Hr. Regnault drückt sich hierüber folgendermaßen aus: „Man muß annehmen, daß im Moment des Abschießens einer Feuerwaffe das entweichende comprimirt Gas anfangs gleich einem Geschofs fortgeschleudert werde und den benachbarten Luftschichten nicht bloß eine Compression, sondern eine Translation einpräge. Dieser letzte Effect wird wahrscheinlich in einer gewissen Entfernung unmerklich, allein er muß die elastische Fortpflanzung in der Nähe des Ausgangspunkts beträchtlich stören (p. 45).“

Nun aber beruhen die theoretischen Betrachtungen über die Erzeugungs- und Fortpflanzungsweise der Wellen auf der bestimmten Hypothese, daß die Lufttheilchen Schwingungsbewegungen um eine Gleichgewichtslage machen, ohne eine Fortführung zu erleiden. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese von der Theorie angenommene und durch die bekannte Formel ausgedrückte Schwingungsbewegung sich fortpflanzt, wollen wir *wahre* Schallgeschwindigkeit nennen, um sie von der *scheinbaren* zu unterscheiden, welche man erhält, wenn man in die Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit die Bewegung der Luft einführt, die von der Mündung der Pistole aus oder von einem Punkte aus, wo die unregelmäßigen Bewegungen noch nicht erloschen sind, stattfinden.

Diese Unterscheidung ist von der größten Wichtigkeit, wenn man, um die Relation zwischen der Geschwindigkeit

des Schalls und seiner Intensität zu studiren, die erstere mittelst der Zeiten, die eine gewisse Welle zur Durchlaufung verschiedener Weglängen nöthig hat, bestimmt und dabei den Umstand benutzt, daß der Ton an Intensität verliert in dem Maaße als der durchlaufene Weg zunimmt. Die *wahre* Geschwindigkeit könnte nämlich sehr wohl eine von der Intensität unabhängige GröÙe seyn, ungeachtet man wachsende Werthe für längere Wegstrecken gefunden hat. Wenn man aber nicht die obige Unterscheidung macht, würde man zu dem falschen Schluß gelangen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der undulatorischen Luftbewegung abnehme mit der Intensität des Schalls.

In der Auseinandersetzung seiner Arbeit giebt Hr. Regnault die Zeiten, nach welchen die Welle zum 1^{sten}, 2^{ten}, 3^{ten} usw. Male an den Enden der Röhre anlangt, immer in Schwingungen der Stimmgabel an. Mittelst dieser Zeiten kann man nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für eine mittlere abnehmende Intensität auf sehr verschiedene Weise berechnen. Wir wollen nur untersuchen, bis zu welchem Punkt diese verschiedene Rechnungsmethoden zu *wahren* oder *scheinbaren* Geschwindigkeiten führen, um uns dann ausschließlich an die zu halten, welche wahre Geschwindigkeiten liefern.

Nennen wir A_1, A_2, A_3 usw. die Schwingungs-Anzahl der Stimmgabel zwischen dem Moment des Pistolenschusses und dem, wo die Welle zum 1^{sten}, 2^{ten}, 3^{ten} usw. Male an dem einen Ende der Röhre anlangt; seyen ferner B_1, B_2, B_3 , usw. dieselben GröÙen für das andere Ende (von welchen der Pistolenschuß ausgegangen ist), N die Anzahl der Schwingungen der Stimmgabel in der Secunde und L die Länge der Röhren. Klar ist dann, daß die folgenden Ausdrücke wahre oder scheinbare Geschwindigkeiten vorstellen:

$$1) \quad \frac{NL}{A_1}, \quad \frac{2NL}{B_1}, \quad \frac{3NL}{A_2} \quad \text{usw.} \quad . \quad . \quad (V)$$

$$2) \quad \frac{NL}{B_1 - A_1}, \quad \frac{2LN}{A_2 - A_1}, \quad \frac{3NL}{B_2 - A_1} \quad \text{usw.} \quad . \quad . \quad (U)$$

- 3) $\frac{NL}{A_2 - B_1}, \quad \frac{2NL}{B_2 - B_1}, \quad \frac{3NL}{A_3 - B_1}$ usw. . . (T)
- 4) $\frac{2NL}{B_1}, \quad \frac{2NL}{A_2 - A_1}, \quad \frac{2NL}{B_2 - B_1}$ usw. . . (W)
- 5) $\frac{NL}{A_1}, \quad \frac{NL}{B_1 - A_1}, \quad \frac{NL}{A_2 - B_1}$ usw. . . (S).

Wir bezeichnen diese verschiedenen berechneten Geschwindigkeiten durch die Buchstaben V , U , T , W und S .

Man erkennt sogleich, daß die Ausdrücke V nichts anderes als scheinbare Geschwindigkeiten seyn können, weil auf jeden der Werthe dieser Reihe die Unregelmäßigkeiten beim Ausgangspunkt Einfluß ausüben. Was die übrigen Ausdrücke betrifft, so hängt die Frage, ob sie wahre Geschwindigkeit vorstellen, offenbar von der Entfernung ab, in welche man den Anfang der eigentlichen Schwingungsbewegung der Luft verlegen darf. *A priori* kann dieser Punkt nicht sicher festgestellt werden, wenn man aber den ersten Werth der Größen S (d. h. die Geschwindigkeiten, mit welchen die Röhrenlänge nach den successiven Reflexionen durchlaufen wird) mit den folgenden Werthen vergleicht, so gelangt man doch zu einem wahrscheinlichen Resultat. Hr. Regnault sagt, „daß in den Werthen, welche wir mit ihm durch U bezeichnet haben, die durch den Ausgangspunkt veranlaßten Störungen fast verschwunden seyen“ (p. 352), was auf die Annahme hinausläuft, daß diese Störungen nach erstmaliger Durchlaufung der Röhrenlänge verschwunden seyen. Untersucht man jedoch die Werthe von S in den Reihen 2, 5 und 8 (p. 305, 345 und 358), so findet man:

Durchlaufener Weg, $L = 1417,95$.

Reihe	L	$2L$	$3L$	$4L$	$5L$
2te	332,15	331,14	330,36	330,83	330,56
5te	332,21	331	330,04	330,48	330,31
8te	340,16	331,46	330,79	330,41	330,77

Aus den beträchtlichen Verschiedenheiten der unter $2L$ angegebenen Werthen von denen unter $3L$, $4L$ und $5L$ aufgeführten, ersieht man, daß in gewissen Fällen die undulatorischen Bewegungen der Luft erst nach zweimaliger Durchlaufung der Röhrenlänge von den Unregelmäßigkeiten befreit sind. Hr. Regnault scheint derselben Ansicht zu seyn, weil er in einigen Reihen (Reihe 10, 17, 4 und 7, p. 362, 382, 415 und 421) die Werthe T statt der Werthe U setzt, und folglich die Zeiten erst von dem Moment der zweiten Reflexion ab berechnet; sein „*fast*“ in dem obigen Ausspruch berechtigt gleichfalls zu dieser Voraussetzung.

Um jedoch eine allgemeine Regel zu haben, welche volle Gewißheit giebt, daß man es mit wahren und nicht mit scheinbaren Geschwindigkeiten zu thun habe, werden wir die zur ersten und zweiten Durchlaufung der Röhrenlänge erforderlichen Zeiten nicht in Rechnung ziehen, sondern annehmen, die Bewegung beginne erst nach der zweiten Reflexion. In gewissen Fällen könnten wir vielleicht annehmen, daß die Unregelmäßigkeiten schon früher verschwunden seyen; allein es hat hier keinen Nachtheil, den Skrupel weiter zu treiben. In der Folge werden wir also keinen Gebrauch machen von den Werthen V und U , eben so wenig wie von den beiden ersten Gliedern der Reihen W , T und S .

Ehe wir zur speciellen Vergleichung der Werthe T , W und S übergehen, müssen wir sagen, welche unter den zahlreichen Beobachtungen des Hrn. Regnault wir zu diesem Behufe ausgewählt haben.

Aus verschiedenen Gründen hielten wir uns besonders an diejenigen Beobachtungen, die Hr. Regnault an den 1,10 Met. weiten Röhren des Abflusses St. Michel angestellt und a. a. O. p. 239 bis 459 beschrieben hat. Außer, daß sie bei weitem die zahlreichsten der an einer bestimmten Röhrenleitung angestellten Beobachtungen sind, boten sie den großen Vortheil dar, daß die Welle nach Durchlaufung sehr ungleicher Länge beobachtet werden konnte,

weil sie in weiten Röhren viel länger als in engen die nöthige Intensität besitzt, um die Membranen in Bewegung zu setzen. Auch findet man hier, in allen Reihen, Beobachtungen an Wellen, welche die Röhrenlänge 10 Mal, in einigen Fällen sogar 14 Mal durchlaufen hatten. Ueberdies beruhen die Zahlen jeder Reihe gewöhnlich auf dem Mittel aus sechs einzelnen Beobachtungen, so daß die zufälligen Fehler größtentheils eliminirt sind.

Dagegen wird in den Röhren von kleinerem Durchmesser die Welle viel rascher geschwächt. Daher kommt es, daß für die von 0,108 Met. nur eine einzige Reihe von Resultaten, hergeleitet jede aus drei einzelnen Beobachtungen, gegeben ist, und für die von 0,300 Met. sogar nur eine einzige Zahlenreihe, geliefert von einer einzigen Beobachtung; in diesen beiden Fällen hatte die Welle die Röhrenlänge 5 und 8 Mal zu durchlaufen. Wir sprechen hier nicht von den Versuchen, welche zu einem besonderen Zweck an der Röhrenleitung des *Collège de France* angestellt wurden, und bei denen die Welle die Röhrenleitung bis zu 14 Mal durchlief; denn Hr. Regnault sagt von ihnen: „Die vorstehenden Versuche beweisen hinlänglich, daß die Röhrenleitung zu kurz war, um sie zur genauen Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle benutzen zu können.“

Es ist noch ein anderer Punkt zu beachten. Während die Röhren von 1,10 Met. Durchmesser an den Enden durch Eisenplatten verschlossen waren, worin man für die Membranen Oeffnungen von 0,20 Breite gelassen hatte, waren die Röhren von 0,108 Met. durch Membranen von 1,10 Met. verschlossen. Die Reflexion der Welle geschah also in den weiten Röhren größtentheils an einer Eisenplatte, in den engen Röhren dagegen an einer Kautschukmembran. Wenn nun die Reflexion an einer Eisenplatte eine zu kurze Zeit erfordert, um sie in Rechnung ziehen zu brauchen, so läßt sich annehmen, daß dieß nicht von der Reflexion an beweglichen Membranen gilt und daß in diesem Fall die erforderliche Zeit von der Intensität

der Welle abhängt. Hr. Regnault erwähnt dieses Punktes in einigen Worten, vernachlässigt ihn aber sonst vollständig.

Die vorläufigen Versuche endlich, die zum Zweck hatten, die durch die Membranen veranlaßten Verzögerungen zu bestimmen und auf welche wir weiterhin zurückkommen werden, beziehen sich ausschließlich auf weite Röhren, so daß auch für die engen Röhren diese Berichtigung unsicher bleibt.

Diese verschiedenen Gründe scheinen es uns hinreichend zu rechtfertigen, daß wir unter den zahlreichen Versuchen des Hrn. Regnault ausschließlich die auf Röhren von 1,10 Met. bezüglichen für die Untersuchung einer möglichen Relation zwischen Intensität und Geschwindigkeit des Schalles angewandt haben. Um die Vergleichung zu erleichtern und die störenden Einflüsse möglichst zu entfernen, werden wir übrigens nur die Beobachtungen der Hauptwellen an den beiden Enden der Röhren (Membranen *A* und *B*) geben. Die folgenden Tafeln geben die Werthe von *W*, *T* und *S*, berechnet nach den Reihen, worin die Membranen *A* und *B* beobachtet wurden. Alle diese Werthe beziehen sich auf trockne Luft und auf die Temperatur 0° 1).

- 1) Die Werthe von *W* sind größtentheils von Hrn. Regnault berechnet worden, die von *T* sind von ihm nur hier und da angegeben, während die Werthe von *V* oder *U* sich immer hinter den Beobachtungen erwähnt finden.

(Hier folgen Tabelle 1, 2 und 3.)

Reihe	Pag.	11 L	12 L	13 L	14 L
1	305				
2	315				
3	322				
4	333	329,91	330,50 329,82	330,09	330,54 330,16
5	345	329,82	330,22		
6	350	330,70			
7	353	330,04			
8	358	329,75	330,34	330,01	330,44
16	377	329,93		330,50	
17	381				
1 *	408	329,94			
2 *	410				
3 *	413				
4 *	415				
5 *	417				
6 *	419				
7 *	421				

Bemerkung waren die Membranen so empfindlich wie möglich

ndern von 0^m,3 Durchmesser.

zeln Beobachtungen in jeder dieser beiden Reihen

Reihe	Ladung	11 L	12 L	13 L	14 L
1	0,5 Grm.				
2	1				
3	1,5				
4	2	330,15	330,45 330,16	330,13	330,47 330,16
5	1	330,10	330,15		
6	1	330,43			

9 L	10 L	11 L	12 L	13 L	14 L
330,46	330,37	330,35			
330,59	330,54	330,40	330,50	330,33	330,49
330,54	330,50	330,39		330,42	
329,67					
330,39		330,30			
330,36					
330,33					
	330,01				

er Weg.

9 L	10 L	11 L	12 L	13 L	14 L
328,99	330,86				
329,70	330,34				
329,53	330,82				
329,86	330,45	329,37	330,28	329,90	330,45
329,86	330,45	329,66	330,76		
330,05	330,32	331,26			
330,10	329,85	330,20			
330,47	330,17	329,32	331,36	328,73	332,20
329,84	330,15	329,72			
327,44					
330,65					
331,35					

Die Intensität der Welle hängt von zwei Umständen ab: 1) von der Weglänge, welche die Welle von der Mündung der Pistole ab durchlaufen hat, und 2) von der Pulvermenge, mit welcher die Pistole geladen war. Die erste Relation tritt sogleich aus allen Beobachtungen hervor und ist überdies leicht voraus zu sehen; die zweite ergibt sich überreichlich aus der Thatsache, daß die Welle im Fall einer stärkeren Ladung längere Zeit hindurch eine hinreichende Stärke besitzt, um die Membranen in Bewegung zu setzen. Wenn die Geschwindigkeit abhängig ist von der Intensität, muß sie also variiren:

1) bei verschiedenen Ladungen, wenn der durchlaufene Weg derselbe ist,

2) bei verschiedenen Weglängen, wenn die Ladung dieselbe ist.

Um den ersten Punkt zu entscheiden, braucht man nur die verschiedenen Werthe jeder *Verticalspalte* der Tafeln mit einander zu vergleichen; man erkennt alsdann sogleich, daß zwischen der Kraft der Ladung und der entsprechenden Geschwindigkeit keine Beziehung statt zu finden scheint. In mehren Spalten findet man nämlich für eine Pulverladung von 1 Grm. und selbst von 0,5 Grm einen größeren Werth der Geschwindigkeit als bei Schüssen mit 1,5 oder 2 Grm. Pulverladung. Die Abweichungen, welche man zwischen den Geschwindigkeiten bei stärkeren oder schwächeren Ladungen bemerkt, sind überdies nicht beträchtlicher als die, welche die verschiedenen Werthe bei einer selben Ladung von 1 Grm. unter sich darbieten. Aus der Betrachtung der relativen Geschwindigkeiten bei verschiedenen Ladungen, aber gleichen Weglängen, läßt sich daher nichts zu Gunsten eines Einflusses der Intensität schließen. Dies ist auch die Meinung des Hrn. Regnault, denn indem er von den Resultaten der von uns angeführten Reihen spricht, sagt er (p. 148): Die Pulverladung influencirt also nicht merklich auf die Fortpflanzung in unseren weiten Röhren von 1,10 Met. usw.“ und überdies, indem er die übrigen, in denselben Röhren ange-

stellten Beobachtungsreihen behandelt: „Die Pulvermenge hat keinen merklichen Einfluß ausgeübt.“

Es bleibt also zu untersuchen, ob die Geschwindigkeit sich bei derselben Pulverladung verändere, wenn der durchlaufene Weg größer wird, und zu dem Ende muß man die in jeder *Horizontalinie* begriffenen Werthe mit einander vergleichen. Schon *a priori* giebt es einige Gründe zu glauben, daß eine solche Veränderung nicht existire, denn wenn die Geschwindigkeit des Schalls von dessen Intensität abhinge, so scheint es, daß sie sich mit der Größe der Ladung verändern müßte, da diese die Intensität bedingt; da nun dieses nicht der Fall ist, so läßt sich voraussetzen, daß die Länge des durchlaufenen Weges eben so wenig einen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit habe. Betrachten wir jedoch die Werthe W , so läßt sich nicht läugnen, daß dieselben eine gewisse Tendenz anzeigen, mit Verlängerung des Weges abzunehmen, ohne daß jedoch in dieser Abnahme ein recht ausgesprochener Character oder ein nur etwas regelmäßiger Gang hervortrete. Dieß bemerkt man besonders bei den Reihen 3, 4, 5, 6, 16 und 6*, wo die kleinsten Werthe sich in der Mitte befinden, während die am Anfang und am Ende sehr wenig von einander abweichen. Die unentschiedene Natur der Geschwindigkeits-Abnahme mit der Schwächung der Welle tritt noch besser beim Vergleiche der Werthe T hervor, wo mehre Reihen mit fast gleichem Rechte zu der Annahme einer Ab- oder Zunahme der Geschwindigkeit bei Verlängerung des durchlaufenen Weges führen könnten. Die Werthe S endlich, auf welche wir weiterhin zurückkommen werden, bieten *keine* Anzeige einer continuirlichen Abnahme dar.

Anlangend die schwache Verringerung, die man in den Mittelwerthen von W und T bemerkt, so ist es nicht nöthig, sie einem directen Einfluß der Intensität zuzuschreiben, weil es eine andere Ursache giebt, die eine geringe Abnahme der Zahlen in den Horizontal-Linien herbeiführen kann. Die zur Berechnung der Werthe W und T dienen-

den Zeiten geben nämlich nicht genau die Dauer, die nöthig ist, um die Röhrenlänge eine bestimmte Zahl von Malen zu durchlaufen; sie geben die Dauer, welche zwei verschiedene Unterbrechungen des Stromes trennt, und damit die beiden in Rede stehenden Dauern gleich wären, müßte, trotz aller Variationen in der Intensität der Welle, immer eine gleiche Zeit verfließen zwischen dem Moment, wo die Welle an dem einen Ende der Röhre anlangt, und dem Moment, wo der Strom daselbst unterbrochen wird; das aber ist nicht der Fall, vielmehr verlangt jeder Werth von W und T eine gewisse Berichtigung. Wenn diese Berichtigung größer seyn müßte in dem Maasse als die durchlaufenen Wege länger sind, so würde die geringe Abnahme der für die Schallgeschwindigkeit gefundenen Werthe dadurch vollständig erklärt seyn. Zur Bestimmung der besagten Berichtigung hat Hr. Regnault durch vorläufige Versuche gesucht, die Zeit zu ermitteln, welche die Membran nach der Ankunft der Welle gebraucht, um sich in Bewegung zu setzen und den Strom zu unterbrechen; die Resultate dieser Versuche sind auf p. 81 seiner Abhandlung mitgetheilt.

Wenn die Welle durch den Schuß einer mit 1 Grm. Pulver geladenen Pistole erzeugt wird, ist der durch die Membrane bewirkte Verzug desto größer als die Welle eine größere Anzahl von Malen die doppelte Länge der Röhre durchlaufen hat; so beträgt nach

1 Mal der Verzug 0,1 Stimmgabel-Schwingung

2	"	"	"	0,25	"	"
3	"	"	"	0,32	"	"
4	"	"	"	0,42	"	"
5	"	"	"	0,60	"	"

Diese vorläufigen Versuche wurden angestellt in Röhren von 1,10 Met. Durchmesser und 1589,5 Met. Länge und mit einer Membrane, welche dieselben Dimensionen hatte als die zu den eigentlichen Versuchen angewandten. Die gegebenen Werthe sind immer das Mittel der Resultate von zwölf einzelnen Versuchen.

Mit diesen Angaben berechnet Hr. Regnault die an dem unter $10L$ in der Tafel angegebenen Werth W anzubringende Berichtigung. Diese Berichtigung steigt auf 0,16 Met., während sie für den unter $4L$ aufgeführten Werth eine fast gleiche Gröfse hat, nämlich 0,12 Met., so dafs sie nicht die an diesen Werthen beobachtete Abnahme erklären würde.

Wir glauben jedoch, dafs man auf die Resultate dieser Versuche keine grofse Wichtigkeit zu legen habe. Um diese Meinung zu rechtfertigen, bemerken wir zuvörderst nur, wie unregelmäfsig der Gang der mitgetheilten Zahlen ist. So führt Hr. Regnault eine isolirte („*prise au hasard*“) Beobachtung an, welche für die in Rede stehenden Verzüge ganz verschiedene Werthe giebt, nämlich 0,1, 0,1, 0,3, 0,4 und 1 Stimmgabel-Schwingung. Nach dieser Beobachtung wäre die Berichtigung an dem unter $10L$ stehenden W nicht 0,16, sondern 0,48 Met., während die Berichtigung an dem W unter $4L$ Null seyn würde. Dadurch würde der zwischen diesen Werthen von W bestehende Unterschied ganz verschwinden.

Allein ein anderer Grund unseres Zweifels an der Genauigkeit der von Hrn. Regnault eingeführten Berichtigung entspringt aus der Verschiedenheit der für S , in unserer dritten Tafel, gefundenen Werthe. Diese Werthe zeigen den merkwürdigen Umstand, dafs sie, fast in allen Reihen, abwechselnd zu- und abnehmen in dem Maafse als der durchlaufende Weg sich verlängert. Diefs ist besonders auffallend in den Reihen 1, 2, 3, 6, 16, 17 und 1*. Diese abwechselnde Zu- und Abnahme kann nicht einem Effect der Intensität zugeschrieben werden, weil diese stetig abnimmt; allein sie erklärt sich sehr einfach durch die Annahme, dafs die Membrane an einem der Enden kleinere Verzüge als an dem anderen veranlasse. Denn alsdann wird die Zeit des Laufs durch die Röhre in einer der beiden Richtungen nothwendig vergrößert um den Unterschied der zwei erwähnten Verzögerungen, und dagegen bei dem Lauf in der entgegengesetzten Richtung

um dieselbe Gröfse verringert. Sind z. B. n , n_1 , n_2 die Schwingungsmengen, welche dreien successiven Läufen der Welle durch die Röhre entsprechen, und ist n_1 der kleinste dieser drei Werthe, so wird $\frac{1}{2}(n + n_2) - n_1$ angenähert das Doppelte des Unterschiedes der Verzögerungen an den beiden Enden vorstellen.

Aus den Werthen von S , wie wir sie gegeben haben, läßt sich herleiten, daß dieser Unterschied der Verzögerungen beider Membranen sehr beträchtlich seyn kann. Die Resultate der vorläufigen Versuche, wenn sie auch in diesem Fall einen gewissen Werth für die angewandten Membranen haben mögen, sind doch keineswegs anwendbar auf die anderen, indem die Gröfsen S zeigen, daß die Verzüge, welche durch zwei Membranen von vollkommen gleichen Dimensionen veranlaßt werden, unter sich beträchtlich verschieden seyn können.

Aus diesem Grunde ist es sehr zu bedauern, daß die Untersuchungen des Hrn. Regnault in Betreff der erwähnten Berichtigung nicht weiter entwickelt wurden, weil jetzt mehr oder weniger Ungewißheit über die Frage bleibt, ob die kleinen Zunahmen der Geschwindigkeiten alleinig von dieser Ursache herrühren oder ob man darin überdies einen directen Einfluß der abnehmenden Intensität zu erblicken habe. Die erste Alternative scheint uns wahrscheinlicher, weil, nach den Werthen von S , die von den Membranen bewirkten Verzögerungen die mittleren Resultate der vorläufigen Versuche übertreffen können, und weil es, nach der vorhin erwähnten isolirten Beobachtung, nur wenig bedarf, um die vorhandenen Divergenzen vollständig zu verwischen.

Ueberdies ist es wenig wahrscheinlich, daß von zwei Bedingungen, welche die Intensität modificiren können, eine einzige das Vermögen hätte, die Schallgeschwindigkeit zu ändern.

Die abnehmenden Werthe, welche Hr. Regnault öfters für die berechneten Geschwindigkeiten gefunden hat, müssen zugeschrieben werden:

1) Dem, daß die berechneten Geschwindigkeiten oft *scheinbare* statt *wahre* Geschwindigkeiten waren.

2) Dem, daß die Berichtigungen, welche sich aus den Resultaten der vorläufigen Versuche ergaben, nicht allgemein auf alle Membranen anwendbar sind, sondern wahrscheinlich in vielen Fällen vergrößert werden müssen.

Wenn die vorstehenden Betrachtungen richtig sind, so giebt es keinen Grund mehr, der Geschwindigkeit des Schalls, wie es Hr. Regnault thut, mehrfache Werthe beizulegen, vielmehr kann diese Geschwindigkeit in trockener Luft und bei der Temperatur 0° nur einen einzigen Werth haben. Die Berichtigungen, welche nach dem, was wir gesehen haben, an Hrn. Regnault's Beobachtungen angebracht werden müßten, würden unzweifelhaft für die ersten Werthe der Reihen, welche wir unter den Buchstaben *W* und *T* gegeben haben, die geringste Wichtigkeit haben, so daß die Zahl 330,5 Meter als wahrscheinlichster Werth der Schallgeschwindigkeit in Röhren von 1,10 Met. Durchmesser betrachtet werden kann.

Tiel, im November 1872.

VI. *Beziehungen zwischen den capillaren und elektrischen Erscheinungen;* *von Gabriel Lippmann.*

Vorliegende Untersuchung wurde im Laboratorium des Herrn Professor Kirchhoff ausgeführt, dem ich für seinen Rath und gütige Unterstützung meinen herzlichsten Dank schuldig bin. — Es wäre wohl schwierig gewesen, Beziehungen zwischen den elektrischen Variablen und den sogenannten Capillarconstanten a priori aufzusuchen; ich gelangte in der That nur allmählig dazu, indem ich von

einem Experimente ausging, das ich Hrn. Prof. W. Kühne in Heidelberg verdanke, und das im Folgenden besteht. Ein Quecksilbertropfen wird in verdünnte Schwefelsäure gebracht, welche eine Spur von gelöstem doppelchromsauren Kali enthält; ein blanker Eisendraht wird in der Nähe so befestigt, daß er in die Säure taucht und den Rand des Quecksilbertropfens berührt. Sobald die Berührung stattgefunden hat, geräth der Tropfen in regelmäßige Schwingungen, welche Stunden lang dauern können. Die Verwandtschaft dieser Erscheinung mit den Bewegungen von Quecksilberelektroden (siehe Wiedemann Galv. § 368, 1872) ist auffallend und die Erklärung offenbar dieselbe. Sie wäre folgende nach der bisher angenommenen Anschauung. Die Chromsäure haltige Flüssigkeit würde die Oberfläche des Tropfens oxydiren und so eine Abflachung desselben hervorbringen. Bei der Berührung mit dem Eisen bildet sich eine Eisen-Quecksilberkette. Der entstehende Strom würde die Oberfläche electrolytisch reduciren, der Tropfen sich contrahiren; der Contact mit dem Eisen aufgehoben sein; dann würde dasselbe Spiel wieder beginnen, und so immer weiter. Wenn man hinreichend concentrirte Chromlösungen nimmt, sieht man diese Vorgänge wirklich stattfinden. Hier bei verdünnter Lösung aber bleibt die Oberfläche immer blank. In der That haben messende Versuche bewiesen, daß die Polarisation der Oberfläche eines Quecksilbertropfens mit Wasserstoff die Zusammenziehung desselben bewirkt, und daß man also nur an die bekannte depolarisirende Wirkung der Chromsäure zu denken braucht, um sich die beschriebene Bewegung zu erklären.

Versuche, die ich nun ausführlicher mittheilen will, haben gezeigt: *daß die Capillarconstante (Oberflächen-
spannung, Coefficient der Laplace'schen Formel) an den
Berührungsflächen von Quecksilber und verdünnter Schwefel-
säure eine stetige Function ist von der elektromotorischen
Kraft der Polarisation an derselben Oberfläche.*

I.

Veränderung der Capillarconstante mit der elektromotorischen Kraft der Polarisation.

a) *Messungen.* Der Apparat bestand aus einer vertikalen calibrierten Glasröhre GG' , die von unten mittelst eines Kautschukschlauches in Verbindung stand mit einem Quecksilberreservoir A (Fig. 1, Taf. III). Das Quecksilber stieg also in die Röhre GG' , erlitt aber daselbst eine Capillardepression, die mit dem Cathetometer gemessen wurde, und aus der die Capillarconstante nach bekannter Weise ermittelt wurde. Der obere Theil der Glasröhre war mit verdünnter Schwefelsäure ($\frac{1}{11}$ Vol. Säure) gefüllt, welche den Quecksilbermeniskus M benetzte, und sich durch den Glasheber H bis in das Glasgefäß B fortsetzte, welches gleichfalls mit der verdünnten Säure gefüllt war. Der Boden dieses Gefäßes war mit einer Quecksilberschicht B bedeckt, die als zweite Elektrode dienen sollte. Die Capillardepression des Quecksilbers in der Röhre GG' wurde natürlich von dem Druck der verdünnten Säure corrigirt. Um eine bekannte E. K. P. (elektromotorische Kraft der Polarisation) in M hervorzurufen, wurden die zwei Quecksilbermassen, nämlich die in B und die Masse AM respective mit zwei Punkten P, Q des Schließungskreises eines Daniells verbunden mittelst der Platindräthe α, β die man die Pole des Apparates nennen kann. Ein Zweigstrom durchlief dann den Apparat, der nun als Zersetzungszelle arbeitete, und zwar so lange bis die hervorgerufene E. K. P. gleich war dem Potentialunterschiede zwischen P und Q . Dann steht die E. K. P. zu der elektromotorischen Kraft eines Daniells im selben Verhältniß wie der Widerstand PQ zu dem Widerstand der ganzen Schließung des Daniells. Dieses Verhältniß ließ sich aus der Ablenkung einer in dieser Schließung enthaltenen Tangentenboussole ableiten. Das Verhältniß der Quecksilberoberflächen in M und in B wurde absichtlich sehr klein genommen, damit die E. K. P. in M allein in Betracht komme; denn es ist ersichtlich, daß eine Elektrizitätsmenge, welche genügt

um in M eine beliebige Wasserstoffpolarisation hervorzurufen, auf der viele zehntausendmal größeren Fläche B keine merkliche Sauerstoffpolarisation gegeben wird. So hatte man denn aus den Angaben der Boussole die E. K. P. in M , aus den Angaben des Cathetometers die gleichzeitige Capillarconstante. — Um in M die E. K. P. auf Null zu reduciren, brauchte man nur eine einfache metallische Schließung zwischen α und β einzuschalten. — Die zu messenden Größen sind nicht gering. So ist die Depression in einer Röhre von Radius $= 0^{\text{mm}},32\ 14^{\text{mm}},0$, für E. K. P. $= 0$. Für E. K. P. $= 1$ Daniell ist sie $18^{\text{mm}},90$; die Niveauänderung also $= 4^{\text{mm}},90$, $= 0,35$ der anfänglichen Depression. Die Capillarconstante ist demnach gleich $30,4$, für E. K. P. $= 0$; gleich $40,6$ für E. K. P. $= 1$ Daniell.

Um die Veränderungen der Capillarconstante genauer noch zu messen, wurde anstatt der Röhre GG' eine äußerst feine offene Glasspitze $\gamma\gamma$ angewandt, die durch Ausziehen an dem Ende einer beliebigen Glasröhre erzeugt worden war. In diese Röhre wurde Quecksilber bis zu einer solchen Höhe gegossen, daß das Quecksilber in die feine Spitze eindrang und dieselbe zum Theil erfüllte (Fig. 2). Die Spitze tauchte in verdünnte Schwefelsäure; die Luftblase, welche ihr Ende anfangs erfüllte, wurde durch Auspressen von etwas Quecksilber entfernt. Und nun hatte man in der Spitze einen benetzten hemisphärischen ¹⁾ Quecksilbermeniskus M von ungefähr $\frac{1}{100}^{\text{mm}}$ Radius, dessen Capillardruck dem Drucke des in der Röhre enthaltenen Quecksilbers (750^{mm} Höhe) das Gleichgewicht hielt. Die verdünnte Säure berührte noch eine zweite Quecksilbermasse B , welche wie früher als positive Elektrode dienen sollte; beide Quecksilbermassen konnten durch Platindräthe mit den äußeren Polen α , β in Verbindung gesetzt werden. Diese Pole wurden zuerst metallisch mit einander verbunden (wobei die E. K. P. in M gleich Null war), und ein Mikroskop vor der Spitze so befestigt, daß

1) Der Begegnungswinkel von Quecksilber mit Glas unter verdünnter Schwefelsäure ist stets gleich Null.

ein Faden seines Okularfadenkreuzes den Meniskus genau tangirte, bei einer 220fachen Vergrößerung des Mikroskops (Fig. 3). Um eine Messung auszuführen, wurde z. B. ein Daniell zwischen α β eingeschaltet; die Quecksilbersäule verschwand aus dem Gesichtsfelde; um den Meniskus auf den Faden wieder einzustellen, mußte ein neuer gewisser Druck, den man *Compensationsdruck* nennen kann, auf die Quecksilbersäule, die der Meniskus trägt, ausgeübt werden. Und zwar steht dieser Compensationsdruck zu dem früheren Drucke im selben Verhältniß, wie die Vergrößerung der Capillarconstante an dem Meniskus zu dem früheren Werth dieser Constante: dies erhellt aus der Laplace'schen Formel, in der man die Krümmung, bei der constanten Einstellung des Meniskus, als constant voraussetzen muß, und also der Druck proportional der Capillarconstante ist. In dem angeführten Beispiele beträgt der Compensationsdruck 260^{mm} Quecksilber bei Einschaltung eines Daniells (mehr als $\frac{1}{2}$ Atmosphäre); also 0,35 des früheren Drucks 750. Die Capillarconstante hat um 0,35 ihres Werthes zugenommen.

Der Compensationsdruck wurde durch comprimirte Luft ausgeübt, mittelst einer Luftpumpe und eines Quecksilbermanometers erzeugt und gemessen; E. K. P., die gleich bekannten Bruchtheilen eines Daniells waren, wurden nach der oben beschriebenen Methode der Zweigströme erzeugt. — So zeigte sich, daß jedem Werth der E. K. P. ein ganz bestimmter Werth der Capillarconstante entspricht, so daß man aus der einen GröÙe den Werth der andern schließen kann.

Sehr überraschend aber war bei *allen* diesen Versuchen, wo der Kreis geschlossen war, d. h. wo zwischen α und β entweder ein einfacher Drath oder eine constante elektromotorische Kraft eingeschaltet war, die Constanz der Resultate, d. h. der Capillarconstante, und die Unveränderlichkeit der Gleichgewichtslage des Meniskus. Man war ja von jeher an gewisse „Störungen“ gewöhnt, die in Capillarversuchen bei der gewöhnlichen Anordnung,

d. h. ohne elektrische Schließung, vorkommen, und die sich auch natürlich hier wiederfanden sobald α und β von einander isolirt blieben. Diese Störungen bestehen darin, daß 1) die Gleichgewichtslage eine verschiedene ist je nach dem Sinne der eben vorhergegangenen Bewegung der Quecksilbersäule; 2) dieselbe sich bei einer Erschütterung, z. B. beim Anklopfen, plötzlich ändern kann; 3) daß sich außerdem die Gleichgewichtslage mit der Zeit langsam ändert, und nur nach Stunden sich zu verschieben aufhört. — Schloß man aber die Leitung, indem man z. B. einen einfachen Drath zwischen α und β einschaltete, so verschwand plötzlich jede Unregelmäßigkeit, und es ward unmöglich, eine solche wieder hervorzurufen, d. h. die Gleichgewichtslage wurde dermaßen constant, daß sich der Meniskus auf das Fadenkreuz immer wieder einstellte mit einer Schärfe, die, trotz der angewandten 220fachen Vergrößerung, nichts zu wünschen übrig ließ. Es gelang übrigens auch die Ursache dieser Störungen nachzuweisen (S. 559).

Der Capillarelektrometer.

Da in dem eben beschriebenen Apparat jedem Compensationsdrucke ein bestimmter Werth der zwischen α β eingeschalteten elektromotorischen Kraft entspricht, kann man letztere aus ersterem schließen, nachdem die Tabelle dazu construirt worden ist; so war im oben beschriebenen Apparate die freie elektrische Spannung an den Polen eines Daniells durch den Compensationsdruck von 260^{mm} Quecksilber gemessen, kleinere elektromotorische Kräfte durch kleinere Drücke. Der Apparat ist dabei von keinem Strom durchflossen, indem die E. K. P. der elektromotorischen Kraft zwischen α und β das Gleichgewicht hält. Nur muß diese elektromotorische Kraft so klein sein, daß sie keine sichtbare Wasserzersetzung giebt; sie darf 1 Daniell nicht viel überschreiten. Dies kann man aber immer erzielen, wenn man der zu prüfenden elektromotorischen Kraft eine bekannte Anzahl von Daniell'schen Elementen

entgegenwirken läßt. — Auch ist der Capillarelektrometer gegen Elektrizitätsmengen sehr empfindlich; ihn zu laden, heisst ja eine merkliche Polarisation auf einen Meniskus hervorzurufen, dessen Oberfläche gleich $(2\pi \times \frac{1}{100} \text{ mm})^2 = 0,0006$ beträgt. Wirklich erhält man einen Ausschlag, wenn man eine schwach geladene Probescheibe aus einer Coulomb'schen Waage dem Pole α nähert, oder wenn man einen Augenblick durch den Apparat den Strom eines Daniells schieft, der ausserdem durch Einschaltung eines Stücks lufttrockenen Glases abgeschwächt ist. Die Empfindlichkeit des Apparats ist demnach eine so grosse, dass kein anderer Elektrometer ausser dem Thomson'schen mit ihm verglichen werden kann; diese Empfindlichkeit ist ausserdem auf alle Zeiten constant, die Ausschläge scheinbar momentan, in den meisten Fällen wenigstens, und die Dämpfung sehr rapid. — Der Pol β muss in metallischer Verbindung mit der Gas- oder Wasserleitung stehen, während α vom Tische sorgfältig (mittelst Schellacksäulen) isolirt ist. Wenn α eine Zeit lang auch von β isolirt bleibt, ladet sich der Apparat von selbst, wie man das ja beim Thomson'schen auch beobachtet; zufällige Contacte, atmosphärische Elektrizität u. s. w. rufen diese Ladungen hervor.

Wenn man zur Messung des Druckes sich mit den Angaben eines Luftdruckmanometers begnügen kann, kann man dem Elektrometer eine leicht transportable Gestalt geben. Die ausgezogene Glasröhre hat nur einige Centimeter Länge und steht in Verbindung mit einer zweiten am Ende zugeschmolzenen Röhre, welche Quecksilber und comprimirt Luft enthält und als Luftdruckmanometer dient; diese Verbindung geschieht mittelst eines kurzen starken Kautschukschlauches, welcher unter einer kleinen Schraubenpresse steht, welche den nöthigen Druck erzeugt. Das Ganze findet auf einer kleinen Holzleiste Platz, welche sich bequem auf den Tisch eines beliebigen Mikroskops festklemmen lässt. Die Angaben des Instruments sind vollkommen constant. — Es wurde auch mit Erfolg einige

Mal probirt, statt Compensationsdrücke auszuüben, die jedesmalige Verschiebung des Meniskus mikrometrisch zu messen; die ausgezogene Röhre ist dann am äußeren Ende zugeschmolzen und enthält eine Menge von comprimierter Luft, welche den nöthigen constanten Druck ausübt; der Elektrometer hat dann einige Centimeter Länge. Er muß aber empirisch graduirt werden. — Es ist am Besten, wenn die elektrometrische Glasspitze gegen die Wandung der Röhre, welche die verdünnte Säure enthält, federnd sich anpreßt, damit man sie bequem unter allen Vergrößerungen beobachten kann.

Elektrocapillar-Kraftmaschine (Fig. 5, Taf. III).

Wie man elektromagnetische Motoren gebaut hat, die, auf den Principien des Elektromagnetismus beruhend, ihre Arbeitsleistung der Säule entlehnen und von magnetischen Kräften getrieben werden, so gelang es auch einen elektrocapillaren Motor zu construiren, der von capillaren Kräften getrieben wird und elektrische Arbeit in mechanische verwandelt. — Ein solcher Motor, der im Physikalischen Institut zu Heidelberg sich befindet, besteht aus einem mit verdünnter Schwefelsäure à 15% Vol. gefüllten Glaskasten KK' , der zwei Gläser bb' enthält, welche zum Theil mit Quecksilber gefüllt sind. Diese Quecksilbermassen bb' können respective durch Platindrähte (ee'), deren oberer Theil vor Berührung mit der Säure mittelst Glasröhrchen geschützt ist, mit den Polen eines Daniells D gesetzt werden. In der Schließung ist eine Wippe W enthalten, welche diese Verbindungen umzukehren erlaubt, so daß jede Quecksilbermasse successive sich mit Wasserstoff polarisirt. Auf jeder Quecksilbermasse schwimmt ein Bündel von Glasröhren BB' , welche etwa 2^{mm} Durchmesser haben und oben und unten offen sind; circa 300 dieser Röhren bilden ein vertikales Bündel, welches durch Platin-drath zusammengehalten ist und 60^{mm} Höhe, 60^{mm} Durchmesser hat. In der Axe des Bündels ist ein Glasstab mit eingeklemmt, welcher die Rolle des Stiels eines Stempels

spielt. Die untere Hälfte des Bündels taucht in Quecksilber, während die obere unter der Säure steht und ganz mit derselben gefüllt ist. Das Bündel schwimmt frei auf dem Quecksilber, es bleibt deswegen vertikal, weil der Glasstab, der ihm als Stiel dient, in einem metallischen Ω förmigen Bügel (UU') gefaßt ist, dessen untere Enden nicht frei sind, sondern in die untere Fläche eines doppelten horizontalen Hebels eingreifen, welcher um eine feste horizontale Axe drehbar ist, und wie ein Waagebalken oscilliren kann; an ihm hängen die zwei Bündel gleichsam nach oben, wie die Waageplatten nach unten, und halten sich das Gleichgewicht. Mittelst des vertikalen Bügels V , der Stange s und des Krummzapfens z kann die oscillirende Bewegung vom Hebel in eine drehende des Schwungrades R umgesetzt werden; die Welle des Schwungrades trägt einen zweiten Krummzapfen z' , der die Wippe W in Bewegung setzt. Das Ganze erinnert stark an gewisse Schiffsdampfmaschinen. Wird nun die Maschine mittelst der Schraubenklemme oo' in Verbindung mit einem Daniell gesetzt, so polarisirt sich die eine Quecksilbermasse mit Wasserstoff, die andere mit Sauerstoff. Auf der ersten Seite werden die Capillarconstante, die Capillardepression in und zwischen den Röhren, und somit die Kraft mit welcher das Bündel in die Höhe getrieben wird, um 0,35 ihres Werthes vergrößert, und dieses Bündel steigt in die Höhe; auf der anderen Seite findet das Entgegengesetzte statt. Das Rad fängt an sich zu drehen, nach vollendeter Excursion wird der Strom durch die Wippe umgelegt, und das Spiel fängt im entgegengesetzten Sinne wieder an.

Diese Maschine arbeitet geräuschlos ohne Funken und mit sehr schwachen Strömen, also sehr ökonomisch. Einmal ging sie 5 Tage und Nächte mit demselben Daniellschen Becher. Die Umdrehungszahl, die sonst 108 pro Minute betrug, nimmt natürlich ab, wenn das Kupfervitriol erschöpft ist.¹⁾

1) Diese Maschine, sowie der oben erwähnte Elektrometer, wird bei Hrn. Mechanicus R. Jung in Heidelberg construiert.

Die Leistungsfähigkeit einer solchen Maschine, die von Capillarkräften getrieben wird, ist durchaus unabhängig von dem Volum, das sie einnimmt, und hängt nur ab von der Variation der Berührungsfläche der beiden Flüssigkeiten. Dies läßt sich leicht aus dem bekannten Satze ableiten, daß die Arbeit von Capillarkräften der Variation der Oberfläche proportional, und von deren Form unabhängig ist. Wenn z. B. die E. K. P. der Quecksilber-Oberfläche successive die Werthe 0 und 1 Daniell nimmt, berechnet man leicht aus den oben angegebenen Zahlen, daß die Arbeit gleich

$$0,01 \times S \text{ Kilogrammometer}$$

ist, wenn S die Variation der Oberfläche in Quadratmetern bedeutet.

II.

Elektricitätsentwicklung und Polarisation bei Capillarscheinungen.

Der Versuch hat gezeigt, daß die Capillarkräfte es umgekehrt erlauben, mechanische Arbeit in elektrische umzuwandeln: jede Vorrichtung, die beim Durchleiten des Stromes eine Bewegung giebt, kann umgekehrt als Elektromotor dienen. Dieses Reciprocitätsverhältniß ist bekanntlich von Helmholtz für Elektromagnetismus und Induction aus dem Princip der Erhaltung der Kraft abgeleitet worden; seine Demonstration kann ohne Mühe eine etwas allgemeinere Form erhalten. — Etwas ähnliches hat man scheinbar hier, wie bei der Induction.

Wenn man z. B. statt der Säule einen Galvanometer mit der oben beschriebenen Elektrocapillarkraftmaschine in Verbindung setzt und nun das Rad mit der Hand dreht, so sieht man, daß die Nadel des Galvanometers ausschlägt; die Ablenkung derselben dauert so lange wie die Drehung des Rades; der Sinn der Ablenkung ändert sich zugleich mit dem Sinne der Drehung.

Diese Ströme lassen sich auf einfache Weise erzeugen und messen.

Zur Messung diene der bereits oben beschriebene Apparat (Seite 548). Die Pole $\alpha\beta$ wurden respective mit den Enden eines Spiegelmagnetometers von 2000 Windungen verbunden. Um einen Versuch zu machen, wurde das Quecksilberreservoir A entweder gesenkt oder gehoben; dadurch änderte sich das Niveau in der Glasröhre; zugleich schlug die Galvanometernadel aus, und zwar genügte es, Niveauänderungen von einigen Millimetern vorzunehmen um Messungen machen zu können; man erhält sonst solche Ströme, daß der nicht astatisirte Magnet an die Hemmung schlägt. Wenn das Niveau gehoben wird, so vergrößert sich die Berührungsfläche des Quecksilbers mit der Säure in M . Dann zeigt der Galvanometer einen Strom an, der *durch die verdünnte Schwefelsäure von der sich vergrößernden Elektrode zu der andern geht*. Bei der Senkung ändert sich der Sinn des Stromes.

Es wurde mit verschiedenen Hubhöhen und mit verschiedenen Glasröhren experimentirt. — Sei α der beobachtete Ausschlag des Galvanometers, l die Hubhöhe, r der Radius der Röhre; alle gefundenen Zahlen genügten der Bedingung

$$\frac{\alpha}{2\pi rl} = \text{const.} = \alpha_0$$

das heißt: *Die entwickelte Elektrizitätsmenge ist der Vergrößerung der Oberfläche proportional, und von deren Form unabhängig.*

Diese Elektrizitätsmenge wurde nun in absolutem elektromagnetischen Maasse bestimmt. Obige Constante α_0 bedeutet den Ausschlag in Skalentheilen für eine Oberflächenvergrößerung von 1^{mm} . Es fand sich $\alpha_0 = 0,55$ Sk. Um diese Zahl in elektromagnetisches Maass auszudrücken, wurden die Enden des Galvanometerdraths mit den Drathenden einer Rolle verbunden, über welche eine zweite Rolle gelegt wurde; diese letztere war von einem Strom durchflossen, dessen Intensität 4,5 in absolutem elektromagnetischen Maasse betrug. Das Potential beider Rollen auf einander (von Hrn. Prof. Kirchhoff angegeben) be-

trug 23223000. Wurde der Strom in der zweiten Rolle unterbrochen, so entstand in der ersten ein inducirter Strom, der den Spiegel um 57 Skalentheile ablenkte. Ueberdies wurde der Widerstand von Galvanometer sammt inducirter Rolle mit einem bekannten Widerstande, nach der Methode der Wheatstone'schen Brücke verglichen, und gleich 78×10^{10} gefunden. Demnach betrug die Elektrizitätsmenge für 1 Skalentheil Ablenkung

$$\frac{23223000 \times 4,5}{78 \times 10^{10} \times 57}$$

und endlich also für eine Ablenkung von 0,55, oder für eine Oberflächenvergrößerung von 10^{mm} ist die entwickelte Elektrizitätsmenge nach absolutem elektromagnetischen Maafse

$$q = \frac{23223000 \times 4,5 \times 0,55}{78 \times 10^{10} \times 57} = \frac{12927}{10^{10}}.$$

Um dies übersichtlicher zu machen, erinnern wir daran, daß das elektrische Aequivalent des Wassers nach Weber $0,^{mm}0098$ ist. Demnach würde eine Oberflächenvergrößerung von 10^{mm} eine Elektrizitätsmenge entwickeln, die nahezu 130 Milligr. Wasser zersetzen würde.

Damit die Ausschläge den Elektrizitätsmengen proportional blieben, mußten die Ströme selbstverständlich eine gegen die Dauer einer Schwingung der Nadel verschwindende Dauer haben. Das Quecksilberreservoir wurde zu diesem Zwecke mit einem Hahn versehen, der erst nach vollendeter Hebung oder Senkung auf kurze Zeit geöffnet wurde. Außerdem arbeitete man mit kleinen Verschiebungen. Denn der Strom nimmt eine merkliche Zeit in Anspruch, wenn bei einer gegebenen Glasröhre die Verschiebung des Quecksilbers eine gewisse Größe übersteigt; weil nämlich mit dieser Länge der Widerstand der dünnen Säureschicht, die sich zwischen Glas und Quecksilber befindet und die einen Theil der Leitung ausmacht, größer und die Entladung langsamer wird.

Man kann dieselben elektrischen Ströme auf sehr einfache Weise erzeugen. Ein Glasgefäß enthält Quecksilber und verdünnte Schwefelsäure. Ein Glastrichter mit Quecksilber gefüllt wird so befestigt, daß seine untere feine Oeffnung in die Säure taucht. Wenn nun die zwei Quecksilbermassen, die in dem Glasgefäß und die in dem Trichter respective mit den Drathenden eines Galvanometers verbunden sind, so bleibt die Nadel so lange abgelenkt als das Ausfließen des Quecksilbers dauert. Die Ausdehnung der Oberfläche eines jeden sich bildenden Tropfens bedingt die Entstehung des Stroms.

Man kann den Trichter durch ein ausgezogenes Rohr, das Gefäß durch ein zweites ähnliches Rohr ersetzen und so den einfachen Elektromotor der Fig. 4, Taf. III construiren. Dann fließt das Quecksilber durch beide Röhren hindurch; wenn der stationäre Zustand erreicht ist, bleibt die Ablenkung der Galvanometernadel constant.

Polarisation durch Capillarkräfte.

Wenn man, nach aufgehobener metallischer Verbindung zwischen den Polen $\alpha\beta$, eine Verschiebung des Quecksilbers vornimmt, befindet man sich eben in den gewöhnlichsten Umständen, da man ja bisher in Capillarversuchen für eine elektrische Schließung nicht gesorgt hat. Dann bemerkt man Erscheinungen, von denen ein Theil als „unerklärte Störungen“ wohl bekannt ist. Wenn man das Reservoir *A* hebt, also die Oberfläche in *M* vergrößert, und zugleich den Pol β zur Erde ableitet, ladet sich der Drath α mit negativer freier Elektricität, wie dies mittelst des Thomson'schen Elektrometers constatirt wurde; der Ausschlag des Elektrometers kann so groß werden als hätte man seine Pole mit denen eines Daniell'schen Bechers verbunden. Zugleich bemerkt man, daß die Depression des Quecksilbers in der Glasröhre größer ist als bei geschlossener Leitung. Mit andern Worten, die Capillarconstante ist größer als vorher. Nun ist die Vergrößerung der elektromotorischen Kraft zwischen Queck-

silber und verdünnter Säure, mit gleichzeitiger Vergrößerung der Capillarconstante an der gemeinsamen Oberfläche, eben das was man Polarisation durch Wasserstoff nennt; man wird also die Erscheinungen so deuten: *Wenn man auf mechanischem Wege die Berührungsfläche zwischen Quecksilber und saurem Wasser vergrößert, polarisirt sich dieselbe dadurch mit Wasserstoff.*

Darauf begründet sich ein recht frappanter Versuch, den man mit dem Capillarelektrometer ausführen kann. Wenn man durch Anblasen oder Saugen mit dem Munde den Luftdruck über der Quecksilbersäule variiren läßt, kann man ganz ohne Anstrengung die Quecksilbersäule in der feinen Spitze in Bewegung setzen: dies aber nur so lange die metallische Schließung zwischen α und β besteht; wird diese plötzlich aufgehoben, so wird momentan die Quecksilbersäule unbeweglich, wie festgefroren. Dies erklärt sich so: wenn man z. B. hineinbläst, fängt die Quecksilberoberfläche an sich zu vergrößern, dabei polarisirt sie sich, und die Vergrößerung der Capillarconstante bedingt eine Vergrößerung des Capillardruckes, die für die Lunge unüberwindlich ist. Das Entgegengesetzte findet beim Saugen statt.

Auf denselben Erscheinungen beruht eine scheinbare Störung, die man in Capillarversuchen beobachtet, nämlich eine langsame Abnahme der Capillarconstante, wie sie Quincke für Quecksilber in Wasser nachgewiesen hat. Wenn man z. B. Quecksilber in ein benetztes Capillarrohr von unten steigen läßt, vergrößert und polarisirt sich dabei die Oberfläche in der Röhre. Nun aber nimmt, wie bekannt, die Polarisation mit der Zeit zuerst rasch, dann immer langsamer ab. Dem entsprechend bemerkt man eine Abnahme der Capillarconstante. Aehnliches geschieht, wenn man einen Tropfen Quecksilber in Wasser bringt; indem er sich auf dem Boden abflächt, vergrößert sich seine Oberfläche und nimmt eine langsam abnehmende Polarisation an. — Man kann übrigens ganz direct mit

Elektrometer oder Galvanometer nachweisen, daß wenn Quecksilber unter verdünnter Schwefelsäure in einem Glasgefäß sich befindet, es genügt einen Glasstab einzutauchen oder einfach das Gefäß zu neigen, um eine Veränderung des elektrischen und Capillarzustandes hervorzurufen. In ähnlicher Weise giebt jede Erschütterung eine Veränderung der Capillarconstante. Bei geschlossenem Kreise dagegen bleibt, wie früher mehrmals bemerkt wurde, Polarisation, Capillarconstante und Depression constant.

Unter „Vergrößerung der Berührungsoberfläche“ von Quecksilber und verdünnter Säure könnte man zweierlei verstehen: 1) Benetzung neuer, bisher trocken gebliebener Theile des Quecksilbers, oder 2) das weitere Auseinandertreten der bereits benetzten Theile. In allen oben betrachteten Erscheinungen ist nur das *Zweite* zu verstehen. Dies kann man augenscheinlich zeigen durch folgenden einfachen Versuch.

Auf eine trockene Quecksilberoberfläche bringt man einen breiten Tropfen von verdünnter Schwefelsäure, den man nun abpipettirt, so daß nur ein nasser Flecken auf der Metallfläche bleibt. Wird dieser Flecken mit einer Eisenspitze durchstoßen, polarisirt er sich und contrahirt sich augenblicklich. Man sieht aber nur eine Verzerrung der ganzen Oberfläche eintreten, wie sie auf der Oberfläche eines gespannten Kautschukballons, auf dem ein nasser Flecken sich befände, und aus dem Luft austräte, Statt finden würde. Die einzelnen Details an dem gewöhnlich gezackten Rande des Fleckens, so wie die etwa vorher bezeichneten Punkte der trockenen Oberfläche bleiben individuell erkennbar während der Verzerrung, als wären sie auf einer Kautschukmembran gezeichnet, und kehren nach aufgehobener Polarisation in ihre alte Lage zurück. In der Young'schen Anschauungsweise, nach der die Capillarconstante als eine Oberflächenspannung angesehen wird, würde sich das zuletzt angeführte Resultat, nämlich daß bei ungeschlossenem Kreise die Constante bei der

Ausdehnung wächst, einfach so ausdrücken lassen: daß die Quecksilberoberfläche sich wie eine gewöhnlich elastische Membran verhält, deren Spannung ja sich vergrößert, wenn man die Membran ausdehnt.

VII. *Ueber die von Hrn. Sekulić beschriebene
Interferenzerscheinung;
von Dr. W. Feufsner in Marburg.*

In dem mir soeben zugehenden neuesten (fünften) Heft der Annalen finde ich von Hrn. Sekulić eine vorläufige Notiz über eine Interferenzerscheinung, mit welcher ich mich vor fast drei Jahren ebenfalls etwas näher beschäftigt habe. Selbstverständlich ohne die Priorität für mich zu beanspruchen will ich hier Einiges aus meinen damaligen Beobachtungen über diese interessante Erscheinung mittheilen.

Hauptsächlich ist mir bei der Notiz des Hrn. Sekulić aufgefallen, daß derselbe beständig mit zwei oder mehr Lichtquellen operirt, während eine einzige vollkommen ausreicht, und die andern entweder überflüssig sind, wie die vor dem Spiegel aufgehängte Petroleumlampe, oder die Reinheit der Erscheinung stören.

Man macht nun das Experiment am einfachsten so, daß man in einer Entfernung von mehreren Metern, vor einem längere Zeit nicht geputzten („angelaufenen“) oder behauchten Spiegel ein Licht anbringt und sich so stellt, daß die von der Flamme auf die Ebene des Spiegels zu fallende Senkrechte oder ihre Verlängerung möglichst nahe an dem Auge vorbeigeht. Man wird dann je nach der Beschaffenheit des Spiegels mehr oder weniger brillant die Interferenzcurven entstehen sehn. Diese Curven schnei-

den eine die Fußpunkte der Perpendikel aus Licht und Auge auf die Spiegelfläche verbindende Grade rechtwinklig und liegen symmetrisch zu beiden Seiten derselben. Steht der Beobachter zwischen Licht und Spiegel, so wenden sie ihre Concavität nach der Seite des Auges hin, die Convexität dagegen, wenn das Licht sich zwischen dem Spiegel und dem Beobachter befindet. Der Krümmungshalbmesser der Curven nimmt rasch zu, und dieselben rücken näher zusammen, wenn man sich von dem auf dem Spiegel senkrechten Strahl entfernt; ebenso rücken sie zusammen, wenn man sich dem Spiegel nähert. Die Reihenfolge der Farben, welche die Linien zeigen, richtet sich nach ihrer Lage zu dem Flammenbild. Ist dieses hinreichend klein, so geht eine helle Bande durch es hindurch, die nur an ihren Rändern etwas gefärbt ist; die hierauf folgenden Curven zeigen dann die Spectralfarben, das Roth von dem Spiegelbild des Lichtes abgewendet, so daß die Ordnung der Farben die umgekehrte ist in den auf verschiedenen Seiten der ungefärbten gelegenen Curven.

Man könnte vermuthen, daß die Banden in einander verschwimmen müßten, wenn das Bild des Lichtes größer wird als die Entfernung zweier derselben. Das ist indessen durchaus nicht der Fall. Es können drei und mehr Curven durch das Flammenbild hindurchgehen, ohne daß die Erscheinung aufhört sichtbar zu seyn.

Was die Vorbereitung des Spiegels zu diesen Versuchen betrifft, so kann dieselbe eine ziemlich mannigfaltige seyn. Wie schon angeführt, zeigt ein lange nicht gereinigter Spiegel die Erscheinung unmittelbar. Sehr schön tritt sie bei reinen Spiegeln nach einem leichten Behauchen auf; haucht man zu stark, so daß die niedergeschlagenen Tröpfchen zusammenfließen, so werden die Curven schlecht oder erscheinen auch gar nicht. Bestäuben der Spiegelfläche mit feinem Pulver bringt sie ebenfalls hervor; *Semen Lycopodii* ist hierzu deshalb nicht empfehlenswerth, weil dabei außer unseren Curven immer noch eine zweite Interferenzerscheinung auftritt, die bekannten Ringe um

Lichtflamme; besser habe ich es gefunden, den Spiegel mit feinem Smirgel zu bestreuen und wieder abzuschütteln, so daß nur der allerfeinste Staub hängen bleibt. Man kann auch den Spiegel mit einer ganz dünnen Fettschicht (z. B. Butter) bedecken und diese mittelst einer Bürste oder eines rauhen Lappens nach allen Seiten hin mit Systemen von Linien durchziehen. Ganz gut ist ferner ein Spiegel, dessen Oberfläche man (etwa durch Abreiben mit Smirgel) nach allen Seiten hin mit feinen Kritzen versehen hat. Uebrigens ist nicht gerade ein eigentlicher Spiegel erforderlich, auch unbelegte Spiegelplatten zeigen die Erscheinung, wenn auch viel weniger brillant; dagegen habe ich sie nie wahrgenommen bei Metallspiegeln und schwarzem oder tief gefärbtem Glase, wo nur die einmalige Reflexion an der Oberfläche in Betracht kommt.

Zur Erklärung der Erscheinung könnte man versucht seyn, eine Interferenz des beim ersten Durchgang und des nach der Reflexion an der Belegung beim zweiten Durchgang durch die Vorderfläche des Spiegels gebeugten Lichtes anzunehmen. Allein dann müßten unsere Curven auch entstehen, wenn man durch eine auf beiden Seiten bestäubte Glasplatte nach einem Lichte hinsieht, was nicht der Fall ist. Zunächst vermuthete ich, daß eine Interferenz des an der Vorderfläche und des an der Hinterfläche zerstreuten Lichtes die Ursache seyn möchte, aber eine angestellte Berechnung und Vergleichung des Resultats ergab die Unrichtigkeit dieser Vermuthung.

Durch folgenden Versuch wird nun die zu lösende Frage erheblich vereinfacht. In einem Spiegel, dessen Vorderfläche nach einer Richtung in der Art der Glasgitter geritzt ist, sieht man von dem Spiegelbild eines Lichtes einen hellen Streifen ausgehn. Wenn man einen solchen Spiegel in die oben beschriebene Lage bringt, so daß also die Grade durch Licht und Auge nahezu senkrecht auf ihm steht, so löst sich dieser helle Streifen, der dann die eingeritzten Linien ungefähr rechtwinklig schneidet, in der Nähe des Hauptbildes der Flamme in prismatisch gefärbte

Bilder derselben auf. Diese liegen aber nicht symmetrisch auf beiden Seiten des Hauptbildes, sondern sind auf der Seite des Beobachters, wenn derselbe sich zwischen Licht und Spiegel befindet, weiter von einander entfernt als auf der entgegengesetzten. Außerdem erscheinen gewöhnlich noch schwach unsere Interferenzcurven, hervorgebracht jedenfalls durch die von den eingeritzten Linien nach allen Seiten hin ausgehenden feinen Sprünge und sonstige Unregelmäßigkeiten. Diese Interferenzcurven werden also durchsetzt von der Reihe der Flammenbilder *und zwar liegen diese genau in jenen, und wenn man den Spiegel dreht, so durchlaufen die einzelnen Bilder die zugehörigen Interferenzcurven.* Daraus folgt, daß diese aus der Nebeneinanderlagerung der Flammenbilder entstehen, welche die nach allen Richtungen der Oberfläche des Spiegels eingeritzten Liniensysteme oder dem entsprechende Veränderungen erzeugen. Unser Problem ist damit auf die Frage zurückgeführt, wie bei einem Spiegel, dessen Oberfläche in einer bestimmten Richtung geritzt ist, die Reihe der Flammenbilder entsteht, und welche Formel die Entfernung der einzelnen von dem Hauptbild angiebt.

Soweit war ich früher gekommen, als mir äußere Umstände eine Verfolgung der Untersuchung unmöglich machten, doch beabsichtigte ich dieselbe in den gegenwärtigen Ferien wieder aufzunehmen. Da mir aber Hr. Sekulić in der Veröffentlichung zuvor gekommen ist, und eine wissenschaftliche Untersuchung der Erscheinung versprochen hat, so werde ich mich vor der Hand nicht weiter damit beschäftigen, habe aber doch geglaubt, die schon früher gefundenen Thatsachen, die zur Erklärung beitragen können, nicht zurückhalten zu sollen.

Marburg, den 15. August, 1873.

VIII. Die Farbstoffabsorption durch Kohlenpulver; von K. Vierordt.

Ich habe mich vergebens in den physikalischen Zeitschriften nach brauchbaren Messungen der Absorption von Farbstoffen durch Kohlenpulver umgesehen, so daß ich wohl vermuthen darf, da auch die mir zugänglichen Hand- und Lehrbücher der Physik diese Frage kaum berühren, daß der Proceß der Farbstoffabsorption durch feine poröse Körper bisher noch niemals Gegenstand streng wissenschaftlicher Untersuchungen gewesen ist. Daran mag wohl größtentheils der Umstand Schuld seyn, daß man an die Vertheilung fester Körper in Pulverform die Vorstellung einer absoluten Regellosigkeit der Oberflächenverhältnisse der Einzelpartikelchen und einer entsprechenden Unregelmäßigkeit ihrer absorbirenden Wirkungen knüpfte, sowie die bisherige Schwierigkeit, ja Unmöglichkeit, organische Farbstoffe auch in kleinsten Mengen mit Sicherheit quantitativ bestimmen zu können.

Die große practische Wichtigkeit unserer Aufgabe hat bekanntlich zu zahlreichen Verfahrensweisen geführt, welche die Messung des Farbstoffgehaltes z. B. des braunen Zuckersyrupes, sowie der entfärbenden Kraft der Knochenkohle, auf optischem Wege bezwecken. Aber die Leistungsfähigkeit sämmtlicher, zur quantitativen Bestimmung verschiedener Farbstoffe, bisher angewandten sog. Colorimeter der Practiker konnte bekanntlich nicht weiter als zu einer bloß approximativen Ermittlung des Farbstoffgehaltes gesteigert werden. Bei den bisher gebrauchten colorimetrischen Methoden der Practiker handelte es sich nämlich immer nur um das *Gesammtlicht*, welches durch die absorbirende Flüssigkeit geht. Da aber jedweder gefärbte Körper das Licht von gewissen Wellenlängen bei dessen Durchgang fast gar nicht oder nur mäßig schwächt, während andererseits nur Licht von bestimmten anderen

Wellenlängen in hohem Grade absorbirt wird, so mußte die bisherige Colorimetrie auch jene vollkommen insensiblen Farben bei ihren Messungen mit in Kauf nehmen. Daher kommt es, daß die Colorimeter bisher nur im Stande waren, verhältnißmäßig starke Differenzen des Farbestoffgehaltes noch erkennen zu lassen.

Die von mir angegebene Methode der Photometrie der Absorptionsspectren gestattet, in jedem beliebigen Bezirk des Spectrums die übrigbleibende Lichtmenge messen und aus dem gemessenen Lichtverlust den Gehalt farbiger Lösungen berechnen zu können. Wählt man zu diesem Zwecke jeweils die sensibelste Stelle des Spectrums, d. h. diejenige, in welcher die Absorption ein Maximum ist, so lassen die Messungen einen hohen Grad von Genauigkeit zu.

Wegen des speciellen physiologischen Interesses, welches die Absorption von Farbstoffen durch feste Körper bietet, bin ich seit einem Jahr mit der Untersuchung dieser Vorgänge beschäftigt, wobei ich auch eine Reihe von Aufgaben der technischen Chemie berücksichtige. Als absorbirende Medien werden entweder Membranen, oder größere feste Massen, z. B. Gallertwürfel, oder auch gepulverte Körper und andererseits als Absorptionsflüssigkeiten sehr verschiedene Farbestofflösungen angewendet.

Wegen seiner practischen Bedeutung habe ich dem braunen Zuckersyrup besondere Aufmerksamkeit geschenkt, um mittelst der quantitativen Spectralanalyse sowohl den Gehalt des Syrupes an Farbstoff, als auch die entfärbende Kraft der Knochenkohle bestimmen zu können. Für diese Zwecke habe ich eine kleine Vorrichtung an meinem Spectralapparat angebracht, welche erlaubt, daß der Practiker immer einen und denselben Bezirk des Absorptionsspectrums der Melasse (mit Ausschluß des gesammten übrigen Spectrums) ohne Weiteres mit Sicherheit einstellen kann. Eine auf diese Studien gegründete „Anweisung zur Spectro-Colorimetrie der Zuckersäfte“ ist von den HH. Franz Schmidt und Hänsch in Berlin zu beziehen, welche diese Apparate, sowie überhaupt Spectralapparate zur Pho-

tometrie der Absorptionsspectren und zur quantitativen chemischen Analyse zu meiner vollständigen Zufriedenheit anfertigen.

Zur Ermittlung der Gesetze der Absorption des Melassenfarbstoffes durch Kohlenpulver wurden zahlreiche Versuche angestellt, in welchen, der Reihe nach, entweder das Volum oder der Farbestoffgehalt der Melasse, oder die zur Entfärbung dienende Kohlenmenge innerhalb sehr weiter Gränzen variiert wurden, während jeweils alle übrigen Bedingungen constant blieben. Die Melassenvolumen schwankten zwischen 5 bis 1280 Cubikcentimeter; der Farbestoffgehalt der Melasse um das 128fache und die Kohlenmenge zwischen $\frac{1}{4}$ bis 6 Grammen.

Die Messungen des Absorptionsspectrums der Melasse stellte ich in der sensibelen Region $F - F10G$ an. (Da für gewöhnliche practische Zwecke kleine Spectralapparate genügen, so muß bei diesen die zur Messung bestimmte Region relativ breiter, d. h. von F bis $F20G$, genommen werden).

Die absoluten Farbestoffmengen der Melasse sind unbekannt, wohl aber ist der relative Farbestoffgehalt derselben auf das Genaueste bestimmbar. Ich habe in meiner Schrift über die quantitative Spectralanalyse nachgewiesen, daß die Farbestoffgehalte von Lösungen (wenigstens innerhalb einer genügenden Breite der Concentration) den Exinctionscoëfficienten proportional sind, d. h. den negativen Logarithmen derjenigen Lichtmenge, welche von dem Licht einer und derselben (sensibelen) Spectralregion noch übrig bleibt, wenn dasselbe eine 1 Centimet. dicke Schicht der Absorptionsflüssigkeit durchsetzt hat. Die Exinctionscoëfficienten geben also den relativen Gehalt an Farbestoff direct an und ich benutze dieselben in diesem Sinn.

Wenn immer gleiche Volume einer und derselben Farbestofflösung mit derselben Menge Kohlenpulver während *einer* Minute geschüttelt werden, so ergeben die Filtrate in zahlreich wiederholten Versuchen eine auffallende und

mir unerwartete Uebereinstimmung in dem Grad der Entfärbung. Diese kurze Zeit des Contactes reicht jedoch zur völligen Wirkung nicht aus; nach einem 5 minutlichen Contact ist die Wirkung merklich stärker; aber erst nach 24 stündigem Contact, wobei die Flüssigkeit dann und wann mit dem Kohlenpulver durch Schütteln vermengt wird, ist das Maximum der Leistungsfähigkeit der Kohle unter den gegebenen Umständen erreicht. In den nachfolgend erwähnten Versuchen ist immer ein 24 stündiger Contact angewandt worden. Für die Praxis, bei der es sich oftmals um schnelle Ausführung der Messungen handelt, genügt ein kurzes Schütteln, um die relative Werthigkeit verschiedener Kohlenproben (vorausgesetzt, daß die Contactzeit bei allen Einzelbestimmungen gleich ist) zu bestimmen.

Aus meinen zahlreichen Versuchen — die ich später, in Verbindung mit den übrigen Untersuchungen, über die Farbestoffabsorption durch feste Körper detaillirt veröffentlichen werde — wähle ich für die nachfolgende Tabelle bloß einige Beispiele aus, die zur Erläuterung des zu Grunde liegenden Absorptionsgesetzes hinreichen werden.

Nennen wir

F = den Farbestoffgehalt des Filtrates (d. h. des Zuckersyrupes, welcher der Wirkung der Kohle, bei gewöhnlicher Zimmerwärme ausgesetzt war).

v = das Volum (in Cubikcentimet.) } des Syrupes,
 c = den Farbestoffgehalt }

K = die Menge der zur Entfärbung verwandten Kohle (Grammwerthe),

so ist, nach meinen Erfahrungen

$$F = \frac{v \cdot c^3}{K} \gamma, \quad (I).$$

wobei γ einen Coëfficienten ausdrückt, der von der entfärbenden Kraft der Kohle abhängt. Die Werthigkeit der Kohle ist also um so größer, je kleiner γ wird.

In den nachfolgenden Versuchen ist immer dieselbe Qualität einer gereinigten, fein gepulverten Knochenkohle angewandt worden.

Also wird die Leistungsfähigkeit der Kohle als Entfärbungsmittel bestimmt durch die Formel:

$$\gamma = \frac{FK}{v \cdot c^2} \dots \dots \dots (II).$$

Nimmt man bei practischen Bestimmungen die Kohlenmenge (z. B. 2 Gramme), das Melassenvolum (z. B. 10 Cubikcentimet.) und den Farbestoffgehalt der Melasse (z. B. einen auf $\frac{1}{4}$ verdünnten braunen Zuckersyrup) constant, so ist die relative Werthigkeit der Kohle einfach ausgedrückt durch den Exstinctionscoëfficienten, welcher der in Region $F - F'10G$ beobachteten Lichtstärke entspricht.

Da die Farbestoffgehalte des Filtrates (F) und der ursprünglichen Melasse (c), ausgedrückt durch den Exstinctionscoëfficienten, ziemlich hohe Zahlen repräsentiren, so ist der Werth γ ein relativ hoher. Er würde sehr klein ausfallen und die Bedeutung eines *absoluten* Absorptionscoëfficienten der Kohle haben, wenn wir den absoluten Farbestoffgehalt des Zuckersyrupes bestimmen könnten.

Für die in den nachfolgenden Versuchen verwendete Knochenkohle ist im Endmittel aus sämmtlichen Versuchen $\gamma = 0,00304$.

Die Tabelle giebt sowohl die beobachteten, als die nach Formel (I) berechneten Gehalte der Filtrate. Die römischen Buchstaben der ersten Columne bedeuten die Versuchsreihen, die beistehenden Zahlen die Einzelnummern dieser Reihen. Der Farbestoffgehalt des verdünnten braunen Zuckersyrupes (*Syr. Hollandicus*) ist = 18,99, also ist derjenige der $\frac{1}{4}$ Melasse = 4,747 usw. Die zweite Columne giebt die Verdünnungen des Syrupes an, die dritte die diesen Verdünnungen entsprechenden Farbstoffgehalte. Die Gesamtfarbstoffmenge (in Relativzahlen ausgedrückt) ergibt sich durch Multiplication des Farbstoffgehaltes mit dem Volum der Melasse. Zur Aufstellung *vergleichbarer* Werthe des jeweiligen Verhältnisses zwischen Kohlenmenge und Gesamtfarbstoffmenge dient die sechste Columne. Ich bemerke nur noch, daß das Absorptionsgesetz inner-

halb sehr weiter Variationen der Volume und Concentrationen der Melasse sowie der Kohlenmengen strenge gilt; daß dieses aber selbstverständlich nicht mehr der Fall ist und der Fall seyn kann bei sehr extremen Bedingungen, z. B. sehr geringen Mengen Kohle gegenüber sehr großen Mengen Farbstoff.

Versuchsreihe	Angewandte Melasse			Angewandte Knochenkohle (Grm.)	Verhältniß der Kohlenmenge zur Farbstoffmenge	Farbstoffgehalt des Filtrates	
	Verdünnung	Farbstoffgehalt	Volum in CC.			Beobachtet	Berechnet nach Formel I
M_2	$\frac{1}{4}$	4,7476	10	$\frac{1}{4}$	1 / 190	2,811	2,741
O_2	$\frac{1}{2}$	9,495	10	2	1 / 47	1,355	1,370
U_2	$\frac{1}{4}$	4,7476	40	2	1 / 94	1,299	1,370
U_3	$\frac{1}{8}$	2,3738	80	2	1 / 94	0,602	0,685
U_4	$\frac{1}{16}$	1,1869	160	2	1 / 94	0,335	0,343
K_3	$\frac{1}{4}$	4,7476	10	3	1 / 15,8	0,2218	0,2284
Q_1	$\frac{1}{4}$	4,7476	5	2	1 / 11,8	0,182	0,1713
O_4	$\frac{1}{8}$	2,3738	10	2	1 / 11,8	0,0853	0,0856
P_6	$\frac{1}{32}$	0,5934	10	$\frac{1}{4}$	1 / 24	0,0422	0,0428
O_5	$\frac{1}{16}$	1,1869	10	2	1 / 6	Filtrat „farblos“	0,0214

In O_5 wurde der Gehalt, weil das Filtrat „farblos“ erschien, nicht untersucht. In einer 1 Centm. dicken Schicht würde das Filtrat (0,0214 Farbstoffgehalt) die Lichtstärke 0,995 zeigen, was experimentell nicht nachweisbar wäre; selbst bei einer 5 Centim. dicken Schicht wäre die Lichtstärke immer noch 0,975. Eine genaue Bestimmung des Farbstoffgehaltes des Filtrates O_5 wäre somit unmöglich.

Tübingen, 27. Sept. 1873.

IX. *Bemerkungen zu der Notiz des Hrn. Potier; von G. Quincke.*

In seiner Erwiderung (d. Ann. 148, S. 650) auf meine in diesen Annalen (ib. S. 311) veröffentlichte Notiz giebt Hr. Potier stillschweigend zu, daß ich den mir vorgeworfenen Fehler in der Dickenbestimmung dünner Metalllamellen nicht gemacht habe und bemerkt, daß er die von mir 1863 an durchsichtigen Metalllamellen beobachteten Erscheinungen durch eine Phasenänderung bei der Brechung des Lichtes an den beiden Gränzflächen des Metalls erklärt habe. Ich scheine „auf diese Ansichtsweise zurückgekommen zu seyn“ in meinen neueren Arbeiten (Pogg. Ann. 142, S. 187). Ich glaube, daß von einem Zurückkommen meinerseits auf eine 2 Jahre später von Hrn. Potier veröffentlichte Ansicht wohl nicht gut gesprochen werden kann.

Zum Studium der Phasenänderungen, welche die Metallreflexion begleiten, hat Hr. Potier die Newton'schen Ringe zwischen einer Linse und einem Metallspiegel benutzt, indem er den Durchmesser der Ringe verschiedener Ordnung bestimmte, ein Verfahren, das auch Hr. Glau angewandt und vor mehreren Jahren der physikalischen Gesellschaft zu Berlin mitgetheilt hat.

Bei einer zweiten Methode wurden die Interferenzstreifen (Fraunhofer'sche Beugungserscheinungen) beobachtet, welche eine zwischen Collimator und Fernrohr eines Babinet'schen Goniometers angebrachte Doppelspalte zeigte. Die aus dem Objectiv des Collimators austretenden parallelen Lichtstrahlen wurden an der zum Theil mit Metall belegten Basis eines gleichschenkligen Glasprismas reflectirt und fielen dann durch die Doppelspalte auf das Fernrohr. Durch die eine Seite der Doppelspalte ging Licht, das an der Gränze von Glas und Metall, durch die andere Licht, das an der Gränze von Glas und Luft reflectirt

war, oder umgekehrt. Die mit einem Ocular-Mikrometer gemessene Verschiebung der Interferenzstreifen gab den doppelten Phasenunterschied der verschiedenartig reflectirten Strahlen bis auf $\frac{1}{100}$ genau.

Ich habe diese Methode vor einer Reihe von Jahren auch benutzt, aber nicht beschrieben, weil einmal aufer der Beugung an den Rändern der Doppelspalte auch die Beugung an dem Rande der Metallbelegung zu berücksichtigen ist; und zum zweiten ganz besonders deshalb, weil die verschiedenartig reflectirten Strahlen verschiedene Stellen des Glasprismas und der Objectivgläser durchlaufen und es stets unsicher bleibt, ob die beobachtete Verschiebung der Interferenzstreifen nicht von einer Unvollkommenheit der Flächen oder Ungleichartigkeit des Brechungsexponenten der durchstrahlten durchsichtigen Substanz herührt.

Hr. Potier giebt nicht an, wie er diese Fehlerquelle vermieden hat, die auch in gleicher Weise auftreten muß, wenn man das Metall durch eine durchsichtige Substanz, wie Jodsilber, ersetzt und das Verfahren ein wenig modificirt (vgl. Pogg. Ann. 148, S. 656).

Bei den von mir beschriebenen Methoden habe ich die erwähnte Fehlerquelle dadurch möglichst unschädlich zu machen gesucht, daß ich die verschiedenartig reflectirten und mit einander zur Interferenz gebrachten Strahlenbündel möglichst nahe neben einander hergehen, also fast dieselben Stellen der durchsichtigen Substanzen durchstrahlen liefs.

Ob man Haupteinfallswinkel H und Hauptazimuth B eines Metalls unter einer durchsichtigen Substanz vom Brechungsexponenten n als optische Constanten ansieht, oder andere Größen, welche sich daraus mit Hilfe theoretisch gefundener transcenderter Gleichungen berechnen lassen, ist willkürlich. Ich habe vorgezogen, die der Beobachtung zugänglichen Größen H , B und n als optische Constanten anzuführen, und habe meines Wissens zuerst

dieselben für dasselbe Metall und verschiedene durchsichtige Substanzen bestimmt. (Pogg. Ann. 128, S. 561, 1866.)

Dabei ist jedoch zu bemerken, daß schon Stokes (*Phil. Mag.* (4) 1853, VI, p. 397 und 398) auf die verschiedene Färbung des Carthamins, Herapathits und Magnesium-Platincyanürs aufmerksam gemacht hat, je nachdem diese Substanzen in Berührung mit Luft, Glas, oder einer durchsichtigen Flüssigkeit waren, und daß es bekannt ist, daß angelaufene Metalle oder Nobili'sche Farbenringe auf Metall in freier Luft eine andere Färbung zeigen als unter Wasser.

Daß eine keilförmige Jodsilberlamelle auf einer Glasplatte mit Schwefelkohlenstoff übergossen Hrn. Potier bei normaler Beleuchtung andere Farben zeigte, als wenn sich Luft über dem Jodsilber befand, ist ohne weiteres noch kein Beweis für die Phasenänderung bei der Reflexion an der oberen Gränze der Jodsilberlamelle. Man könnte auch annehmen, daß der Schwefelkohlenstoff die mehr oder weniger poröse Jodsilberlamelle durchtränkt, und dadurch den mittleren Brechungsexponenten derselben geändert hat.

Ein endgültiges Urtheil über diese Erscheinung und einige andere Bemerkungen des Hrn. Potier über die Reflexion an der Gränze durchsichtiger Substanzen wird erst nach dem Erscheinen der in Aussicht gestellten ausführlichen Abhandlung möglich seyn.

In Betreff der von Hrn. Potier geübten Kritik meiner optischen Arbeiten bemerke ich zunächst, daß dieselben nicht den Zweck haben, die Richtigkeit bestimmter Formeln nachzuweisen, welche aus einer auf Hypothesen begründeten und daher möglicher Weise unrichtigen Theorie abgeleitet sind, sondern um eine nähere Kenntniß der bei der Reflexion und Brechung des Lichtes auftretenden Erscheinungen zu erhalten und damit zu einer näheren Einsicht des dabei stattfindenden physikalischen Vorganges zu gelangen.

Es ist dabei zu berücksichtigen, daß ein großer Theil der bisher bekannten optischen Erscheinungen gleich gut

mit ganz verschiedenartigen Theorien, z. B. der C^auchy'schen und Neumann'schen in Einklang zu bringen ist und daher auch nicht als ein Kriterium für die eine oder die andere Theorie betrachtet werden kann. (Pogg. Ann. 136, S. 585 1869, 142, S. 397 1871.)

Bei einer näheren Betrachtung meiner optischen Untersuchungen wird man finden, daß ich zur Entscheidung einer Frage niemals eine Methode, sondern stets mehrere benutzt habe, die der Natur der Sache nach mehr oder weniger verschieden sind und bald eine größere, bald eine geringere Genauigkeit zulassen.

Ich habe daher auch Untersuchungsmethoden von geringerer Genauigkeit angewandt, wenn sie die Uebersicht der Erscheinungen erleichtern oder von Anderen in derselben oder ähnlicher Weise schon früher benutzt worden waren.

Das letztere war die Veranlassung, daß ich die Newton'schen Farbenringe zwischen Glas- und Metallflächen in den Kreis meiner Beobachtungen gezogen habe, die dann zu demselben Schlusse, wie die übrigen Beobachtungsmethoden führten, daß nämlich zufällige Verunreinigungen der reflectirenden Flächen die Beobachtungen störten. Diese Störungen waren weit größer, als die Fehlerquellen, welche meiner Meinung nach eine unvollkommene Berührung von Linse und Planspiegel oder eine Unvollkommenheit der Gestalt der sich berührenden Flächen herbeiführen können. Außerdem ist es bei der mehrfach von mir betonten Unbestimmtheit von $\pm \pi$ resp. $\pm \frac{\lambda}{2}$ in der Messung der Phasenänderung nicht auffallend, wenn der Versuch einen anderen Verlauf des Phasenunterschiedes bei verschiedenen Einfallswinkeln zeigt, als die Theorie erwarten läßt.

Wenn den Versuchen mit den durch dicke Platten oder durch Billet'sche Halblinsen erzeugten Fransen der Vorwurf gemacht wird, daß die Fransen keinen reellen Brennpunkt gehabt und daß Beugungsphänomene die Erschei-

nung gestört hätten, so verstehe ich diesen Vorwurf nicht, da ich diese Fehlerquelle genügend erwähnt und vermieden zu haben glaube (vergl. Pogg. Ann. Bd. 142, S. 179, 181, 199. 1871).

Jedenfalls fehlen die durch Beugung oder unvollkommene Accomodation des Auges bedingten Fehlerquellen bei den sogenannten lamellaren Beugungserscheinungen am Rande eines partiell versilberten Glases oder den durch ein Gitter hervorgerufenen Beugungserscheinungen, die Hr. Potier für zu verwickelt hält, und deshalb mit Stillschweigen übergeht. Eine genaue Theorie dieser Erscheinungen ist aber von mir (Pogg. Ann. Bd. 132, S. 364 bis 371. 1867) und Jochmann (Pogg. Ann. Bd. 136, S. 565. 1869) gegeben worden und es bliebe Hrn. Potier der Nachweis zu führen, welche Mängel diesen Versuchen vorzuwerfen sind.

Dabei bemerke ich ausdrücklich, daß die Metallbelegung bei diesen Versuchen nicht mit einer harten Spitze, sondern mit einem Hobel abgenommen, die Glasfläche also nicht verletzt war.

Ich wiederhole hier meine schon Pogg. Ann. Bd. 142 S. 231 gemachte Bemerkung, daß bei allen meinen Versuchen die Interferenzfransen deutlich waren, sobald die beiden interferirenden Strahlenbündel gleichartige Reflexion erlitten und immer erst undeutlich wurden bei sonst gleicher Anordnung des Apparates, wenn die eine Reflexion geändert wurde. Es spricht dies ebenfalls für eine an ungleichartigen Flächen in verschiedener Weise auftretende Verzögerung durch absorbirte Gas- oder Dampfschichten.

Die Absorption von Gas- und Dampfschichten an der Oberfläche fester und flüssiger Körper läßt sich übrigens, wie ich an einer anderen Stelle zeigen werde, mit weniger unempfindlichen Methoden, als den hier besprochenen optischen, leicht nachweisen. Es ist mir unmöglich gewesen, Glas- oder Metallflächen auch nur für den Zeitraum einer Secunde in der freien Luft einer grossen Stadt rein zu halten und möchte ich glauben, daß man niemals voll-

kommen reine Metall- oder Glasflächen untersucht hat. Die Dicke der absorbirten Schicht entspricht etwa den Abweichungen, die die theoretisch berechneten Verschiebungen der Interferenzstreifen und die von mir beobachteten zeigten.

In der Mechanik hat man aus den Erscheinungen schwerer Körper von endlichen Dimensionen die Gesetze gefunden, denen Massenpunkte oder sehr kleine mit homogener Materie gefüllte Raumtheile unterworfen sind. Jetzt bei weiterer Entwicklung der Theorie baut man aus kleinen Massenelementen die schweren Körper endlicher Größe auf. Aehnlich muß auch die Optik die Erscheinungen für dünne Schichten oder sehr kleine Theilchen untersuchen, und aus diesen dann die Erscheinungen an Schichten und Körpern endlicher Dicke ableiten.

Wie man einen Wald aus einzelnen Bäumen und Baumreihen zusammensetzen kann und der Schall am Rande eines Waldes als Echo verschieden reflectirt wird, je nach Größe und Abstand der in der atmosphärischen Luft vertheilten Stämme, so wird auch in der Optik eine spiegelnde Fläche als einzelne dichtere Theilchen, in einem dünnen elastischen Medium vertheilt, aufzufassen seyn. Wie das Verhältniß von Amplitude und Länge der Schallwellen zu Größe und Abstand der Baumstämme das Echo modificirt, muß auch je nach dem Verhältniß der Amplitude und Länge der Lichtwellen zu Größe und Abstand der dichteren (reflectirenden) Theilchen sich die Natur des reflectirten resp. eindringenden Lichtes ändern.

Nach Hrn. Potier soll ich die absolute Dicke dünner Metallschichten ungenau bestimmt haben und meine Untersuchungen sollen deshalb werthlos seyn. Bei einer weniger oberflächlichen Durchsicht meiner Arbeiten wird man jedoch finden, daß nur in einzelnen Fällen die Kenntniß der absoluten Dicke, für gewöhnlich aber die der relativen Dicke, benutzt wird, indem ich untersucht habe, wie die Erscheinungen mit continuirlich zunehmender Dicke sich ändern.

Die Dicke der Metallschicht habe ich entweder dadurch geändert, daß ich dieselbe aus Flüssigkeitsschichten verschiedener Dicke sich absetzen liefs, oder dadurch, daß ich aus derselben Flüssigkeitsschicht das Metall sich verschieden lange absetzen liefs. Beide Methoden führten zu denselben Resultaten.

Es sey mir schliesslich die Bemerkung gestattet, daß auch die Untersuchungen des Hrn. Mascart (*Compt. rend. t. 76, p. 866 — 69., 7. 4. 1873*) über das Verhalten des an dünnen durchsichtigen Silberschichten reflectirten Lichtes nicht neu sind, da ich dasselbe bei dünnen durchsichtigen Schichten von Platin, Gold und Silber ausführlicher mit verschiedenen Methoden untersucht und beschrieben habe (*Pogg. Ann. Bd. 128, S. 561 bis 564, Bd. 129, S. 207 bis 218. 1866*).

Würzburg den 15. August, 1873.

X. Notiz über die Wärme-Ausdehnung des Hartgummi (Kammmasse); von F. Kohlrausch.

Die zufällige wiederholte Wahrnehmung, daß Hartgummi-Deckel in Gläsern sich klemmten, ja daß Gläser sich zersprengt vorfanden, liefs mich vermuthen, daß diese Substanz eine bedeutende Wärme-Ausdehnung besitzt. Die Erwartung wurde durch die Wirklichkeit noch übertroffen, denn die Ausdehnung ist etwa die dreifache des Zinks.

Der Coëfficient für 1° fand sich nämlich

0,0000770 gemessen zwischen 16°,7 und 25°,3

0,0000842 „ „ 25°,3 „ 35°,4.

Also auch das Wachsthum mit der Temperatur ist sehr bedeutend. Man kann den linearen Ausdehnungscoëfficient bei der Temperatur t hiernach setzen

$$= 0,000061 + 0,00000076 \cdot t.$$

Zwei Streifen Zinkblech und Hartgummi mit einander vernietet, krümmen sich bei mäßiger Erwärmung sehr deutlich im verlangten Sinne. Ein dünnes Elfenbeinstreifen von 20 Cm. Länge an ein dergleichen aus Hartgummi mit Hausenblase angeleimt, stellt ohne Zeigerwerk ein recht empfindliches Thermometer dar, da das freie Ende sich für 1° um mehrere Millimeter verschiebt. Man kann endlich die Krümmung durch ungleiche Ausdehnung am einfachsten mit Hülfe einer bloßen Platte aus Hartgummi demonstrieren, denn vermöge der schlechten Wärmeleitung wirkt sich dieselbe bei rascher einseitiger Erwärmung sehr erheblich.

Die körperliche Ausdehnung des Hartgummi ist nach obigen Zahlen bei 0° gleich derjenigen des Quecksilbers, in höherer Temperatur noch größer. Möglicherweise dehnen sich andere Sorten noch stärker aus, so daß man als Curiosum ein Quecksilberthermometer herstellen könnte, dessen Scala abwärts geht.

Vermuthlich hängt die starke Ausdehnung mit dem Gehalt des Hartgummi an Schwefel zusammen, für welchen bereits Kopp bei 30° den Coëfficienten 0,000061 gefunden hat¹⁾. Auf der anderen Seite ist der Contrast gegen das weiche Kautschuk merkwürdig.

Ich will noch eine Thatsache mittheilen, die sich bei der Beobachtung der Ausdehnung zeigte. Der etwa centimeterdicke Stab Hartgummi bedurfte nach der Erwärmung immer sehr geraumer Zeit, bis er eine constante Länge angenommen hatte. Wenngleich die schlechte Wärmeleitung zum größeren Theil hieran schuld seyn mag, so vermute ich, daß noch eine andere Erscheinung mit im Spiele ist. Analog der elastischen Formänderung dürfte auch die Wärmeausdehnung nicht momentan stattfinden, sondern nach der Temperaturänderung sich, allmählich schwächer werdend, fortsetzen. Einige Beobachtungen A. Matthiessen's an Glasstäben (Ann. CXXXVIII, 521.) scheinen bereits darauf hinzudeuten; vermuthlich aber tritt

1) Diese Ann. Bd. LXXXVI, S. 156.

an organischen Substanzen, wie die elastische, so auch diese Wärme-Nachwirkung in höherem Grade auf.

**XI. Ueber die Bestimmung des Verhältnisses der specifischen Wärmen und die Abkühlungsgeschwindigkeit einiger Gase;
von F. Kohlrausch.**

Im 136. Bande dieser Annalen S. 618 habe ich über eine einfache Methode berichtet, die Temperaturänderung einer Luftmasse zu bestimmen, welche sich ohne Wärmezufuhr ausdehnt. Zugleich theilte ich das Resultat einiger Versuche über atmosphärische Luft mit. Wenn mir damals die mit weit vollkommeneren Mitteln angestellten Messungen des Hrn. Cazin¹⁾ bekannt gewesen wären, bei denen die in meiner Mittheilung hervorgehobenen Bedenken gegen die früheren Bestimmungen des specifischen Wärmen-Verhältnisses berücksichtigt waren, so würde ich das Verfahren in seiner etwas primitiven Gestalt nur als einen Vorlesungsversuch beschrieben haben. Eine Reihe fernerer Beobachtungen an Luft, Sauerstoff, Kohlensäure und Wasserstoff, die ich bald nachher angestellt hatte, habe ich nicht mitgetheilt, weil aus ihren Resultaten der Einwand gegen das Verfahren wahrscheinlich wurde, daß die Berechnungsweise auf einer nicht ganz erlaubten Annahme beruhte und bei den kleinen Dimensionen der Luftbehälter zu beträchtlichen Fehlern führte.

Es ergab sich nämlich das Verhältniß $\frac{c'}{c}$ für Wasser-

- 1) Nach einer mündlichen Ueberlieferung soll übrigens schon Gay-Lussac die von Cazin untersuchten Oscillationen, welche in einem Luftreservoir während der kurzen Oeffnung eines weiten Hahnes entstehen, erkannt und ihretwegen seine niemals veröffentlichten Untersuchungen über den Gegenstand abgebrochen haben.

stoff 1,274, Sauerstoff 1,320, Luft 1,328 und Kohlensäure 1,282. Diese Zahlen weichen nun von den durch die Theorie geforderten um so weiter ab, je rascher die Abkühlung des Gases ist, und danach wurde wahrscheinlich, daß die Anwendung des Newton'schen Gesetzes auf die ersten Augenblicke nach dem Ausströmen nicht gestattet sey. Hr. Röntgen hat diese Annahme durch die Beobachtung nachgewiesen ¹⁾, und es liegt jetzt um so weniger Veranlassung vor, den Gegenstand weiter zu erörtern, als das erwähnte Verfahren in Hrn. Röntgen's Händen nach Vergrößerung und Verbesserung der instrumentellen Hilfsmittel durch eine sorgfältige und umsichtige Arbeit seinen Zweck erreicht zu haben scheint ²⁾.

Die Discussion, welche sich s. Z. von mehreren Seiten daran angeknüpft hatte, kann ebenfalls als abgeschlossen bezeichnet werden, insoweit Hr. Boltzmann die von Hrn. Kurz gemachten principiellen Ausstellungen widerlegt hat ³⁾. Nur in Beziehung auf die von Hrn. Boltzmann offen gelassene Frage, ob nicht bei meinen Versuchen die Luft in einen luftleeren oder sehr luftverdünnten Raum ausgeströmt sey, erlaube ich mir eine kurze Bemerkung, da dieser Einwand mehr oder weniger ein jedes Verfahren der Bestimmung von $\frac{c'}{c}$ trifft, welches die Luft plötzlich ausströmen läßt. Bei meinen Versuchen wurde in der That zunächst der Stiefel der Luftpumpe entleert und dann der Recipient kurze Zeit damit verbunden und wieder abgeschlossen.

Auch in diesem Fall leistet ja aber die zurückbleibende Luft eine Arbeit, indem sie die vor ihr befindliche hinausdrängt, d. h. ihr lebendige Kraft mittheilt und die Reibungswiderstände der Oeffnung überwindet. Ein principieller Unterschied gegen das Ausdehnen vor einer zurückweichenden festen Wand scheint mir nicht zu bestehen. Freilich muß hier wie dort die Bedingung gestellt

1) Diese Ann. Bd. CXXI, S. 565.

2) Diese Ann. Bd. CXLVIII, S. 580.

3) Diese Ann. Bd. CXXXVIII, S. 335; Bd. CXL, S. 254; Bd. CXXI, S. 159 und S. 473.

werden, daß die zurückbleibende Luft immer merklich ihren vollen Druck vor sich gehabt habe. Hr. Boltzmann hat untersucht, wie rasch ein Kolben zurückweichen darf, damit die Bedingung für unsere Zwecke als erfüllt angesehen werden darf. Die folgende Ueberlegung wird zeigen, daß auch bei dem Ausströmen aus einer Oeffnung wohl niemals ein merklicher Fehler durch unvollkommenen Gegendruck entstanden ist.

Die Frage läßt sich am einfachsten dahin formuliren: bringt die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung, welche die in dem Recipienten zurückbleibende Luft im Augenblicke der Absperrung des Hahnes besitzt, eine merkliche Temperaturdifferenz hervor, wenn sie sich in Wärme umsetzt? Man kann die Frage hinreichend genähert leicht beantworten.

Es trete in der Zeiteinheit die Luftmenge m aus. Als grobe Annäherung wird man annehmen dürfen, die Luft bewege sich in concentrischen Halbkugelschalen auf die Oeffnung in der (ebenen) Wand zu. Die lebendige Kraft zwischen zwei Halbkugelschalen vom Halbmesser r und $r + dr$ ist alsdann, wenn ρ die Dichtigkeit des Gases und u seine Geschwindigkeit bedeutet, $u \rho \cdot 2\pi r^2 dr$; oder da $u \rho \cdot 2\pi r^2 = m$, so wird die lebendige Kraft $= \frac{m^2}{\rho \cdot 2\pi} \frac{dr}{r^3}$. Die Dichtigkeit ρ wird streng genommen freilich nach der Oeffnung zu abnehmen; für einen bloßen Ueberschlag aber können wir ρ constant setzen. Der Halbmesser der kreisförmigen Oeffnung sey $= r_0$. Setzen wir r_0 als sehr klein gegen die Dimensionen der Luftmasse voraus, so erhalten wir die gesammte lebendige Kraft im Innern des Gases, gerechnet von der Halbkugel vom Radius r_0 , durch Integration des obigen Ausdruckes zwischen r_0 und ∞ , gleich $\frac{1}{2} \frac{m^2}{\pi \rho r_0}$.

Zwischen der Halbkugel r_0 und der Ebene der Oeffnung ist zweitens eine lebendige Kraft vorhanden, kleiner, als wenn wir der ganzen hier vorhandenen Gasmenge $\frac{2}{3}\pi r_0^3 \rho$ die größte vorkommende Geschwindigkeit, nämlich

diejenige in der Oeffnung $\frac{m}{\pi r_0^2 \varrho}$ beilegen, d. h. kleiner als $\frac{2}{3} \frac{m^2}{\pi \varrho r_0}$. Die Summe dieses Ausdrucks mit dem obigen, also $\frac{7}{6} \frac{m^2}{\pi \varrho r_0}$ ist demnach noch etwas zu hoch gegriffen, wenn wir sie als die lebendige Kraft der Luftmasse im Innern des Gefäßes nehmen.

An die Oeffnung schliesse sich drittens bis zu dem Hahn, durch welchen nachher der Ausfluß gehemmt wird, ein cylindrisches Rohr von dem gleichen Halbmesser r_0 und der Länge l an, so ist die lebendige Kraft der Luftmenge $\varrho r_0^2 \pi l$ innerhalb desselben gleich $\frac{m^2 l}{\pi \varrho r_0^2}$. Dieses zu dem obigen Werthe hinzugefügt giebt als die gesammte lebendige Kraft

$$L = \frac{m^2}{\pi \varrho r_0} \left(\frac{7}{6} + \frac{l}{r_0} \right).$$

Die diesem Werthe entsprechende Wärmemenge Q ist nun

$$Q = \frac{AL}{2g} = \frac{L}{8440},$$

wenn man die Zeit in Secunden, die Längen in Metern ausdrückt und folglich die Beschleunigung der Schwere $g = 9,81$ und das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit $A = \frac{1}{430}$ gesetzt hat.

Um die durch diese Wärmeentwicklung Q hervorbrachte Temperaturerhöhung θ der ganzen Gasmasse M zu bestimmen, drücken wir die in der Zeiteinheit ausfließende Masse m in Theilen der zurückbleibenden aus, indem $m = \alpha M$ sey. Das Gesamtvolumen sey $V = \frac{M}{\varrho}$, die Wärmecapacität des Gases $= c$, so wird

$$\theta = \frac{Q}{c V \varrho} = \frac{1}{26500} \frac{\alpha^2 V}{c r_0} \left(\frac{7}{6} + \frac{l}{r_0} \right).$$

Für den hier verfolgten Zweck einer bloßen Schätzung sind die bei dieser Ableitung angenommenen, der Wirklichkeit nicht ganz entsprechenden Verhältnisse hinreichend angenähert.

Dieser Ausdruck möge nun beispielsweise auf meine Versuche angewendet werden. Bei ihnen war das Volumen des Recipienten $V = 0,009$ Cubikmet., der Halbmesser der Oeffnung $r_0 = 0,0021$, die Länge des Rohres bis zum Hahn $l = 0,1$ Meter. Der in der Zeiteinheit ausströmende Bruchtheil α findet sich daraus, daß während $\frac{3}{4}$ Secunde Hahnöffnung der Druck von 752 auf 715^{mm} gesunken war, $\alpha = \frac{4}{3} \frac{37}{715} = 0,07$. (Die Geschwindigkeit war also etwa $45 \frac{\text{Met.}}{\text{Sec.}}$). Setzt man endlich die Wärmecapacität der Luft $= 0,17$, so berechnet sich die fragliche Temperaturänderung $\theta = \frac{1}{4400}$ Grad. Die entsprechende Druckänderung wäre durch kein Mittel wahrnehmbar gewesen, da sie etwa $\frac{1}{2000}$ Mm. Quecksilber beträgt.

Hiernach wird man sagen dürfen, daß wohl bei allen Versuchen, welche zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{c'}{c}$ gedient haben, die besprochene Forderung der mechanischen Wärmetheorie erfüllt gewesen ist. Für Hrn. Röntgen's Messungen z. B. würde nach seinen Daten von S. 619, wenn ich dazu eine Rohrlänge von 3 Cm. annehme, die Temperaturerhöhung nur etwa $\frac{1}{80000}$ Grad betragen.

Die Abkühlungsgeschwindigkeit einiger Gase. Es ist, wie Hr. Röntgen bemerkt (S. 601), ganz richtig, daß die Abkühlungsgeschwindigkeit einer Gasmasse von mehreren Eigenschaften des Gases abhängt und deswegen keinen Schluß über die Wärmeleitung zuläßt. Ebendasselbe ist aber der Fall bei der Abkühlung eines Körpers in einem Gase, und deswegen erscheint die Untersuchung der ersteren Größe nicht minder berechtigt als die wiederholt vorgenommene der anderen. Noch dazu gestaltet sich die erstere Untersuchung sehr einfach, denn man hat das Mittel, durch eine plötzliche Volumänderung eine Gasmasse durch und durch gleichmäßig zu erwärmen oder abzukühlen, und der sehr genau und rasch zu beobachtende Druck giebt nachher in jedem Augenblicke die Temperatur des Gases.

Letzterer Satz gilt, wie man leicht sieht, auch bei ungleicher Wärmevertheilung im Gase, und zwar alsdann

genau für die mittlere Temperatur; oder mit anderen Worten: Der Druck einer auf constantem Volumen gehaltenen Gasmasse hängt nur von ihrem Gesamt-Wärmegehalt, aber nicht von der Vertheilung der Wärme ab. Theilt man nämlich die Gasmasse M in beliebig viele einzelne Theile m_1, m_2, \dots vom Volumen v_1, v_2, \dots und von den (absoluten) Temperaturen T_1, T_2, \dots , so ist die mittlere, mit der Gesamtwärme proportionale Temperatur T gegeben durch

$$M T = m_1 T_1 + m_2 T_2 + \dots$$

Wenn nun p den Gasdruck, R die bekannte Constante des Gases darstellt, so ist nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz

$$m_1 T_1 = \frac{p v_1}{R} \quad m_2 T_2 = \frac{p v_2}{R} \text{ usw.}$$

also

$$M T = \frac{p}{R} (v_1 + v_2 + \dots),$$

welcher Ausdruck auch das M.-G. Gesetz für das Gasvolumen $v_1 + v_2 + \dots$ mit überall gleicher Temperatur darstellt.

Die bei meinen oben erwähnten Versuchen angewandten Gase, die sich unter denselben Verhältnissen befanden (9 Liter Gas bei mittlerer Temperatur und etwa 700^{mm} Druck, mit einem offenen Bourdon'schen Aneroid unter dem Recipienten der Luftpumpe), ergaben folgende Abkühlungsgeschwindigkeiten A der Newton'schen Abkühlungsformel

$$-\frac{d\theta}{dt} = A \cdot \theta.$$

	A	Dichte	Luft = 1 Temperatur- Ausgleich.	Wärme- Ausgleich.
Luft	0,065	1,00	1,00	1,00
Sauerstoff	0,070	1,11	1,08	1,09
Wasserstoff	0,162	0,069	2,49	2,48
Kohlensäure	0,052	1,53	0,80	1,07
Leuchtgas	0,129	0,40	1,98	?

Die Zahlen der letzten Spalte sind durch Multiplication der vorletzten mit der auf gleiches Volum bezogenen specifischen Wärme (Luft = 1) erhalten.

Die Temperaturlausgleichung geht im Allgemeinen um so rascher vor sich, je dünner das betreffende Gas ist, wie aus dem bekannten umgekehrten Falle zu erwarten war. Doch ist der Unterschied bei weitem kleiner als derjenige der Dichte; die Zahlen verhalten sich, wenn man Wasserstoff mit den nahe gleichen für Luft und Sauerstoff vergleicht, etwa umgekehrt wie die dritten Wurzeln der Dichte. Von Bedeutung sind aber eigentlich die abgegebenen Wärmemengen in der dritten Spalte, und für diese findet sich also, daß die 1,4mal dichtere Kohlensäure etwa ebensoviel Wärme verliert, wie der Sauerstoff. Vielleicht hängt diese Thatsache mit dem von Hrn. Tyndall gefundenen großen Strahlungsvermögen der Kohlensäure zusammen.

Diese Resultate sind freilich nur rohe Annäherungen und können eine absolute Bedeutung schon deswegen nicht beanspruchen, weil die Verhältnisse des Versuchs durch die unregelmäßige, relativ große und reflectirende Wandung zu verwickelt waren. Auch zeigen die beiden Zahlen von Hrn. Röntgen (S. 600) 0,027 für Luft und 0,018 für Kohlensäure, daß das Verhältniß in anderer Umgebung sich ändern kann. Unter vereinfachten und planmäßig modificirten Umständen angestellt, können aber, wie ich glaube, diese Beobachtungen einen werthvollen Beitrag zu unserer unvollkommenen Kenntniß der Wärmeausbreitung in Gasen liefern. Z. B. würde die durch Magnus und Tyndall's Arbeiten veranlaßte Frage über den Einfluß des Wassergehalts auf die Wärmestrahlung unschwer entschieden werden können. Gegen einen so starken Einfluß des Wassergehaltes, wie Hr. Tyndall ihn annimmt, scheint bei obigen Versuchen der Umstand zu sprechen, daß die Wärmeabgabe für jedes Gas im Laufe der Versuche sich hätte ändern müssen, was nicht beobachtet wurde. Die Gase waren nämlich, weil man des Barometers wegen

nicht ganz evacuiren konnte, anfangs ohne Zweifel etwas wasserhaltig. Im Laufe der Versuche, deren mit jedem Gas mindestens zwanzig hintereinander mit jedesmaliger Erneuerung des ausgeströmten Theiles durch getrocknetes Gas stattfanden, mußte der Wassergehalt aber abnehmen.

Wiederholt hat man die Behauptung aufgestellt, die Laplace'sche Schall-Theorie bedürfe wegen des Wärme-Ausgleichs einer Modification, ohne daß für die Größe der behaupteten Correction eine experimentelle Grundlage gegeben war ¹⁾. Das Streitobject hat freilich durch Kirchhoff's Nachweis, daß die Schallgeschwindigkeit (im unbegrenzten Raum) bis auf eine Correction höherer Ordnung durch die Wärme-Ausgleichung nicht beeinflusst wird ²⁾, einen Theil seiner Bedeutung verloren, hat dagegen neue Seiten von Interesse gewonnen. Die Thatsache, daß ein Luftvolumen von etwa $\frac{1}{4}$ Meter Dimensionen bei 1° Temperaturüberschuß über die Umgebung sich in 1^{sec} um etwa $\frac{1}{13}$ Grad abkühlt (v. S.), oder, um die einfacheren Verhältnisse bei Hrn. Röntgen's Versuchen zu nehmen, ein Volumen von ungefähr $\frac{1}{2}$ Meter Dimension um $\frac{1}{40}$ Grad, ist für den Gegenstand wohl nicht ohne Interesse. Denn wenn vorläufig hierdurch die Geringfügigkeit des Ausgleiches für Schallwellen nachgewiesen seyn dürfte, welche ja bei den angegebenen Dimensionen als Wellenlängen, an einem einzelnen Lufttheilchen beiläufig $\frac{1}{1200}$ resp. $\frac{1}{800}$ Secunde verweilen, so ist von planmäßigen Untersuchungen dieser Art auch das Auffinden zum mindesten von einer oberen numerischen Gränze für den Ausgleich zu erwarten.

Darmstadt, September 1873.

1) Vgl. z. B. Fortschritte d. Physik XX.

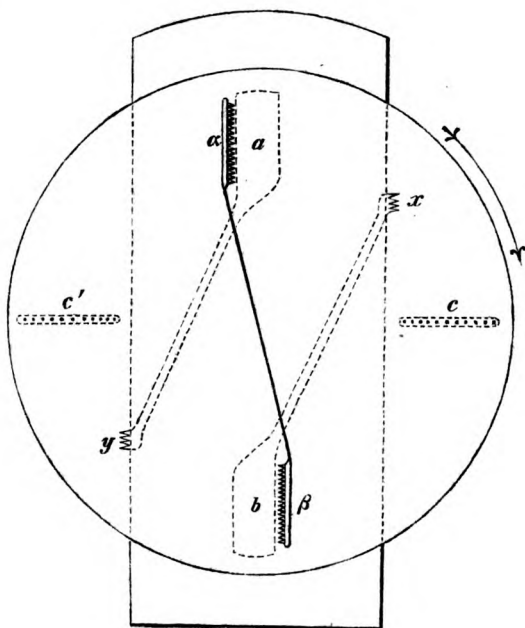
2) Diese Ann. Bd. CXXXIV, S. 185.

XII. Ueber eine neue Elektromaschine nach dem Principe von Holtz; von H. Leyser.

So einfach sich auch bei den Elektromaschinen gewöhnlicher Construction der Vorgang theoretisch gestaltet, so bietet doch deren practische Anfertigung für den Mechaniker einige Schwierigkeiten.

Ich erlaube mir hiermit die Construction einer Maschine anzugeben, die sich ungewöhnlich leicht und billig herstellen läßt, indem weder die rotirende noch die feststehende Scheibe durchbrochen zu seyn braucht; bei der sich ferner beide Scheiben fast augenblicklich entfernen und wieder einsetzen lassen, und die endlich beim Hinzufügen einer mit den Belegen verbundenen Leydener Doppelflasche die Pole nicht mehr wechselt.

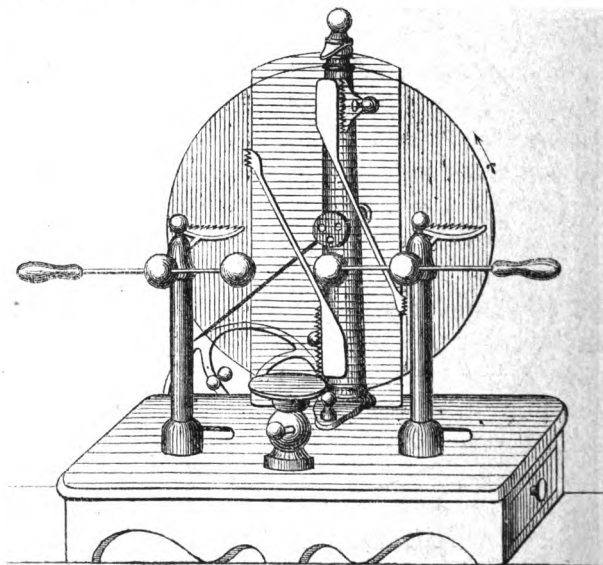
Folgendes ist im Allgemeinen das Princip dieser Maschine:



Sey der Stanniolbeleg *a* auf der *hinteren* Fläche der viereckigen Glasscheibe + elektrisch, so wird dieß den Kamm *a* zunächst veranlassen — auszuströmen und zwar auf die rotirende kreisförmige Glasscheibe. Stellt man sich nun diese kreisförmige Scheibe in der Richtung des Pfeiles gedreht vor, so wird das auf dieselbe geströmte — über dem Rande der viereckigen Scheibe frei werden und zunächst bei der Platinaspitze *x* + zum Ueberströmen veranlassen, wodurch der untere Stanniolbeleg *b* — elektrisch zurückbleibt und somit bei *β* der umgekehrte Vorgang stattfindet; hierdurch werden die erregenden Belege *a* und *b* beständig regenerirt.

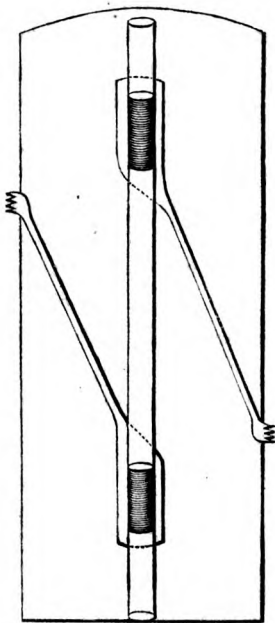
Die Hauptmasse der erzeugten Elektrizität aber wirkt influirend auf die Sauger der Elektroden bei *c* und *c'*, welche sich, abweichend von den gewöhnlichen Constructionen, auf Seite der influirenden Scheibe befinden.

Da es für die Wirkung der Maschine gleichgültig ist, ob die Kämmе *α* und *β* isolirt sind oder nicht, wenn sie nur leitend unter einander verbunden sind, so bringe ich dieselben gleich an der Säule an, welche die Rotationsaxe trägt, so daß die Maschine beistehende Gestalt gewinnt;



und zwar ist die Ansicht so wiedergegeben, wie die Maschine dem Zuschauer erscheint; der Experimentator hat hinter der Maschine seine Stellung und behindert somit nie die freie Ansicht.

Ich habe von dieser Maschine verschiedene Exemplare angefertigt und ihre Wirkung der einer gleich großen Holtz'schen Maschine gleichgefunden. Im Trocknen haben diese Maschinen nicht umgesetzt und beim Einschalten einer leydenen Doppelflasche, wie die Zeichnung hier angiebt, auch im Feuchten nicht. Hingegen wirkten die



Maschinen unregelmäßig und setzten häufig um, wenn die Kämmen α und β mit der Kante des Staniols abschnitten oder sich gar der Mitte desselben näherten. Willkürlich konnte man die Maschine durch ableitende Berührung eines der Belege umsetzen lassen; dieß rührt daher, daß sich nach einiger Zeit an der inneren Fläche der viereckigen Glasscheibe, correspondirend mit den Belegen α

und *b* die entgegengesetzte Elektrizität ansammelt, welche zur Wirkung kommt, sobald man ableitend berührt hat.

Setze ich an Stelle des Staniols Silberpapier mit der Metallseite auf das Glas gefügt und stark lackirt und an Stelle der Platinspitzen *x* und *y* solche von lackirtem Papiere, so trat kein Umsetzen ein, hingegen sprach die Maschine weniger leicht an, behielt aber dafür die Elektrizität sehr lange. Ich gebe daher jeder Maschine *zwei* viereckige Scheiben bei, von denen die eine Belege von Staniel, die andere Belege von Silberpapier besitzt.

Die Maschine that stets ihre Schuldigkeit, sobald nur die Temperatur der influirenden feststehenden Scheibe (andernfalls die Temperatur der Umgebung überhaupt) 3 bis 4° R'. über dem Thaupunkt lag, auch in ganz feuchten Lokalen.

Man kann es daher erzwingen, daß die Maschine geht sobald man nur die influirende viereckige Glasscheibe, die sich eben sehr leicht und schnell herausnehmen und einsetzen läßt, über einer Spirituslampe erwärmt; oder, da zwei viereckige Scheiben beigegeben sind, dieselben warm stellt und bald die eine bald die andere warm in die Maschine einsetzt. Eine einmalige Erwärmung genügt, die Maschine im Feuchten $\frac{3}{4}$ Stunde im Gange zu erhalten. Uebrigens ist dieses Erwärmen nur in ganz außergewöhnlichen Fällen nöthig ¹⁾.

- 1) Es kann das Verdienst des Hrn. Leyser nicht schmälern, wenn ich hier bemerke, daß die von ihm beschriebene Construction im Wesentlichen schon von Hrn. Dr. Holtz angewandt, aber weil sie ihm nicht genügte, wieder verworfen worden ist. Ich habe dieß von dem Mechaniker Borchardt erfahren, der mir, als ich mit ihm über die Leyser'sche Construction sprach, sofort eine Glastafel zeigte, die ganz die Einrichtung der ruhenden in dieser Construction besaß.

Poggendorff.

XIII. *Ueber die Anwendung der Sonnenwärme als mechanische treibende Kraft;* *von Gustav Adolph Bergh.*

Daß die Sonnenwärme in mechanische Kraft übergeführt werden kann, ist wohl kein Zweifel unterworfen, denn wir sehen ja täglich, welche Massen von Wasser die Wärme der Sonne in die Luft erhebt, die, dort condensirt, wieder in Form von Niederschlag, niederfallen; wir wissen welche ungeheure mechanische Arbeit dieses repräsentirt. Ferner wissen wir, daß die Sonnenwärme die Ursache der Bewegungen der Luft ist, daß die Pflanzen unter Einfluß der Sonnenwärme aus der Kohlensäure der Luft ihre im Verhältniß zu jenen an Kohlenstoff weit reichere organische Substanz bilden, daß die in früheren Zeiten unter dem Einfluß der Sonnenwärme gewachsenen Pflanzen zur Bildung der Steinkohlen, Braunkohlen und des Torfs, deren Verbrennungswärme, die also nichts anderes als aufbewahrte Sonnenwärme ist, unsere Dampfmaschinen aller Gattungen treibt, Veranlassung gegeben haben. Obwohl also die Sonnenwärme die Ursache nahezu jeder auf der Erde entwickelten mechanischen Kraft ist, so kennen wir doch bis jetzt kein Mittel, um die Sonnenwärme direct in mechanische Arbeit überzuführen. Man hat zwar vorgeschlagen, die durch Linsen oder Spiegel concentrirte Sonnenwärme zum Treiben einer Dampf- oder calorischen Maschine anzuwenden. Diese Maschinen sind aber für diesen Zweck nicht wohl geeignet, da sie zu einem zu großen Verlust der Wärme veranlassen. Ferner muß durch das Concentriren auch eine große Menge der Wärme verloren gehen. Diese Umstände sowohl als auch die Schwierigkeiten die dadurch entstehen müssen, daß der Concentrationsapparat immer nach der Stellung der Sonne bewegt werden muß, machen wohl, daß diese Maschinen in Praxis niemals angewandt wurden. Die Sonnenmaschinen müssen so einge-

richtet werden, daß sie die von einer Oberfläche absorbirte Sonnenwärme, ohne allzu großen Verlust der Wärme, direct in mechanische Arbeit überführen können. Wir werden sehen wie wir eine solche Maschine uns darstellen können.

Es ist bekannt, daß die Einrichtung der Maschinen, die zur Ueberführung der Wärme in mechanische Arbeit dienen, auf dem Princip beruhen, daß ein flüssiger oder gasförmiger Körper durch die Einwirkung der Wärme eine moleculare Veränderung erleidet, bei welcher sich eine gewisse mechanische Kraft entwickelt. Die Veränderungen der festen Körper unter Einfluß der Wärme sind zu klein, um sie als Wärme in mechanische Arbeit zu übertragen, kurzweg Bewegungsmedien dienlich zu machen, obwohl bei ihnen durch den Einfluß der Wärme erfolgte Molecularveränderungen sich auch eine mechanische Kraft entwickelt. Die gasförmigen Körper sind zwar als Bewegungsmedien in den calorischen- und Gas-Maschinen in Anwendung gebracht, bei den kleinen Temperaturunterschieden, die bei den Sonnenmaschinen vorkommen, können sie aber mit Vortheil nicht als solche angewandt werden. Es bleibt also nichts andres übrig, als eine Flüssigkeit und zwar eine solche, deren Siedepunkt sehr niedrig liegt, anzuwenden. Wir wissen, daß der große Verlust der Wärme bei den Dampfmaschinen zum größten Theil auf dem hohen Siedepunkt des Wassers beruht. Je höheren Dampfdruck wir in den Dampfkessel benutzen, desto mehr von der angewandten Wärme wird in mechanische Arbeit übergeführt. Hätten wir also eine Flüssigkeit, die bei gewöhnlicher Temperatur sich so verhielte wie das Wasser erst bei einer sehr hohen, so würde diese Flüssigkeit eben ein passendes Bewegungsmedium für eine Sonnenmaschine werden. Von solchen Flüssigkeiten giebt es viele, z. B. schweflige Säure, Methylchlorid, Methyläther und mehrere. Von allen diesen verdient die schweflige Säure am meisten die Aufmerksamkeit, da sie eben für diesen Zweck mehrere werthvolle Eigenschaften besitzt. Sie ist nämlich

nicht allzu schwer zu condensiren, und könnte auch zu wohlfeilem Preise erhalten werden. Dort wo Schwefelkies in nördlichen Gegenden vorkommt, würde man sie ohne größere Kosten in condensirter Form erhalten können. Die Aufbewahrung derselben würde gleichfalls keine Schwierigkeiten bieten, da sie gut in gewöhnlichen Dampfkesseln versandt werden könnte. Jetzt ist das Princip gefunden, nach dem wir uns eine Sonnenmaschine darstellen können. Wenn wir uns ein mit schwefliger Säure gefülltes Gefäß den Sonnenstrahlen ausgesetzt denken, so muß die Spannung des Schwefligsäuredampfs, da die Temperatur dieses Gefäßes, die der umgebenden Luft um mindestens 10 bis 20 Graden übersteigt, auch eine bis drei Atmosphären höhere seyn, als die des Schwefligsäuredampfs in einem anderen ebenfalls mit schwefliger Säure gefüllten Gefäße *B*, das aber nur die Temperatur der umgebenden Luft hat. Wir können uns also auf solche Weise eine Maschine einrichten, die in ihrem Princip mit der Dampfmaschine übereinstimmt, nur mit dem Unterschied, daß das Wasser durch schweflige Säure und die Feuerung durch Sonnenwärme, ersetzt ist. Uebrigens könnte das den Sonnenstrahlen ausgesetzte Gefäß den Dampfkessel, das bei gewöhnlicher Temperatur gehaltene den Condensator repräsentiren. Die nach verrichteter Arbeit in dem, den Condensator repräsentirenden Gefäß *B* condensirte schweflige Säure wäre leicht durch eine Druckpumpe in dem den Dampfkessel repräsentirenden Gefäße *A* zurückzubringen. Die Arbeitsleistung einer solchen Maschine muß natürlich mit der dem Gefäße *A* zugeführten Wärme wachsen, oder der den Sonnenstrahlen ausgesetzten Oberfläche dieses Gefäßes proportional seyn. Jetzt haben wir also das Princip gefunden, nach dem die Sonnenmaschinen eingerichtet werden müssen, damit aber ist nicht alles gethan. Wenn wir uns eine Fabrik oder sonst eine Anstalt denken, deren Dach mit schweflige Säure enthaltenden Gefäßen bedeckt wäre, und das mit einer Sonnenmaschine nach oben ange-

gebenem Princip eingerichtet versehen worden, so könnte die Maschine zwar bei Sonnenschein arbeiten, aber wenn Mangel daran wäre, müßte das ganze Etablissement unthätig bleiben. Die Sonnenwärme könnte wohl auch durch die Luftwärme ersetzt werden, wenn die Lufttemperatur einigermaßen hoch ist, und wenn man einen abkühlenden Stoff wie Eis hat. Da man aber nicht immer solches besitzt, müßte das Etablissement zugleich mit der Sonnenmaschine auch mit einem Apparat versehen seyn, der einen Theil des von dieser verrichteten Arbeit aufbewahren kann. Als solcher Apparat könnte mit bestem Erfolge wohl ein großer Natterer'scher Apparat zum Condensiren der Kohlensäure angewandt werden. Wenn man Kohlensäure in einem großen Gasometer, denjenigen ähnlich, die man in Gaswerken um das Leuchtgas aufzubewahren benutzt, vorrätzig hätte, so könnte der Natterer'sche Apparat von jenem mit Kohlensäure gespeist werden. In einem mit flüssiger Kohlensäure gefüllten Schmiedeeisenkolben hätten wir dann eine ungeheure mechanische Kraft aufbewahrt, welche die Sonnenmaschine ganz oder theilweise ersetzen könnte. Nach verrichteter Arbeit könnte die nun wieder gasförmige Kohlensäure wieder in den Gasometer aufgesammelt werden. Oder auch könnte die Maschine während ihrer Wirksamkeit eine Eismaschine treiben, und könnte bei Mangel an Sonnenschein das von ihr producirte Eis zur Unterhaltung ihrer Thätigkeit dienen. Wir sehen also, daß die Möglichkeit vorhanden ist, bei dem jetzigen Standpunkte der Wissenschaft eine ununterbrochen wirkende Sonnenmaschine einzurichten. Ich werde bei erster Gelegenheit, sowohl die schweflige Säure, wie auch andere Flüssigkeiten deren Siedepunkt in der Nähe des ihrigen liegt, z. B. Methylchlorid, Methyläther, Aethylchlorid usw. in Beziehung auf ihre Eigenschaften als Bewegungsmedien untersuchen, mir vorbehalten sowohl diese Arbeiten, wie auch die Ausführung jeder nach dem oben angegebenen Princip construirten Kraftmaschine, also nicht nur der Sonnenmaschine.

Drontheim, Juli 1873.

**XIV. Ueber das Phonoptometer, ein zum optischen Studium periodischer oder continuirlicher Bewegungen geeignetes Instrument;
von Hrn. J. Lissajous,**

(Compt. rend. T. LXXVI, p. 878).

Im Jahre 1857 habe ich unter dem Namen *Compareteur optique des mouvements vibratoires* ein Mikroskop mit vibrirendem Objectiv beschrieben ¹⁾, dessen sich später Hr. Helmholtz zu seinen Studien des Klanges bediente. Ich habe geglaubt, daß es möglich wäre, das Princip dieses Instruments zu verallgemeinern und einen Apparat zu construiren, der zum Studium von Schwingungsbewegungen in der Nähe und Ferne geeignet wäre. Zu dem Ende braucht man nur ein terrestrisches Fernrohr zu nehmen, und mittelst einer elektrisch bewegten Stimmgabel eins der Gläser dieses Instruments in Schwingungen zu versetzen, dabei eins derjenigen auswählend, deren Verschiebungen eine Verschiebung des Bildes nach sich ziehen.

Das Glas, welches man mechanisch oscilliren lassen muß, ist entweder das Objectiv oder das Glas des Oculars, welches das Bild umkehrt, oder auch dasjenige, welches dem Auge zugekehrt ist. Das Objectiv sehr schnell vibriren zu lassen, ist wegen seiner Masse schwierig; es ist auch beschwerlich das das Auge berührende Glas in Vibration zu setzen, und überdiß bringt es, wegen seiner starken Krümmung, durch seine Bewegungen Entstellungen im Bilde hervor. Dagegen ist es leicht und bequem, das Glas, welches das Bild umkehrt, d. h. das zweite Glas gerechnet von dem dem Objective nächsten Theil des Oculars. Ueberdiß zieht eine sehr kleine Bewegung desselben eine große Amplitude in der scheinbaren Vibration des betrachteten Lichtpunktes nach sich.

Diese Methode hat noch einen anderen Vorthail, nämlich den, daß es durch Verschiebung des Objectives mög-

1) Compt. rend. XLIV, 727 u. XLV, 48.

lich ist, auf Körper, die in mehr oder weniger großen Entfernungen schwingen, zu visiren, und z. B. Körper, die im Innern eines Ofens (*étuve*) schwingen, zu studiren und überhaupt, durch die Entfernung des schwingenden Körpers, die Relation zu modificiren, welche zwischen der Amplitude der scheinbaren von der Schwingung des Körpers herrührenden Bewegung des Bildes und der Amplitude der von Schwingung der Stimmgabel bewirkten Bewegung stattfindet. Vergleicht man diese beiden Bewegungen, indem man sie rechtwinklig combinirt, so erhält man leuchtende Curven, deren horizontale und verticale Dimensionen die günstigste Relation für das Studium der betrachteten Bewegung darbieten können. So geschieht das optische Studium der Zungenpfeifen, welches mittelst des Mikroskops mit vibrirendem Objectiv unmöglich ist, mit größter Leichtigkeit.

Diesen Apparat, den Hr. Dubosq für mich ausgeführt hat, nenne ich *Phonoptometer*. Mittelst desselben kann man auch die Geschwindigkeit eines Projectils nach der kürzlich von Hrn. Deprez beschriebenen Methode bestimmen¹⁾. Man betrachtet nämlich mit diesem Apparat einen hellen Punkt, dessen Bild sich mit großer Geschwindigkeit durch das Gesichtsfeld bewegt. Diefes Bild verwandelt sich während der Schwingung der Stimmgabel in eine geschlängelte Linie, die in ihrer ganzen Ausdehnung sichtbar ist und durch die Anzahl ihrer im Gesichtsfeld enthaltenen Sinuositäten unmittelbar die Geschwindigkeit des beweglichen Punkts zu bestimmen erlaubt. Man überzeugt sich davon leicht, wenn man das Bild eines festen Punkts in einem rotirenden Spiegel von bekannter Geschwindigkeit betrachtet.

1) *Compt. rend. T. LXXVI, p. 819.*

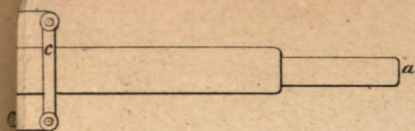


Fig. 7.

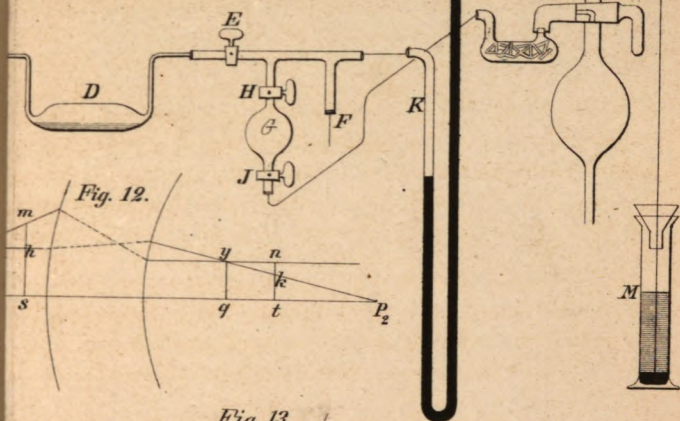


Fig. 12.

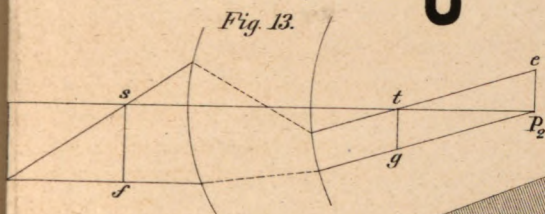


Fig. 13.

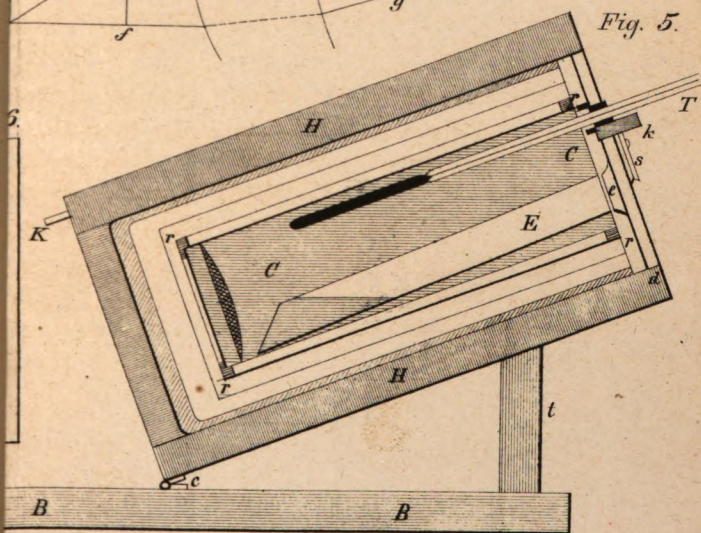
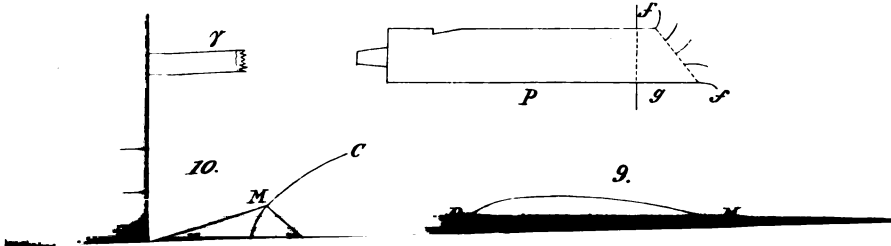


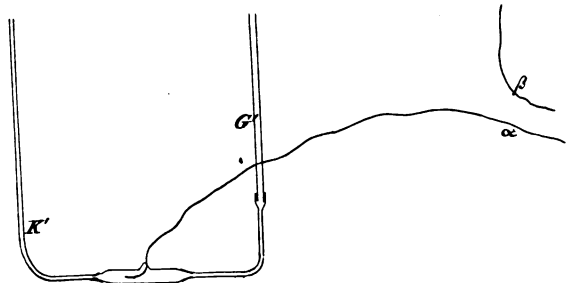
Fig. 5.



Taf. II.



Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. 149. St. 2



Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. 149. St. 4.

